Prof. dr. ing. AUREL RUSSU

TOPOGRAFIE
CU ELEMENTE DE GEODEZIE
ŞI FOTOGRAMMETRIE

174331
B.C.U. - IASI

EDITURA „CERES"
BUCUREŞTI

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

CUPRINS

1. Cunoştinţe generale 11
1.0 Noţiuni introductive 11
1.00 Obiectul topografiei 11
1.01 Forma şi dimensiunile globului pămîntesc 12
1.02 Principii de bază 14
1.03 Geodezie, Topografie, Fotogrammetrie 17
1.04 Scurt istoric al măsurătorilor terestre 18
1.1 Planuri şi hărţi 20
1.10 Scări. 20
1.11 Planuri. Hărţi 21
1.12 Unităţi de măsură 23
1.13 Axe de coordonate şi orientări 24
1.14 Semne convenţionale 26
1.2 Mijloace de calcul 27
1.20 Generalităţi. 27
1.21 Maşina de calculat 27
1.22 Tabele 28
1.23 Nomograme 29
1.3 Noţiuni asupra erorilor în ridicările topografice 30
1.30 Noţiuni de bază 30
1.31 Erorile întîmplătoare în măsurătorile directe de ponderi egale 33
1.32 Erorile întîmplătoare în măsurătorile directe de ponderi diferite 44
1.33 Erorile întîmplătoare în măsurătorile indirecte 47
1.34 Toleranţe. Concluzii 50

2. Planimetria Principii de bază 51
2.0 Marcarea punctelor 52
2.00 Necesitatea marcării punctelor 52
2.01 Bornarea punctelor 52
2.02 Semnalizarea punctelor 53

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.1 Jalonarea aliniamentelor şi ducerea perpendicularelor 57
2.10 Jalonarea aliniamentelor 57
2.11 Ridicarea perpendicularelor. 58
2.12 Jalonări cu ridicări de perpendiculare 62
2.2 Măsurarea directă a distanţelor 63
2.20 Instrumente 63
2.21 Măsurarea directă a distanţelor 67
2.22 Precizia măsurării directe a distanţelor 70
2.3 Măsurarea unghiurilor 72
2.30 Instrumente de măsurat unghiuri 72
2.31 Teodolite de construcţie clasică 75
2.32 Teodolite de citire centralizată (optice) 84
2.33 Aşezarea instrumentului în staţie şi calarea 93
2.34 Verificarea şi rectificarea teodolitelor 95
2.35 Măsurarea unghiurilor cu teodolitul 100
2.36 Precizia măsurării unghiurilor 105
2.4 Ridicarea în plan 105
2.40 Felurile ridicărilor şi succesiunea operaţiilor 105
2.41 Indesirea reţelei de sprijin prin intersecţii 107
2.42 Intersecţia înainte 112
2.43 Intersecţia înapoi 120
2.44 Intersecţia combinată 127
2.45 Intersecţii forestiere şi la limită 130
2.46 Drumuirea 136
2.47 Drumuiri în cazuri particulare 150
2.48 Ridicarea detaliilor 152
2.49 Arpentajul 156
2.5 Determinarea unei reţele de sprijin topografice 159
2.50 Aspecte generale 159
2.51 Determinarea reţelei de sprijin prin triangulaţii topografice 159
2.52 Determinarea unei reţele de sprijin prin drumuire 175
2.53 Determinarea unei reţele de sprijin prin intersecţii 176
2.54 Indesirea reţelelor de sprijin şi ridicarea detaliilor 177
2.6 Redactarea planimetriei 177
2.60 Generalităţi. 177
2.61 Instrumente de raportat şi desenat 178
2.62 Raportarea planimetriei 180
2.7 Calculul suprafeţelor 182
2.70 Generalităţi. 182
2.71 Metode analitice 182
2.72 Metode grafice 184
2.73 Metode mecanice 185
2.8 Impărţirea suprafeţelor (parcelarea) 188
2.80 Generalităţi. 189
2.81 Metoda grafică 189
2.82 Metoda numerică (prin calcul) 191
2.83 Aplicarea parcelarului pe teren 198
2.9 Trasări 199
2.90 Generalităţi. 199

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.91 Deschiderea liniilor în pădure 199
2.92 Rectificarea hotarelor 201
2.93 Trasarea unui cadrilaj 201
2.94 Trasarea curbelor 202

3. Nivelmentul sau altimetria 203
3.0 Cunoştinţe generale 203
3.00 Obiectul nivelmentului 203
3.01 Suprafeţe de nivel. Diferenţe de nivel 203
3.02 Cote ortometrice, cote dinamice, cote normale 204
3.03 Efectul curburii pământului şi al refracţiei atmosferice 207
3.04 Modalităţi de determinare a diferenţelor de nivel 209
3.05 Reţele de sprijin 210
3.06 Reperi de nivelment 211
3.1 Nivelmentul geometric 212
3.10 Generalităţi. Principii 212
3.11 Instrumente de nivelment geometric 214
3.12 Nivele fără lunetă 215
3.13 Nivele cu lunetă 216
3.14 Metode de nivelment geometric 226
3.15 Probleme de nivelment geometric 238
3.16 Precizia nivelmentului geometric 244
3.2 Nivelmentul trigonometric 246
3.20 Noţiuni de bază 246
3.21 Instrumente de nivelment trigonometric 247
3.22 Metode de nivelment trigonometric 249
3.23 Nivelmentul trigonometric la distanţe mari 251
3.24 Nivelmentul trigomometric la distanţe mici 256
3.25 Precizia nivelmentului trigonometric 258
3.26 Nivelment cu nivelele de pantă 259
3.3 Nivelmentul barometric 260
3.30 Relaţii de bază 260
3.31 Instrumente de nivelment barometric 262
3.32 Metode de nivelment barometric 263
3.33 Precizia nivelmentului barometric şi consideraţii asupra lui 264
3.4 Reprezentarea reliefului 264
3.40 Generalităţi 264
3.41 Reprezentarea reliefului prin curbe de nivel 265
3.42 Forme de relief şi reprezentarea lor 269
3.43 Pante 271
3.44 Stabilirea vizibilităţilor pe hărţi şi planuri 272

4. Ridicări tahimetrice 273
4.0 Ridicări tahimetrice propriu-zise 273
4.00 Noţiuni introductive 273
4.01 Instrumente 274
4.02 Tahimetre clasice 275
4.03 Tahimetre autoreductoare 281

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

4.04 Dispozitive tahimetrice auxiliare 289
4.05 Alte tipuri de tahimetrie 291
4.06 Metode de ridicare 294
4.1 Ridicări cu busola topografică 297
4.10 Noţiuni introductive 297
4.11 Cunoştinţe generale despre magnetismul terestru 297
4.12 Busola 299
4.13 Tipuri de busole 300
4.14 Metode de ridicare cu busola. 304
4.15 Raportarea ridicărilor cu busola 306
4.16 Precizia ridicărilor cu busola topografică. Concluzii 308
4.2 Ridicări cu planşeta topografică 310
4.20 Noţiuni introductive 310
4.21 Planşeta topografică 310
4.22 Metode de ridicare cu planşeta 314
4.3 Ridicări expeditive şi din vedere 318
4.30 Noţiuni introductive 318
4.31 Instrumente 319
4.32 Metode de ridicare 321

5. Elemente de geodezie 323
5.0 Cunoştinţe generale 323
5.00 Obiectul geodeziei 323
5.01 Aproximări. Reduceri. 323
5.1 Proiecţii 330
5.10 Obiectul proiecţiilor 330
5.11 Proiecţii azimutale 331
5.12 Proiecţia Gauss-Krüger 335
5.13 Proiecţia stereografică 1970 347
5.2 Reţelele geodezice 350
5.20 Funcţii, desfăşurare 350
5.21 Noţiuni privind calculul reţelelor geodezice 355
5.22 Reţele geodezice de ordinele II, III şi IV 356
5.23 Calculul reţelelor prin metoda celor mai mici pătrate şi metoda observaţiilor indirecte (variaţia coordonatelor) 357
5.24 Compensarea riguroasă a unei reţele de nivelment geometric 383
5.25 Metoda grafico-numerică a punctului apropiat 393
5.3 Transcalculări 399
5.30 Obiectul transcalculărilor 399
5.31 Transcalculări topografice 399
5.32 Transcalculări geodezice 402
5.33 Transcalcularea reţelei geodezice în plan local. 407

6. Elemente de fotogrammetrie 408
6.0 Cunoştinţe generale 408
6.00 Generalităţi. 408
6.01 Principii 409
6.1 Baze optice şi fotografice 413

6.10 Noțiuni introductive 413
6.11 Obiectivi fotogrammetrici 413
6.12 Elemente de sensitometrie 416
6.13 Funcția de transfer a contrastului 420
6.14 Filme, plăci 422
6.15 Concluzii 423
6.2 Preluarea fotogramelor 423
6.20 Fotograma 423
6.21 Succesiunea operațiilor în ridicările fotogrammetrice 425
6.22 Preluarea fotogramelor. 426
6.23 Reperajul fotogrammetric 432
6.3 Fotogrammetria planigrafică 433
6.30 Generalități. 433
6.31 Restituția fotogramelor prin construcții grafice 433
6.32 Redresarea optico-grafică cu ajutorul camerei clare 435
6.33 Fotoredresarea 436
6.34 Fotoplanul 446
6.35 Redresarea diferențiată. Ortofotoplanul 447
6.4 Stereofotogrammetria 449
6.40 Generalități. 449
6.41 Restituția prin construcții grafice 449
6.42 Stereoscopie 451
6.43 Relații matematice 455
6.44 Marca stereoscopică 459
6.45 Orientarea stereogramelor 460
6.46 Aparate de stereorestituție 466
6.47 Stereorestituția 474
6.48 Precizie. Caracteristici 475
6.5 Ridicări combinate 476
6.6 Aerotriangulații 477
6.60 Generalități. 477
6.61 Fototriangulație plană 478
6.62 Aerotriangulații 479
6.7 Fotointerpretare. Aplicații netopografice 482
6.70 Fotointerpretare. 482
6.71 Aplicații netopografice 484
6.72 Aplicații în sectorul forestier 485
6.8 Teledetecția 495
6.80 Definiții. Generalități 495
6.81 Principalele căi de detecție. 496
6.82 Termogramele sau termofotogramele 497

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

6.83 Detectarea cu ajutorul radarului 500
6.84 Concluzii 501
6.9 Holografia 502
6.90 Generalităţi 502
6.91 Bazele halografiei 503
6.92 Proprietăţi 505

7. Reproducerea planurilor 506
7.0 Reproducerea planurilor 506
7.1 Reproduceri la alte scări 507

Bibliografie 509

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

1. CUNOȘTINȚE GENERALE

1.0 NOȚIUNI INTRODUCTIVE

1.00 OBIECTUL TOPOGRAFIEI

Pentru ca terenurile să poată fi cît mai raţional folosite este necesar ca ele să fie reprezentate spre a fi cît mai bine cunoscute ca mărime, conţinut şi formă în expresia lor geografică. Reprezentarea asigură obţinerea imaginii terenurilor pe o suprafaţă plană, într-o formă grafică convenţională, prin reducerea în aceeaşi proporţie a distanţelor.

La baza reprezentărilor acestora, denumite topografice (*topos* = = loc) stau măsurătorile topografice ce se efectuează în teren asupra elementelor ce trebuie să fie reprezentate şi se numesc detalii topografice. Detaliile topografice pot fi *naturale* (munţii, dealurile, văile, apele naturale, povîrnişurile, limitele naturale de orice fel) şi *artificiale* (drumurile, podurile, căile ferate, casele, zidurile, îndiguirile, canalele, fîntînile, săpăturile precum şi orice construcţie sau delimitare făcută de om).

Măsurătorile topografice sînt urmate de anumite prelucrări şi tocmai la urmă se obţine reprezentarea denumită plan topografic. În ansamblul lor, operaţiile de măsurare, calcule şi raportare constituie ridicarea topografică.

În sectorul forestier, ridicările topografice se efectuează nu numai pentru a se obţine o evidenţă a pădurilor în ceea ce priveşte întinderea şi poziţia lor, ci mai ales pentru a servi nevoilor de gospodărire silvică precum şi la efectuarea unor lucrări ca : întocmirea amenajamentelor, proiectarea căilor de acces şi scoatere (drumuri, funiculare, canale etc.) proiectarea lucrărilor de corectare a torenţilor, a lucrărilor de ameliorare a terenurilor degradate, delimitarea suprafeţelor de exploatare etc.

Dacă aplicarea proiectelor necesită trasări pe teren, acestea se fac de asemenea prin operaţii topografice.

De topografie ţin, aşadar, nu numai operaţiile de ridicare în plan denumite şi operaţii topografice directe, ci şi operaţiile de trasare denumite şi operaţii topografice inverse.

Atît ridicarea cît şi trasarea, necesită un sistem de referinţă cartezian legat de suprafaţa pămîntului.

1.01. FORMA ŞI DIMENSIUNILE GLOBULUI PĂMÎNTESC

1.010. **Geoid. Elipsoid.** Încă din antichitate se ştia că pămîntul este rotund. Mai mult chiar, făcîndu-se abstracţie de relief, pămîntul era socotit o sferă. Ulterior s-a dedus pe cale teoretică, (H u y g e n s, N e w t o n) s-a confirmat şi constatat pe cale experimentală, adică prin măsurători, că datorită forţei centrifuge generată de rotirea pămîntului în jurul axei sale, pămîntul este mai lărgit la ecuator şi turtit la poli. Această formă este foarte apropiată de aceea a unui elipsoid de revoluţie în jurul polilor cu semiaxele elipsei meridiane a şi b (fig. 1.1).

De fapt, pămîntul are o formă a sa proprie denumită geoid (*geos* = pămînt).

Geoidul definit, într-o primă aproximaţie, drept figura ce ar rezulta din prelungirea pe sub continente a nivelului oceanelor presupuse liniştite, este o figură de echilibru perpendiculară în orice punct al ei la direcţia verticalei dată de firul cu plumb. Suprafaţa geoidului numită şi suprafaţă de nivel zero se ia ca suprafaţă de referinţă pentru determinarea cotelor (a înălţimii punctelor respectiv a adîncimii lor) şi tot pe ea se proiectează suprafaţa terestră prin proiectante verticale.

Contrar unei prime aparenţe, suprafaţa geoidului este neregulată. Neregularitatea geoidului se datorează eterogenităţii masei pămîntului, denivelărilor scoarţei terestre, valurilor şi curenţilor oceanici. Neputînd fi exprimată printr-o relaţie matematică el este definit faţă de suprafaţa geometrică cea mai apropiată de forma lui, care este, elipsoidul de revoluţie.

Elipsoidul este o suprafaţă geometrică, convenţională, faţă de care se defineşte geoidul cu elementele proiectate pe el.

Dacă s-ar face o secţiune verticală prin „pămînt" s-ar distinge trei suprafeţe: suprafaţa topografică, suprafaţa geoidului şi suprafaţa nereală, convenţională, a elipsoidului (fig. 1.2).

Ecuaţia elipsei meridiane ce generează elipsoidul este:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (1.1)$$

unde

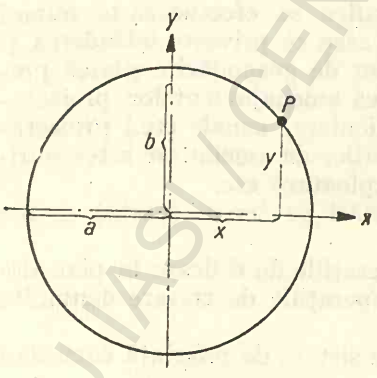


Fig. 1.1 — Elipsă meridiană

x şi y reprezintă coordonatele unui punct oarecare de pe elipsă într-un sistem rectangular cu originea în centrul elipsei.

a şi b fiind semiaxele elipsei.

Măsurătorile efectuate în vederea determinării unui elipsoid cît mai apropiat de forma şi dimensiunile globului pămîntesc, pentru a fi luat ca elipsoid de referinţă, au dat valori în concordanţă cu numărul de măsurători şi distribuirea lor pe suprafaţa pămîntului, precum şi cu nivelul ştiinţei şi tehnicii la data respectivă. În tabelul 1.1 se dau rezultatele unor determinări. Cu α s-a notat turtirea: $\alpha = \frac{a-b}{a}$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

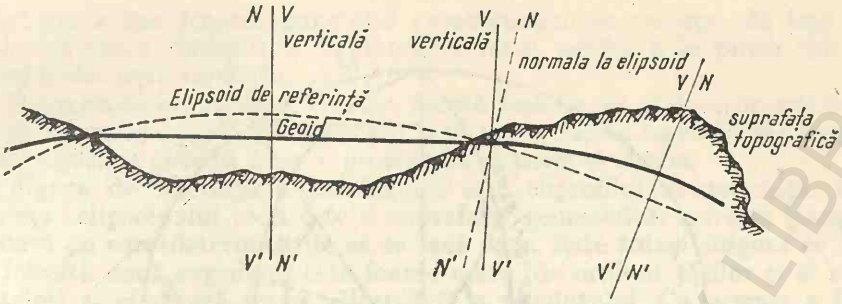


Fig. 1.2 — Secțiune verticală prin pămînt

Tabelul 1.1 **DIMENSIUNILE ELIPSOIDULUI DE REFERINȚĂ**

Autorul	Anul	semiaxa a (m)	semiaxa b (m)	turtirea α
Delambre	1800	6 375 653	6 356 564	1 :334,0
Bessel	1841	6 377 397	6 356 079	1 :299,2
Clarke	1880	6 378 249	6 356 515	1 :293,5
Hayford	1909	6 378 388	6 356 912	1 :297,0
Krasovski	1940	6 378 245	6 356 863	1 :298,3

La noi începînd cu anul 1930 s-a utilizat elipsoidul Hayford, denumit și elipsoidul internațional, iar din anul 1951 elipsoidul Krasovski.

Elipsoidul, ca figură geometrică de referință a globului pămîntesc, are o însemnătate deosebită. Pe elipsoidul de referință se definesc pozițiile punctelor în sistemul internațional al coordonatelor geografice geodezice.

1.011. **Coordonate geografice.** Poziția unui punct oarecare de pe globul pămîntesc se definește prin coordonatele lui geografice pe geoid cînd se numesc coordonate astronomice (latitudinea φ și longitudinea λ), (fig. 1.3) sau pe elipsoid cînd se numesc coordonate geodezice (latitudinea B și longitudinea L).

Longitudinea astronomică λ a unui punct este unghiul pe care-l face în planul ecuatorului, planul meridianului punctului respectiv cu planul meridian origine, ce prin convenția internațională din 1884 este acceptat cel ce trece prin punctul Greenwich (observatorul astronomic de lîngă Londra). Longitudinile astronomice ale punctelor A și P sînt λ_A și λ_P. Longitudinile pot fi estice sau vestice față de Greenwich și se măsoară de obicei în grade sexa de la 0° la 180°.

Latitudinea astronomică φ a unui punct este unghiul format de verticala locului, dată de firul cu plumb, perpendiculară la geoid în punctul respectiv, cu planul ecuatorului. Punctele A și P au latitudinile φ_A și respectiv φ_P.

Latitudinile și longitudinile geodezice B și L se definesc la fel, cu deosebirea că se dau pe elipsoid. Astfel, latitudinea geodezică B a unui

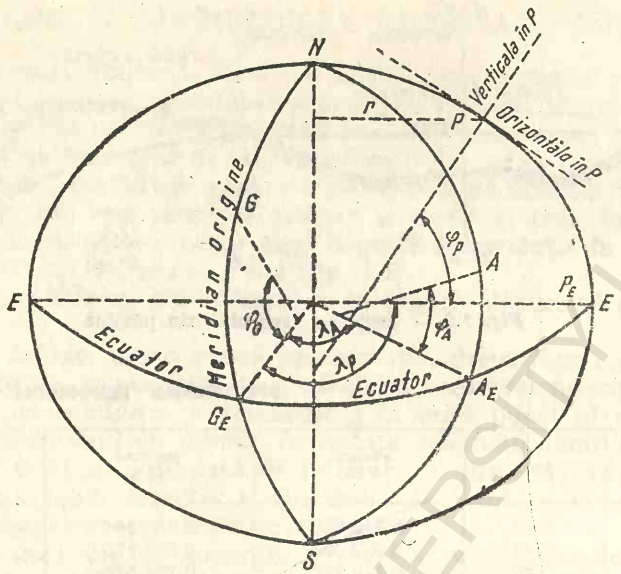


Fig. 1.3 — Coordonate geografice

punct se defineşte ca fiind unghiul format de perpendiculara la elipsoid (în punctul respectiv) cu planul ecuatorului*.

Coordonatele astronomice şi cele geodezice diferă foarte puţin între ele; adeseori sînt egale. Diferenţa se numeşte deviaţia verticalei.

Între coordonatele geografice şi cele plane (x, y) există evident o corespondenţă matematică precisă.

O determinare completă a poziţiei punctelor de pe suprafaţa terestră necesită cunoaşterea şi a cotelor punctelor adică a înălţimii lor faţă de suprafaţa de echilibru a geoidului.

1.02. PRINCIPII DE BAZĂ

Atît ridicarea cît şi trasarea urmăreşte detaliul topografic ce trebuie reprezentat, respectiv aplicat. Dar orice detaliu topografic şi deci orice situaţie topografică (linie, contur, suprafaţă, înălţime etc.) poate fi definită prin puncte raţional alese ca număr şi poziţie, numite puncte caracteristice. Caracteristice ar fi toate punctele de schimbare de direcţie ale liniilor, detaliilor, traseelor precum şi toate punctele de schimbare de pantă. Deoarece asemenea puncte ar putea fi foarte multe şi deoarece o situaţie dată poate fi reprezentată cu mai puţine puncte, prin puncte caracteristice vom înţelege minimumul de puncte, funcţie de care se pot determina, reprezenta, respectiv trasa detaliile sau formele de teren la precizia cerută.

* În literatura mai veche şi chiar azi, unii autori notează cu λ şi φ mărimile pe elipsoid.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Prin alegerea sau fixarea punctelor caracteristice se recurge, de fapt, la o geometrizare a figurilor neregulate din teren pentru a le putea calcula și reprezenta mai ușor (fig. 1.4).

Reprezentarea, în sine, trebuie făcută față de un sistem de referință legat de suprafața pămîntului pentru a se putea face o legătură și o trecere ușoară, sigură și precisă între reprezentare și teren și invers.

Figura de referință a pămîntului este elipsoidul de referință. Dar suprafața elipsoidului, deși este o suprafață geometrică, nu este totuși o suprafață pe care determinările să se facă ușor. Este totuși singura ce trebuie folosită dacă suprafața este foarte mare (de ordinul țărilor și al continentelor) și afectează forma elipsoidală a pămîntului. Ca urmare a faptului că turtirea pămîntului este mică (circa 1 : 300) pe anumite suprafețe elipsoidul poate fi asimilat și deci substituit cu o sferă de rază $R_m = \sqrt{NM}$ unde M reprezintă raza de curbură a cercului meridian în centrul suprafeței de reprezentat, iar N normala cercului mare perpendicular pe cercul meridian în același punct, care prin proiecție pe planul paralelului punctului considerat dă tocmai raza r a paralelului. Așadar, un punct al normalei mari N se găsește pe axul de rotație al elipsoidului. Practic, asemenea substituiri se pot face pe suprafețe mai mici de circa 400/400 km sau pe benzi de 300—500 km în acord cu precizia ce se cere, dacă se dezvoltă pe aceeași latitudine. În comparație cu elipsoidul, sfera reprezintă o suprafață mult mai convenabilă, totuși este departe de a fi comodă. Dacă cercul preocupărilor se restrînge la suprafețe mici, se constată că, datorită dimensiunilor mari ale pămîntului, suprafața sferei, deci inclusiv a elipsoidului și a geoidului, poate fi asimilată cu o suprafață plană.

Planul este o suprafață foarte practică atît pentru reprezentări cît și pentru trasări. De aici și denumirea de planuri topografice ce se dă reprezentărilor topografice pe suprafețe plane. Planul folosit în reprezentările topografice este, sau poate fi considerat, un plan tangent la geoid în locul unde se face ridicarea, sau un plan paralel cu acesta, este adică tocmai planul orizontal al locului. Un astfel de plan nu poate fi considerat tangent la geoid decît într-un punct sau pentru o suprafață mică. De unde rezultă că pe asemenea planuri nu se pot reprezenta suprafețe prea mari din cauza erorilor ce s-ar comite asupra proiecției punctelor mai depărtate de centrul suprafeței de ridicat și inclusiv asupra lungimilor, asupra unghiurilor și asupra suprafețelor. Efectul sfericității pămîntului asupra proiecțiilor plane poate fi neglijat pe suprafețe circulare mai mici de 10—40 km respectiv pe benzi de asemenea lățimi corespunzătoare cu precizia necesară.

Prin urmare dacă suprafețele ce trebuie reprezentate pe un plan sînt mai mari, vor rezulta deformații. După cum suprafața (ca mărime) angajază forma elipsoidală (sferoidală) a pămîntului, pe cea sferică sau poate fi asimilată cu

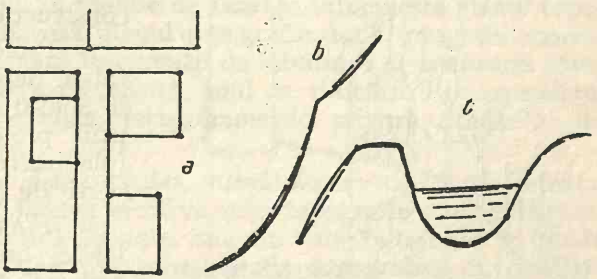


Fig. 1.4 — Puncte caracteristice:
a — contururi rectilinii; *b* — contururi sinuoase; *c* — profil

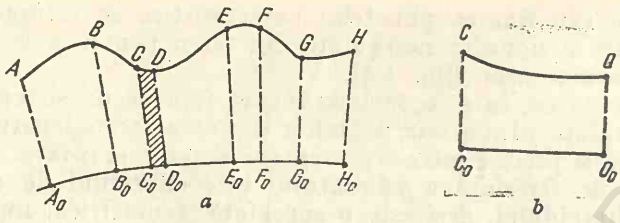


Fig. 1.5 — Aspectul proiectantelor:
a — în geodezie — neparalele; *b* — în topografie — paralele

planul, ridicarea aparţine geodeziei sferoidale, geodeziei sferice sau topografiei. De aici moduri diferite de ridicare. În cazul suprafeţelor ce angajează forma curbă a pămîntului, adică în cazul geodeziei, proiectantele verticale prin care se obţine poziţia punctelor pe suprafaţa de referinţă (elipsoid sau sferă) nu sînt paralele (converg spre centrul pămîntului) pe cînd în cazul suprafeţelor mici cînd efectul curburii pămîntului poate fi neglijat (cazul topografiei), proiectantele verticale pot fi considerate paralele între ele şi deci perpendiculare pe planul tangent (fig. 1.5).

În cazul geodeziei, poziţiile punctelor pe suprafaţa de referinţă (elipsoidul sau sfera) se calculează cu relaţii corespunzătoare acestor suprafeţe (geometrie şi trigonometrie sferică etc.), sau se calculează mai întîi corecţiile ce trebuie aduse măsurătorilor din teren pentru ca apoi, în continuare, calculele să se efectueze în plan, într-un plan de proiecţie anumit. Calculul poziţiilor şi respectiv al figurilor în plan se face cu relaţii simple de geometrie şi trigonometrie plană.

În cazul topografiei, atît problemele de proiectare cît şi cele de rezolvare a figurilor din planul de proiecţie se rezolvă prin cunoaştinţe de geometrie şi trigonometrie plană. Prin proiecţia ortogonală a punctelor, distanţele din natură vor apare reduse în planul de proiecţie, adică vor apare reduse la orizontală.

Reducerea distanţelor la orizont este un principiu de bază în topografie. Prin aceasta se obţine de-a dreptul suprafaţa productivă sau baza de construcţie (fig. 1.6), independent de relieful terenului, adică tocmai suprafeţele ce trebuie avute în vedere atît în probleme de cultură a plantelor sau a arborilor cît şi în probleme de construcţie.

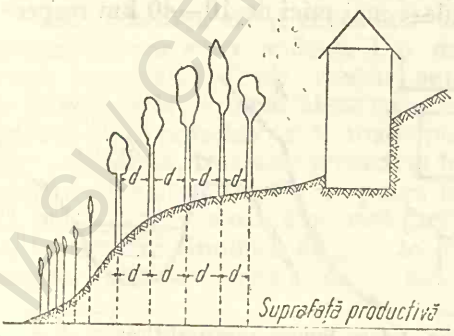


Fig. 1.6 — Suprafaţa productivă

Proiecţia paralelă dă posibilitatea determinării poziţiei punctelor în spaţiu în mod separat şi anume prin proiecţie pe plane orizontale (planimetria) şi prin proiecţie pe plane verticale (altimetria).

Planimetria se referă la suprafeţele, limitele, detaliile şi poziţiile reciproce ale punctelor în plan orizontal, iar *altimetria* sau *nivelmentul* se

BCU IAŞI / CENTRUL DE DOCUMENTARE / BIBLIOTECA

referă la relief, la accidentații, adică la pozițiile reciproce ale punctelor sub raportul înălțimii lor.

Planimetria și nivelmentul formează de obicei obiectul unei singure ridicări și se reprezintă pe același plan prin semne convenționale.

Definirea efectivă a poziției punctelor în plan se face în cadrul unui sistem de referință cartezian a cărui poziție decurge din sistemul de proiecție însușit. Modul cum s-a rezolvat la noi această problemă se arată la § 5. Proiecții.

1.03. GEODEZIE, TOPOGRAFIE, FOTOGRAMMETRIE

Geodezia, topografia și fotogrammetria sînt discipline ale științei măsurătorilor terestre.

Geodezia, în accepțiunea cea mai generală, de știință ce se ocupă cu determinarea formei și dimensiunilor globului pămîntesc în ansamblul lui sau pe porțiuni, cuprinde toate obiectivele măsurătorilor terestre și deci inclusiv pe cele ale topografiei și ale fotogrammetriei. De fapt, în accepțiune curentă, de geodezie țin numai acele lucrări ce se desfășoară pe suprafețe mari și foarte mari cînd trebuie luat în considerare efectul curburii pămîntului. Dacă geodezia este privită de pe poziții topografice, se constată că geodezia nu merge cu ridicările pînă la sfîrșit, adică pînă la ridicarea detaliilor. Geodezia nu determină decît o rețea de puncte de sprijin (numită rețea de triangulație geodezică) de o astfel de densitate încît ridicarea să poată fi continuată prin metode topografice.

Geodezia asigură astfel rețeaua de sprijin pentru ridicările de detaliu indiferent prin ce metode se vor efectua acestea: topografice, fotogrammetrice sau de alt fel. Prin aceasta geodezia asigură unitatea ridicărilor și într-un fel le coordonează.

Topografia și fotogrammetria sînt tehnici de ridicare propriu-zisă, intensivă, a teritoriilor cu detaliile ce le conțin, ridicarea sprijinidu-se pe punctele rețelei geodezice.

Topografia și fotogrammetria se deosebesc însă fundamental ca metodă și tehnică de lucru. Topografia necesită parcurgerea efectivă a terenului și efectuarea de măsurători pentru a se obține pozițiile punctelor caracteristice ale terenului în funcție de care se întocmește planul topografic. Fotogrammetria realizează planul topografic după fotografii speciale ale terenului ce se prelucrează în condiții de laborator și aparatură fotogrammetrică. Fotogrammetria reprezintă noul în ridicări. Prin specificul ei, prin gradul ei de automatism, fotogrammetria asigură ridicărilor un randament mult mai ridicat.

Succesiunea lucrărilor este, așadar, următoarea: mai întîi rețeaua geodezică de sprijin apoi ridicarea efectivă prin topografie sau fotogrammetrie. Dacă rețeaua geodezică lipsește, sau nu este folosibilă, se poate determina o rețea de sprijin locală prin metode topografice cu condiția ca suprafața de ridicat să fie mai mică decît cîteva sute de km². În caz contrar apar deformații de determinare și reprezentare progresive, ca efect

al curburii pămîntului. De fapt, deformaţiile de reprezentare în plan a unor suprafeţe sferice sau elipsoidale, cum este suprafaţa de referinţă a pămîntului, nu pot fi evitate (nici prin geodezie) însă prin alegerea unor sisteme convenabile de proiecţie efectul lor poate fi pe de o parte micşorat şi chiar dirijat, iar pe de altă parte cunoscut şi controlat.

1.04. SCURT ISTORIC AL MĂSURĂTORILOR TERESTRE

Ştiinţa măsurătorilor terestre este dintre cele mai vechi. În societatea sclavagistă, ştiinţa măsurătorilor atinsese un stadiu de dezvoltare suficient pentru a se putea reconstitui hotarele din luncile inundate ale Eufratului şi Nilului ca şi pentru a se putea asigura irigaţiile, construirea şoselelor, viaductelor, piramidelor etc.

Chiar concepţia privitoare la forma pămîntului era realistă iar măsurătorile efectuate au dus la dimensiuni destul de apropiate de cele acceptate azi ca fiind cele mai probabile.

De la dezmembrarea imperiului roman (395) e.n. nu se înregistrează decît foarte puţine evenimente de seamă în ceea ce priveşte măsurătorile. Se menţionează totuşi lucrările efectuate de arabi în Mesopotamia în secolul al IX-lea.

Feudalismul a însemnat nu numai frînarea ci, sub multe aspecte chiar decăderea ştiinţelor. Hărţile întocmite în acea vreme, lipsite de o bază ştiinţifică, reflectă cît se poate de fidel stadiul necorespunzător al ştiinţei măsurătorilor terestre.

Începînd cu secolul al XVI-lea dar ales al XVII-lea, o dată cu noul suflu al dezvoltării economice, se cer planuri tot mai bune cu reprezentări la toate scările, inclusiv mari. Din această perioadă se menţionează construirea hărţilor lui Mercator, importante pentru navigaţie, descoperirea lunetei de către Galileu, importantă pentru construirea aparatelor topografice şi astronomice, introducerea metodei triangulaţiei de către Esquivel în Spania, apoi de către Snellius în Olanda etc.

Secolul al XIX-lea înseamnă triumful ştiinţei măsurătorilor terestre ca ştiinţă exactă. Din această perioadă se menţionează diversele măsurători asupra pămîntului pentru a i se deduce forma şi dimensiunile (Delambre, Bessel etc.) precum şi efectele lui asupra măsurătorilor, s-au perfecţionat aparatele de măsurare şi reprezentare şi s-au inventat altele noi, s-au dezvoltat metodele de calcul şi s-a descoperit metoda celor mai mici pătrate (m.c.m.p.) care dă posibilitatea obţinerii celor mai probabile rezultate, funcţie de datele de care dispune, s-a dezvoltat cartografia (ştiinţa reprezentării în plan a scoarţei terestre) etc. Tot de secolul al XIX-lea se leagă descoperirea fotografiei şi adaptarea ei la nevoile măsurătorilor şi reprezentărilor terestre.

Azi, ştiinţa măsurătorilor în ansamblul ei, cuprinzînd şi fotogrammetria, dispune de utilaje variate din ce în ce mai corespunzătoare cu obiectivul urmărit, precum şi de metode ce permit o bună rezolvare a tuturor problemelor ce se pun măsurătorilor.

La noi. Gh. Asachi în Moldova (1816) și Gh. Lazăr în Muntenia (1818) au organizat primele cursuri de inginerie geo-topografică. De numele lor și al elevilor lor se leagă, practic, primele măsurători efectuate pe baze științifice.

În anul 1864 se introduce sistemul metric și se încep vaste măsurători agrare. Valoarea acestor lucrări a fost totuși scăzută, atît ca urmare a faptului că mijloacele folosite au fost rudimentare, cît și a faptului că au avut caracter local, nefiind legate într-un sistem unitar.

În anul 1908 ia ființă Casa Rurală care a introdus mașina de calculat, compensarea empirică (Broniman) precum și calculul parcelar pe bază de coordonate.

Desăvîrșirea unității naționale după primul război mondial a marcat o etapă nouă în dezvoltarea științei măsurătorilor la noi. Ardealul și Bucovina erau dotate nu numai cu rețele geodezice ci și cu planuri cadastrale. Reforma agrară ce a avut loc a necesitat măsurarea a circa 6 milioane ha de pămînt. A fost necesară formarea urgentă de cadre de tehnicieni, dotarea cu aparatură și organizarea măsurătorilor.

În anul 1930 s-a introdus, pentru toată țara, proiecția stereografică pe un singur plan, iar în anul 1933 a apărut regulamentul geodezic. Între cele două războaie mondiale principalul volum de ridicări topografice s-a făcut fie pentru întocmirea evidenței cadastrale (evidența pămînturilor), fie pentru nevoi militare. Cea mai importantă instituție de măsurători de la noi „Direcția cadastrului" a căpătat o orientare juridică.

Direcția cadastrului întocmea planuri la scara 1:2500 și 1:5000 fără nivelment, iar Institutul Geografic al Armatei s-a ocupat de extinderea, racordarea și definitivarea rețelei geodezice (în acest scop a colaborat și Serviciul geodezic de pe lîngă Direcția cadastrului) precum și de întocmirea planurilor directoare de tragere (cu relief) la scara 1:20 000 și a hărților la scara 1:50 000, 1:100 000, 1:400 000 și 1:1 000 000.

Pentru nevoi specifice fiecare minister sau instituție s-a organizat sectar după nevoi și posibilități.

După 23 August 1944, ridicările topografice sînt puse în slujba colectivității, în slujba construirii socialismului. În această perioadă, principalul scop al ridicărilor topografice este acela de a se produce planurile după care să se întocmească și aplice proiectele construcțiilor socialiste. A fost necesară organizarea și dotarea unor servicii topografice care să fie în măsură să răspundă uriașelor sarcini ce stăteau în fața sectorului. O problemă grea a fost și aceea a pregătirii de specialiști.

În anul 1951 s-a introdus sistemul proiecției cilindrice transversale Gauss-Krüger care este un sistem internațional de proiecție și s-a adoptat ca elipsoid de referință elipsoidul Krasowski care este cel mai apropiat de figura pămîntului. Ridicările din sectorul civil folosesc azi un singur plan de proiecție „stereografic 1970".

Azi dispunem de servicii de ridicări topografice, bine organizate, dotate cu aparatură modernă (topografică și fotogrammetrică), încadrate cu tehnicieni și ingineri calificați.

1.1. PLANURI ŞI HĂRŢI

1.10 SCĂRI

În topografie, scara se defineşte ca fiind raportul constant dintre lungimile grafice (de pe plan) şi corespondentele lor orizontale din teren.

1.101. **Scări numerice.** Scările numerice se exprimă sub formă de raport avînd numărătorul egal cu unitatea. Numitorul arată de cîte ori este mai mare lungimea naturală decît cea de pe plan. Dacă se notează cu D o anumită distanţă din teren redusă la orizont şi cu d corespondentul ei pe plan rezultă:

$$\text{sc.} = \frac{d}{D} = \frac{1}{D/d} = \frac{1}{N} \qquad (1.2)$$

Scări standard. Conform STAS 2—49 scările standard pentru orice desen din industrie, construcţii, arhitectură, topografie şi desen sînt:

— mărimea naturală: scara 1 : 1;

— micşorări: scara $1 : 10^n$, $1 : 2.10^n$, $1 : 5.10^n$ (n fiind numărul întreg).

În cazul unei scări oarecare, de exemplu, 1 : 1 000 se înţelege că 1 mm de pe plan reprezintă 1 000 mm din teren adică 1 m, iar în cazul scării 1 : 25 000 înseamnă că 1 mm de pe plan reprezintă 25 m din teren etc.

Cu ajutorul relaţiei (1.2) se pot face orice transformări de lungimi. De exemplu o distanţă din teren $D = 85{,}65$ m la scara 1 : 5 000 va rezulta de $d = 17{,}13$ mm, iar 35 mm de pe un plan la scara 1 : 10 000 reprezintă 350 m în teren etc.

1.102. **Scări grafice.** Scările grafice sînt grafice gradate pe care sînt scrise de-a dreptul valorile lungimilor din teren la anumite scări. Scările grafice servesc la stabilirea cu rapiditate a distanţelor naturale, funcţie de cele de pe planuri şi invers.

Scările grafice simple sînt formate dintr-o linie gradată de obicei centimetric în dreapta originii şi milimetric în stînga originii (etalonul) (fig. 1.7). Scara grafică simplă se desenează pe plan lîngă „Legendă", la scara de redactare a planului. Evaluarea rapidă a unei distanţe de pe plan cu scara grafică se face astfel: se ia distanţa d de pe plan cu ajutorul unui distanţier şi se aplică pe scara grafică unde se citeşte de-a dreptul D. Întotdeauna acul din dreapta al distanţiereului se aşază pe acea gradaţie rotundă din dreapta originii pentru care acul din stînga cade peste etalon. În figura 1.7 se citeşte 139 m.

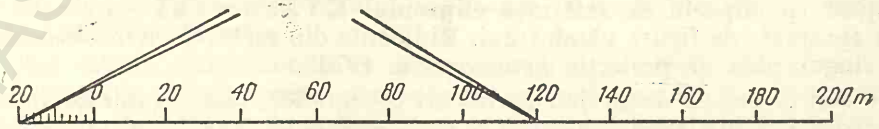


Fig. 1.7 — Scară simplă

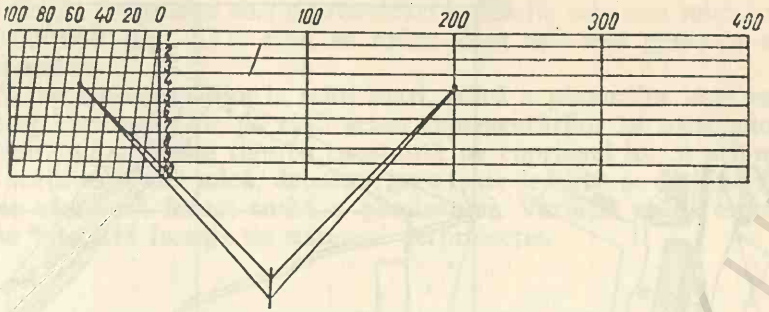


Fig. 1.8 — Scară grafică transversală

Scara grafică transversală numită și compusă permite o transformare mai precisă a distanțelor. Se construiește de obicei pe rigle metalice, pentru scările cele mai uzuale (fig. 1.8).

În figura 1.8 se arată o scară transversală și luarea, respectiv aplicarea distanței de 253,6 m, folosind distanțierul. Dacă distanța se aplică, se deschide distanțierul la 250, se aplică vîrful brațului stîng pe diviziunea 50 m în stînga originii și se coboară pe linia oblică pînă la diviziunea verticală 3,6. Apoi se așază vîrful drept al distanțierului pe verticala 200 la orizontala vîrfului stîng a distanțierului.

1.103. **Scară mică. Scară mare.** Scara unui plan este mare atunci cînd valoarea raportului de scară este mai mare, adică atunci cînd numitorul scării N este mic și invers, un numitor mare indică o scară mică. Evaluarea distanțelor pe planuri la scări mari se face, prin urmare cu mai mare exactitate decît pe planuri la scări mici. Astfel 0,2 mm, adică precizia curentă de evaluare a poziției unui punct pe un plan sau de aplicare a lui, reprezintă 0,2 m la scara 1 : 1 000 și 5 m la scara 1 : 25 000.

Mărimea scării condiționează totodată numărul și mărimea detaliilor topografice ce pot fi figurate pe plan. Pe măsură ce scara devine mai mică unele dimensiuni devin foarte mici, astfel că ele ori nu se mai figurează la scară (fîntîni, drumuri, căi ferate) ori nu se mai figurează de loc (case individuale, dependințe etc. cînd se reprezintă doar grupurile de case). În general, reprezentările la scări mari cuprind multe detalii, pe cînd reprezentările la scări mici pierd din detalii, în schimb, oferă mai ușor o privire de ansamblu.

Scările sînt totodată criterii de clasificare a planurilor și hărților.

1.11. PLANURI. HĂRȚI

Planurile sînt reprezentări la scări mari, în general la scările 1:50—1 : 10 000, cînd, corespunzător cu scara, suprafața redată este mică dar se redau multe detalii (fig. 1.9).

Hărțile sînt reprezentări la scări mici.

Hărțile topografice sînt reprezentări la scările 1 : 20 000 — 1 : 300 000 (fig. 1.10) ce se obțin de obicei, din prelucrarea planurilor la 1 : 10 000 eventual, unele, cele mai mari, de-a dreptul pe cale fotogrammetrică.

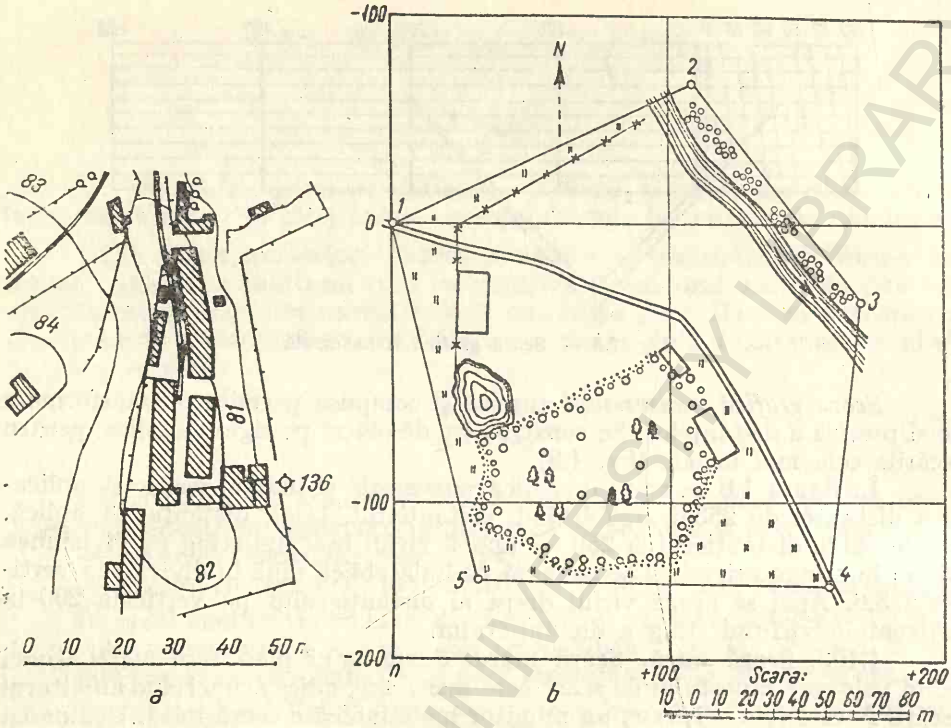


Fig. 1.9 — Plan topografic
a — o parte din teren; *b* — un sector delimitat

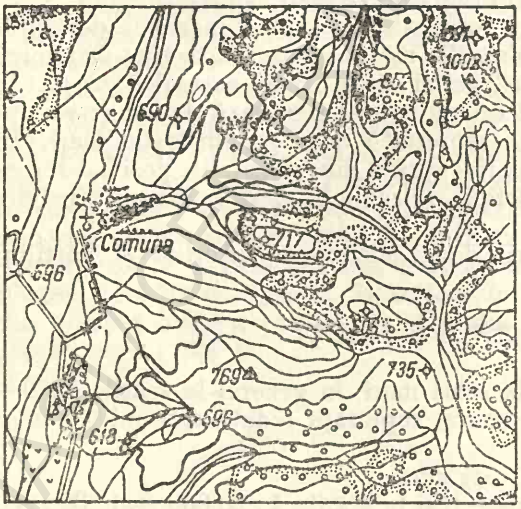


Fig. 1.10 — Hartă topografică

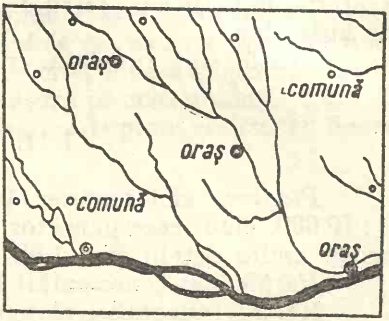


Fig. 1.11 — Hartă geografică

BCU UNIVERSITY LIBRARY

Hărțile geografice sînt reprezentări la scările cele mai mici 1 : 400 000 —1 : 5 000 000 (fig. 1.11) cînd se redau doar cele mai generale elemente ale terenului.

Scara reprezentărilor la scări mari, adică a planurilor este constantă pe întreg cuprinsul lor pe cînd scara reprezentărilor la scări mici, adică a hărților, nu mai este riguros constantă pe cuprinsul lor cu atît mai mult cu cît scara este mai mică, deoarece pe o foaie de hîrtie se cuprind suprafețe mari ce afectează forma curbă a pămîntului. Variația scării reprezentărilor este totodată funcție de sistemul de proiecție.

1.12. UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Pentru lungimi. La noi unitatea de măsură pentru lungimi este metrul cu multiplii și submultiplii lui, care a fost adoptat încă din 1864.

Majoritatea măsurătorilor vechi s-au făcut în stînjeni.

Stînjenul muntenesc	1 stj = 1,966500 m	sau	1 m = 0,508518 stj
Stînjenul moldovenesc	1 stj = 2,230000 m	sau	1 m = 0,448430 stj
Stînjenul ardelenesc	1 stj = 1,89648384 m	sau	1 m = 0,5272916 stj

Unitățile de măsură engleze și americane

1 milă = 1760 picioare = 1609,34 m; 1 milă marină = 10 cabeltown = 1852,2 m.
1 yard = 3 picioare = 36 inches = 91,44 m;
1 inch (țol) = 2,54 cm; 1 foot (picior) = 0,3048 m;
1 acru = 4067 m².

Pentru suprafețe. Unitățile de măsură ce derivă din sistemul metric al lungimilor printre care 1 ar = 100 m², 1 ha = 100 ari = 10 000 m² și 1 km² = 100 ha.

Pentru unghiuri. Unghiurile se măsoară în grade și radiani. Împărțirea în grade poate fi centesimală și sexagesimală. În gradația sexagesimală cercul este împărțit în 360 grade, gradul în 60 minute iar minutul în 60 secunde, adică 1° = 60′, 1′ = 60″ sau 360° = 21 600′ = 1 296 000″.

În gradația centesimală cercul este împărțit în 400 grade, gradul în 100 minute, iar minutul în 100 secunde, adică $1^g = 100^c$, $1^c = 100^{cc}$ sau $400^g = 40\,000^c = 4\,000\,000^{cc}$.

Mărimile corespondente în cele două sisteme:

$1° = 1^g,1111 \ldots$		$1^g = 0°54′ = 54′$
$1′ = 0^g,01852 = 1°85^{cc},2$	sau	$1^c = 0°00′32″,4 = 32″,4$
$1″ = 0^g,000309 = 3^{cc},09$		$1^{cc} = 0°00′00″32 = 0″,32$

Radianul este unghiul căruia i se opune un arc egal cu raza cercului pe care-l descrie și se obține făcînd raportul dintre valoarea unghiulară și cea liniară a cercului de rază unitară, adică:

$$\rho° = \frac{360°}{2 \cdot \pi} \text{ respectiv } \rho^g = \frac{400^g}{2 \cdot \pi} \qquad (1.3)$$

În secunde valoarea acestui factor (de transformare)

$$\rho'' = \frac{180 \cdot 60 \cdot 60''}{3 \cdot 14} = 206\,265'' \quad \text{şi} \quad \rho^{cc} = \frac{200 \cdot 100 \cdot 100''}{3 \cdot 14} = 636\,620^{cc}$$

1.13. AXE DE COORDONATE ŞI ORIENTĂRI

Pentru a se cunoaşte expoziţia versanţilor, a construcţiilor etc., faţă de direcţiile cardinale, este necesar ca planurile să fie orientate. Pentru aceasta este suficient să fie definită direcţia nordului. În teren, un plan este orientat atunci cînd direcţia nordului de pe plan este adusă în corespondenţă cu direcţia nordului din teren, cînd direcţiile de pe plan devin paralele cu corespondentele lor orizontale din teren.

Pentru ca un plan să rezulte orientat este necesar ca direcţiile să fie orientate. Prin orientarea unei direcţii se înţelege, în mod convenţional, unghiul pe care-l face acea direcţie cu direcţia nord, unghiul fiind considerat de la direcţia nord în spre dreapta pînă la direcţia în cauză (fig. 1.12). Orientările se notează cu θ şi pot avea valori pozitive cuprinse între 0^g şi 400^g respectiv $0°$ şi $360°$ (de ex. $\theta_{AB} = 86^g\,27^c\,66^{cc}$).

Întrucît poziţia punctelor se stabileşte în general pe cale trigonometrică, este necesar ca cercul trigonometric să fie considerat astfel, în acord cu orientările şi anume: cu originea în direcţia nord şi cu parcurgerea în sens direct (sensul mersului acelor ceasornicului). Acesta este cercul topografic (fig. 1.13) a cărui înfăţişare diferă de cercul trigonometric, totuşi legile trigonometrice sînt aceleaşi, lucru ce se observă şi din compararea valorilor liniilor trigonometrice cînd $\theta = \alpha$ (fig. 1.13).

Lucrul cu orientările este legat de sistemul cartezian de referinţă a punctelor în plan. În cadrul proiecţiilor folosite la noi, direcţia nord a sistemelor rectangulare de axe se notează cu x.

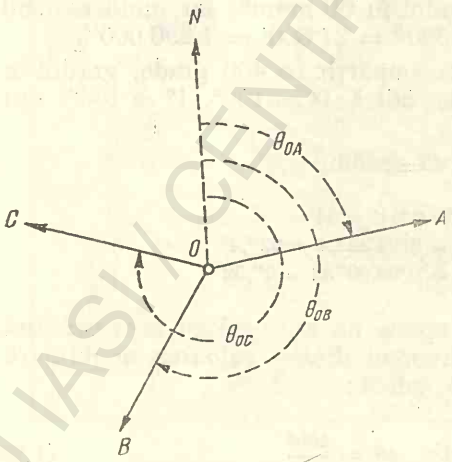


Fig. 1.12 — Orientarea direcţiilor

Avînd în vedere sistemul de axe rectangulare, precum şi faptul că prin fiecare punct se poate considera un meridian geografic şi unul magnetic înseamnă că o dreaptă definită de 2 puncte poate avea orientări de mărimi şi semnificaţii diferite. Dacă se consideră dreapta pe teren AB, determinată în sistemul de axe xoy (fig. 1.14) şi se duce direcţia nordului prin punctul A se observă că pot fi identificate mai multe direcţii ale nordului:

— direcţia ANm, adică direcţia nordului magnetic faţă de care dreapta AB formează unghiul θ_m — orientarea magnetică ce se măsoară cu busola;

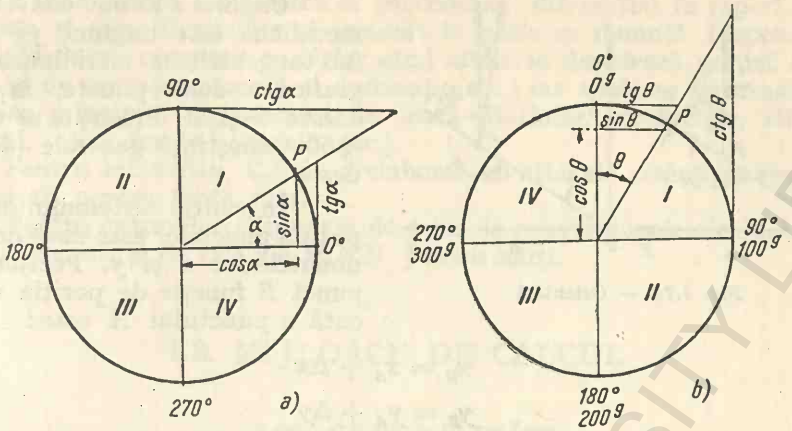


Fig. 1.13 — Cercul trigonometric *(a)* și cercul topografic *(b)*

— direcția AN_g, adică direcția nordului geografic al locului A: unghiul pe care-l face dreapta AB cu această direcție se numește azimutul direcției AB ce se notează cu A_z sau θ;

— direcția AN_gO paralelă în A la direcția meridianului geografic a originii O a sistemului de axe rectangulare față de care este definită dreapta AB și se notează cu θ_0.

Deoarece în practica curentă se știe întotdeauna cu ce fel de orientări se lucrează, notarea orientărilor se face cu θ afectat de indicele direcției în cauză, de exemplu θ_{AB} etc.

Dacă se cunosc unghiurile ε și δ se poate trece de la o orientare la alta astfel:

$$\theta = \theta_0 + \varepsilon \text{ și } \theta = \theta_m - \delta \qquad (1.4)$$

Unghiul δ este declinația magnetică a locului A la un moment dat respectiv diferența $\theta_m - \theta$. Precizări se fac la § 41. Ridicări cu busola precum și la § 22. Instrumente de măsurat unghiuri.

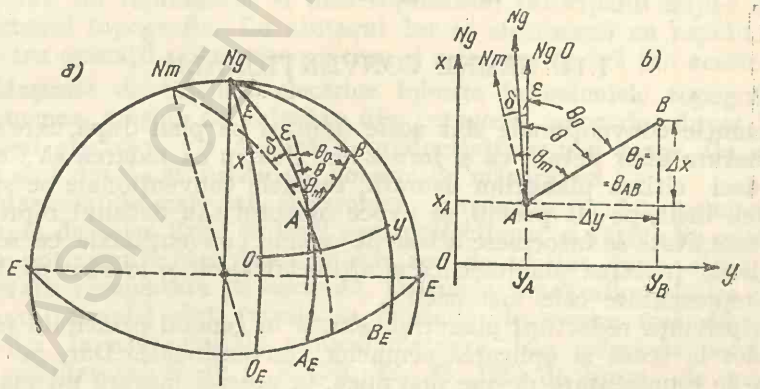


Fig. 1.14 — Axe de coordonate *(a)* și orientări *(b)*

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

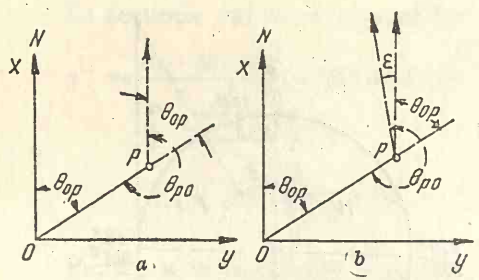


Fig. 1.15 — Orientări

Unghiul ε numit convergenţa meridiană este unghiul pe care-l fac tangentele la meridianele geografice a două puncte, în cazul acesta O şi A. Precizări se dau la § 50 Cunoştinţe generale (de geodezie).

În cadrul sistemului de axe, poziţia punctelor este dată de coordonatele lor x şi y. Poziţia unui punct B funcţie de poziţia cunoscută a punctului A este:

$$x_B = x_A + \Delta x$$
$$y_B = y_A + \Delta y \qquad (1.5)$$

unde:

Δx şi Δy se exprimă trigonometric funcţie de distanţa d dintre cele două puncte A şi B (redusă) şi de orientarea θ a laturii AB după direcţia N_gO.

$$\Delta x = d \cos \theta = d_{AB} \cos \theta_{AB}$$
$$\Delta y = d \sin \theta = d_{AB} \sin \theta_{AB} \qquad (1.6)$$

În cadrul unui sistem rectangular de referinţă, orientările se calculează întotdeauna după o paralelă la direcţia nordului, a originii sistemului, dusă prin punctul respectiv, adică după o paralelă la ON_g (fig. 1.14), respectiv ON (fig. 1.15). Se observă că orientările inverse diferă cu 200^g (fig. 1.15, *a*).

$$\theta_{PO} = \theta_{OP} + 200^g \qquad (1.7)$$

Dacă facem referire la azimutele direcţiilor se constată că ele diferă nu numai cu 200^g ci şi cu ε (convergenţa meridiană) (fig. 1.15., *b*).

$$\theta_{PO} = \theta_{OP} \pm 200^g + \varepsilon \qquad (1.8)$$

1.14. SEMNE CONVENŢIONALE

Semnele convenţionale sînt acele figurări pe plan după care se recunoaşte natura unor detalii ca şi forma lor. Pentru ca redarea să fie sugestivă şi deci citirea planurilor uşurată, semnele convenţionale se stabilesc în aşa fel, încît, pe cît posibil, să evoce obiectul sau detaliul reprezentat. Pentru exactitate se întocmesc atlase de semne convenţionale ce se referă atît la desen (redarea planimetrică şi altimetrică) cît şi la scris pentru scările de reprezentare cele mai uzuale.

În privinţa redactării planurilor există în general principiul reducerii distanţelor la scară şi aplicarea semnelor convenţionale. Dar, pe măsură ce scara de reprezentare devine mai mică, în aceeaşi măsură nu mai pot fi reprezentate la scară din ce în ce mai multe detalii, deoarece devin prea

BCU ARGENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

mici ca dimensiune. Cu acestea se procedează diferenţiat în raport cu importanţa şi semnificaţia lor şi anume: la unele se renunţă (dependinţele, şanţurile de pe marginea şoselelor etc.) altele se desenează grupat (casele, terenuri de aceeaşi aparenţă şi destinaţie etc.) iar altele se figurează părăsindu-se principiul reprezentării la scară (fîntînile, conductele, stîlpii de telegraf, căile ferate, şoselele etc.).

Pentru intravilan, C.S.A. a elaborat un atlas de semne convenţionale obligatorii pentru toată ţara.

Pentru extravilan dispunem de semnele convenţionale ale M.A.I.A.A. pentru planuri şi de cele ale M.A.N. pentru hărţi.

1.2. MIJLOACE DE CALCUL

1.20. GENERALITĂŢI

Prelucrarea datelor numerice obţinute din măsurători implică de obicei un volum important de calcule.

În general calculele se pot efectua cu nomograme, cu logaritmi, cu tabele, cu maşini de calcul manuale sau electrice, cînd sînt necesare şi tabele cu valorile naturale ale liniilor trigonometrice sin, cos, tg, ctg. precum şi cu maşini electronice.

Nomogramele sînt corespunzătoare calculelor expeditive, logaritmii sînt greoi, tabelele se folosesc în mod curent, maşinile de calcul de mînă se folosesc în mod extensiv în paralel cu minicalculatoarele care deja s-au impus pentru prelucrările ridicărilor curente. Compensările riguroase şi calculele ample se efectuează cu maşinile de calcul electronic de tip mediu.

1.21. MAŞINILE DE CALCULAT

Maşinile de calculat cu acţionare normală, care sînt de fapt maşini de adunat, au reprezentat şi încă reprezintă, principalul mijloc de calcul din sectorul topografic. Cu ajutorul lor se efectuează cu rapiditate toate cele patru operaţii aritmetice precum şi cele care derivă din acestea.

Maşinile de calculat electrice folosite în calculele topografice sînt de asemenea maşini de calculat din categoria celor de adunat. Datorită acţionării electrice, ele asigură o productivitate mai mare. Cu asemenea maşini sînt dotate şi institutele noastre de măsurători.

Maşinile de calculat electronice, construite pentru prima dată în Germania de către Zuse în 1942 s-au perfecţionat şi răspîndit relativ repede. Ele pot asigura efectuarea de mii, zeci de mii iar unele chiar milioane de operaţii elementare pe secundă. Calculele topografice clasice (care sînt în general simple) sînt avizate la maşinile electronice mai simple şi deci mai mici, la aşa-numitele minicalculatoare. Din categoria acestora face parte calculatorul Felix C E (30, 32, 33, 126) de birou, de construcţie românească, dar mai ales Olivetti (program 101). Calculele cum sînt cele

pe care le implică compensările (cu precădere cele riguroase) sau transcalculările etc. sînt dirijate către calculatoarele cu putere medie ca Felix 256 de construcţie românească, I.B.M. 360 etc.

1.22. TABELE

1.220. **Tabele de valori naturale.** O consecinţă directă a folosirii maşinii de calculat în calculele topografice a fost introducerea tabelelor de valori naturale ale liniilor trigonometrice sin, cos, tg şi ctg.

La noi, în decursul anilor s-au editat diferite tabele de valori naturale ale liniilor trigonometrice cu 6 zecimale de către I.G. Niculescu 1919 şi 1929 cu valori din minut în minut şi completări cu diferenţe tabulare din 10 în 10 secunde, D.I. Ciurileanu (1923 şi 1958) cu valori din 10 în 10 secunde, Gh. Constantinescu cu valori din minut în minut.

Toate tabelele conţin valorile naturale a liniilor trigonometrice în cadranul I (de la 0 la 100), urmînd ca mărimile unghiulare din celelalte cadrane să fie reduse la primul.

Reducerea la primul cadran a unghiurilor oarecare sau a orientărilor se face după legile cunoscute din trigonometrie sintetizate în tabelul 1.2. Se notează cu θ unghiul de orientare şi cu α unghiul, cu ajutorul căruia se face reducerea (fig. 1.16). Unghiul α se obţine prin suprimarea sutelor de grade. Regula reducerii la primul cadran poate fi sintetizată astfel: în cadranele cu soţ (2 şi 4) se va lua linia trigonometrică inversă, dar se va păstra semnul funcţiei trigonometrice iniţiale corespunzătoare cadranului. În cadranul trei se păstrează linia trigonometrică iniţială dar se schimbă semnul la liniile sinus şi cosinus.

În tabelul 1.3 se face o aplicaţie cu reducerea orientărilor la primul cadran şi extragerea valorilor naturale ale sinusurilor, cosinusurilor, tangentelor şi cotangentelor orientărilor respective.

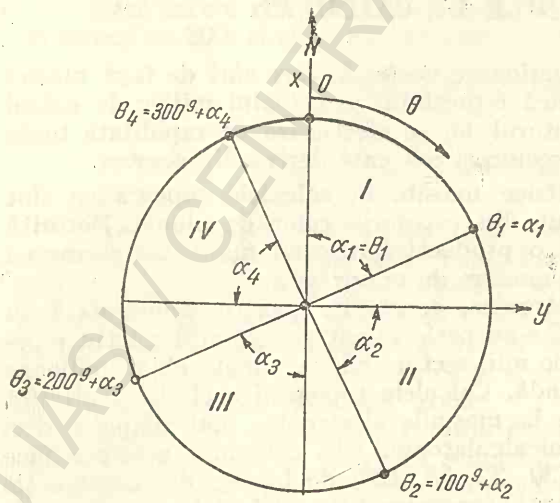


Fig. 1.16 — Reducerea la primul cadran

1.221. **Tabele de coordonate.** Pentru anumite calcule specifice de mare volum şi anume reducerea distanţelor la orizont şi calculul punctelor de drumuire şi radiere (relaţiile 1.6) s-au întocmit tabele care dau de-a dreptul produsul distanţei cu cosinusul unghiului de pantă, precum şi produsul distanţei (reduse) cu sinusul şi cosinusul orientării. Intrarea în tabele se face cu orientarea şi cu distanţa. Asemenea tabele au publicat la noi D.I. Ciurileanu în 1953 (Tabele de coordonate topografice) şi Gh. Agapie în 1958.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 1.2 REDUCEREA UNGHIURILOR LA PRIMUL CADRAN

	Cadranul I $\theta_1 = \alpha_1$	Cadranul II $\theta_2 = 100^g + \alpha_2$	Cadranul III $\theta_3 = 200^g + \alpha_3$	Cadranul IV $\theta_4 = 300^g + \alpha_4$
sin θ	+ sin α_1	+ cos α_2	− sin α_3	− cos α_4
cos θ	+ cos α_1	− sin α_2	− cos α_3	+ sin α_4
tg θ	+ tg α_1	− ctg α_2	+ tg α_3	− ctg α_4
ctg θ	+ ctg α_1	− tg α_2	+ ctg α_3	− tg α_4

Tabelul 1.3 VALORILE NATURALE ALE UNOR LINII TRIGONOMETRICE ÎN CELE 4 CADRANE

sin	$27^g\ 17^c\ 38^{cc} = +\sin$	$27^g\ 17^c\ 38^{cc} = +0{,}414001$
cos	$27^g\ 17^c\ 38^{cc} = +\cos$	$27^g\ 17^c\ 38^{cc} = +0{,}910276$
tg	$27^g\ 17^c\ 38^{cc} = +\mathrm{tg}$	$27^g\ 17^c\ 38^{cc} = +0{,}454808$
ctg	$27^g\ 17^c\ 38^{cc} = +\mathrm{ctg}$	$27^g\ 17^c\ 38^{cc} = +2{,}198728$
sin	$137^g\ 47^c\ 83^{cc} = +\cos$	$37^g\ 47^c\ 83^{cc} = +0{,}831659$
cos	$137^g\ 47^c\ 83^{cc} = -\sin$	$37^g\ 47^c\ 83^{cc} = -0{,}554287$
tg	$137^g\ 47^c\ 83^{cc} = -\mathrm{ctg}$	$37^g\ 47^c\ 83^{cc} = -1{,}497715$
ctg	$137^g\ 47^c\ 83^{cc} = -\mathrm{tg}$	$37^g\ 47^c\ 83^{cc} = -0{,}667686$
sin	$279^g\ 85^c\ 06^{cc} = -\sin$	$79^g\ 85^c\ 06^{cc} = -0{,}950327$
cos	$279^g\ 85^c\ 06^{cc} = -\cos$	$79^g\ 85^c\ 06^{cc} = -0{,}311248$
tg	$279^g\ 85^c\ 06^{cc} = +\mathrm{tg}$	$79^g\ 85^c\ 06^{cc} = +3{,}053296$
ctg	$279^g\ 85^c\ 06^{cc} = +\mathrm{ctg}$	$79^g\ 85^c\ 06^{cc} = +0{,}327515$
sin	$388^g\ 16^c\ 90^{cc} = -\cos$	$88^g\ 16^c\ 90^{cc} = -0{,}184773$
cos	$388^g\ 16^c\ 90^{cc} = +\sin$	$88^g\ 16^c\ 90^{cc} = +0{,}982781$
tg	$388^g\ 16^c\ 90^{cc} = -\mathrm{ctg}$	$88^g\ 16^c\ 90^{cc} = -0{,}188010$
ctg	$388^g\ 16^c\ 90^{cc} = -\mathrm{tg}$	$88^g\ 16^c\ 90^{cc} = -5{,}318940$

1.23. NOMOGRAME

Nomogramele şi diagramele sînt grafice de calcul.

Diagramele sînt reprezentări grafice prin una sau mai multe curbe, a unor relaţii între două sau trei variabile de forma $y = f(x)$ sau $z = f(x, y)$. Nomogramele sînt construcţii grafice care permit citirea funcţiilor de mai multe variabile pentru toate soluţiile posibile. Deci pentru fiecare calcul este necesară o nomogramă specifică. În figura 1.17 se dă o nomogramă pentru reducerea distanţelor la orizont precum şi pentru calculul relativelor (relaţiile 1.6).

Tabele de nomograme topografice a publicat la noi Ion Coflea.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

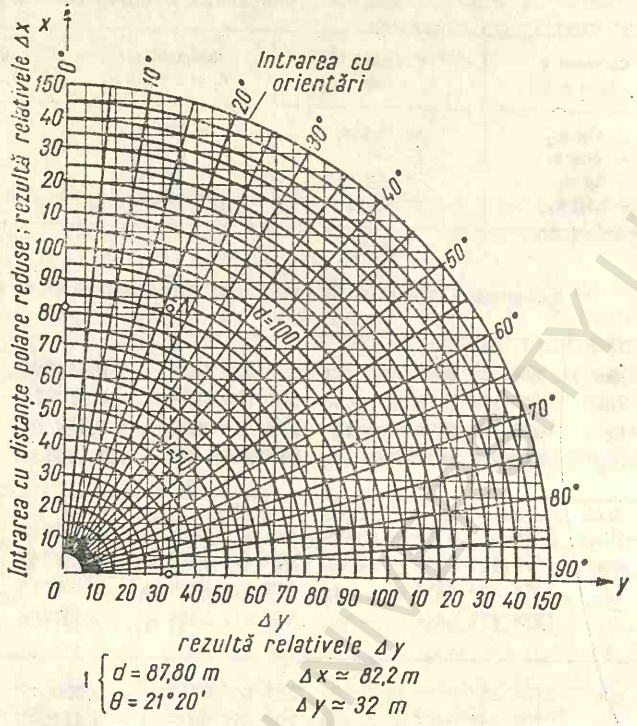


Fig. 1.17 — Nomogramă pentru determinarea şi controlul relativelor

Precizia nomogramelor este funcţie de scara la care sînt desenate şi de modul de execuţie. În general ele servesc doar la calcule de control aproximativ precum şi la calcule în lucrări expeditive.

1.3. NOŢIUNI ASUPRA ERORILOR ÎN RIDICĂRILE TOPOGRAFICE

1.30 NOŢIUNI DE BAZĂ

1.300. **Erori şi scopul abordării lor.** Dacă o mărime este măsurată de mai multe ori, chiar în aceleaşi condiţii, de fiecare dată se obţine o altă valoare, nu riguros aceeaşi. Aşadar, mărimile obţinute din măsurători sînt afectate întotdeauna de erori.

Cauzele erorilor sînt multiple şi se datorează: aparatelor de măsurat (erori instrumentale), observatorului (erori personale) şi influenţelor mediului în care se fac măsurătorile (erori de mediu), precum şi variaţiilor acestor cauze. Valoarea adevărată (reală, perfectă) X a mărimilor nu este

accesibilă practicii, de aceea este doar o noţiune teoretică. Important este faptul că practica se mulţumeşte cu valori apropiate, însă apropiate într-un anumit grad în raport cu scopul pentru care se fac măsurătorile.

Cunoaşterea gradului de apropiere de valoarea adevărată constituie unul din obiectivele calculului erorilor.

Eroarea valorii măsurate a unei mărimi, faţă de o anumită valoare a acelei mărimi considerată ca justă, este diferenţa în mărime şi semn dintre valoarea măsurată l şi acea valoare de referinţă X_0.

$$e = l - X_0 \tag{1.9}$$

De exemplu, dacă măsurarea unei distanţe a dat $l = 78{,}33$ m, iar valoarea considerată ca justă a acelei distanţe este $X_0 = 78{,}35$ m, rezultă $e = 78{,}33 - 78{,}35 = -0{,}02$ m.

Corecţia este egală şi de semn contrar cu eroarea.

$$c = -e \tag{1.10}$$

În cazul dat $c = -e = -(-0{,}02)\,m = +0{,}02$ m. Adică valorii $l = 78{,}33$ trebuie să i se adauge $+0{,}02$ m pentru a se obţine $X_0 = 78{,}35$ m.

Pentru o valoare măsurată l mărimea considerată ca justă poate fi una obţinută din mai multe măsurători sau cu instrumente mai perfecţionate sau prin metode mai precise. Dar nici valoarea de referinţă nu este perfectă, deoarece şi ea a fost obţinută din măsurători şi este, aşadar, afectată şi ea de erori.

De aceea, cunoaşterea cazurilor de erori, a felului cum afectează ele măsurătorile, precum şi a felului cum se propagă este de o deosebită importanţă.

Calculul erorilor are ca scop:

— să stabilească instrumentele (precizia lor) care trebuie să fie întrebuinţate în măsurători pentru a se obţine anumite precizii;

— să calculeze numărul de măsurători care trebuie efectuate asupra unei mărimi cu un instrument dat, pentru a se obţine precizia cerută;

— să stabilească precizia măsurătorilor efectuate, precizie care, în funcţie de utilajul întrebuinţat, reflectă priceperea şi atenţia operatorului;

— să ajute la stabilirea toleranţelor şi a normelor de lucru etc.

1.301. **Ecart. Ecart maxim. Toleranţe.** Prin ecart se înţelege diferenţa dintre două valori oarecare ale unui şir de valori obţinute prin măsurarea repetată a aceleiaşi mărimi. Ecartul maxim reprezintă diferenţa dintre valoarea cea mai mare şi cea mai mică a şirului de valori. Toleranţa este ecartul maxim admisibil.

1.302. **Clasificarea erorilor.** Erorile pot fi privite din punctul de vedere al mărimii lor şi din punctul de vedere al cauzelor şi a modului cum se propagă.

Din punctul de vedere al mărimii, erorile pot fi mici (tolerabile) şi mari (intolerabile). Erorile mici, numite şi erori propriu-zise, sînt nepotriviri mici, inevitabile, profund legate de activitatea inginerească. Ele constituie obiectul calculului erorilor. Erorile mari, numite şi greşeli, sînt nepotriviri grosolane, intolerabile.

Din punctul de vedere al cauzelor şi modului cum se propagă se disting erori sistematice şi erori întîmplătoare.

1.303 Erori sistematice, întîmplătoare şi grosolane (greşeli).

1.3030. *Erorile sistematice* sînt erorile provocate de cauze permanente şi au în fiecare caz o mărime determinată constantă sau variabilă după o lege anumită.

Erorile sistematice sînt erorile controlabile ale aparatelor de măsurat, ale metodelor de măsurare, precum şi ale influenţelor controlabile ale mediului în cadrul căruia se fac măsurătorile.

Erorile sistematice de mărime constantă sînt provocate de eroarea de lungime a unui instrument de măsurat lungimi, întinderea sistematic de altă valoare (dar constantă) a instrumentului de măsurat lungimi decît la etalonare şi temperatura de măsurare alta decît cea de etalonare (dar constantă). O astfel de eroare este foarte periculoasă, deoarece ea se însumează cu fiecare măsurătoare. Astfel, dacă eroarea sistematică unitară ce caracterizează instrumentul este e_{su} şi el se cuprinde de n ori în distanţa D, eroarea sistematică totală a rezultatului va fi:

$$e_{st} = e_{su} \cdot n \tag{1.11}$$

De exemplu: fiind de măsurat distanţa de 120 m cu o ruletă de 20 m, care confruntată cu un etalon s-a dovedit a avea nu 20,00 m ci 20,02 m se produce o eroare sistematică de 2 cm cu fiecare aplicare a panglicii, ceea ce dă $e_{st} = 2 \text{ cm } \frac{120}{20} = 12$ cm. Avînd în vedere relaţia (1.9) rezultă $e_{st} = (20{,}00 - 20{,}02) \cdot \frac{120}{20} = -0{,}12$ m. Luînd apoi în considerare relaţia (1.10) rezultă corecţia $c = -(-0{,}12 \text{ m}) = +0{,}12$ m. Aşadar, distanţa măsurată de 120 m va fi corectată cu + 0,12 m devenind 120,12 m.

Cazul erorilor sistematice de mărime variabilă (bineînţeles după legi determinate şi nu întîmplătoare, cînd nu ar mai fi sistematice ci accidentale) este ceva mai deosebit putînd fi progresive, periodice şi complexe. Ele sînt provocate, în general, de instrumentele de măsurat unghiuri (de exemplu: eroarea de orizontalitate a axului secundar al teodolitului, eroarea de centricitate a alidadei faţă de limb etc. vezi § 234).

În general, erorile sistematice, de orice natură ar fi ele, sînt întotdeauna controlabile şi prin urmare efectul lor poate fi anulat (uneori prin calcule cînd se aduc corecţii, alteori prin metoda de măsurare). Dacă se neglijează pot avea consecinţe grave asupra rezultatului, deoarece, aşa cum s-a văzut, legea propagării lor este foarte defavorabilă.

1.3031. *Erorile întîmplătoare* (accidentale, aleatoare) sînt erorile care însoţesc întotdeauna orice măsurătoare, care se produc accidental cînd într-un sens cînd în altul, a căror mărime şi sens de producere nu pot fi cunoscute.

Erorile întîmplătoare sînt consecinţa a numeroase cauze avînd fiecare un efect slab. Aceste cauze ţin de fluctuaţiile accidentale ale influenţelor mediului în care au loc măsurătorile, ale aparatelor de măsurat şi de fluctuaţiile de atenţie ale operatorului, precum şi, în general, de posibilităţile operatorului şi performanţele instrumentului.

Erorile întîmplătoare nu sînt controlabile, totuşi considerate în ansamblul lor, ele se supun legilor probabilităţii şi anume:

— probabilitatea producerii erorilor negative este egală cu probabilitatea producerii erorilor pozitive;

— probabilitatea producerii erorilor mici este mai mare decît probabilitatea producerii erorilor mari.

Totodată este evident că pe măsură ce se utilizează un instrument mai perfecționat, pe măsură ce metoda de măsurare este mai precisă și măsurarea se face în condiții de mediu favorabile de către operatori cu aptitudini, bine instruiți, în aceeași măsură erorile vor fi mai mici.

Erorile întîmplătoare nu pot fi anulate, însă ținînd seama de legile probabilității, efectul lor poate fi micșorat. Calculul erorilor și teoria erorilor în general se referă la erorile întîmplătoare.

1.3032. *Greșelile* — ca erori mari — sînt de obicei consecința neatenției, sau mai grav a nepriceperii operatorului, precum și a deranjării neștiute a aparaturii, a neglijării unui izvor important de erori, a citirii sau a înscrierii greșite a valorilor în carnet etc. Orice valoare ce depășește toleranța este considerată greșită. Pentru a se evita strecurarea greșelilor este necesar ca toate operațiile de măsurare și calcule să fie controlate.

1.304. **Măsurători directe, indirecte și condiționate.** Măsurătorile sînt *directe* atunci cînd mărimea de măsurat se obține prin aplicarea directă peste ea a instrumentului de măsurat. De exemplu: o distanță ce se obține cu o ruletă ce se întinde în lungul ei.

Măsurătorile sînt *indirecte* atunci cînd mărimea de determinat nu se obține direct din măsurătoare ci în funcție de alte mărimi măsurate. De exemplu: laturile nemăsurate ale unui triunghi oarecare în care s-au măsurat două unghiuri și o latură etc.

Măsurătorile sînt *condiționate* atunci cînd mărimile rezultate trebuie să îndeplinească anumite condiții precise. De exemplu suma unghiurilor într-un triunghi plan trebuie să fie 200^g respectiv $180°$ etc.

1.31. ERORILE ÎNTÎMPLĂTOARE ÎN MĂSURĂTORILE DIRECTE DE PONDERI EGALE

Dacă o mărime (unghi sau distanță) se măsoară de-a dreptul, de mai multe ori, de către același operator cu același instrument, în aceleași condiții de mediu, nu există nici un motiv ca unor rezultate să li se acorde o altă importanță decît celorlalte. Se zice că măsurătorile sînt de aceeași greutate sau pondere, că sînt de aceeași precizie și prin urmare de aceeași valoare practică.

1.310. **Valoare medie.** Dacă asupra unei mărimi se efectuează n măsurători de aceeași pondere și se obțin valorile individuale $l_1, l_2, l_3 \ldots l_n$, ce se încadrează în toleranțe, înseamnă pe de o parte că măsurătorile individuale sînt bune iar pe de alta că prin facerea mediei L se obține o valoare mai probabilă.

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \ldots + l_n}{n} = \frac{\Sigma l_i}{n} = \bar{l} \qquad (1.12)$$

Aşa s-a procedat din cele mai vechi timpuri, iar ulterior s-a demonstrat că *valoarea medie* reprezintă *cea mai probabilă* valoare a mărimii funcţie de măsurătorile efectuate.

1.311. **Erori aparente.** Diferenţa în mărime şi semn dintre o valoare individuală l_i a unui şir de măsurători directe de aceeaşi pondere efectuate asupra unei mărimi şi valoarea medie L a şirului se numeşte eroare aparentă şi se notează cu v_i.

$$v_i = l_i - L \tag{1.13}$$

Eroarea se numeşte aparentă, deoarece se referă nu la valoarea reală ci la valoarea medie care este doar acceptată ca valoare de referinţă. Totodată se ştie că mărimea valorii medii este funcţie de aparat, număr de măsurători, mediu şi operator.

O proprietate importantă a acestor erori este aceea că *suma lor algebrică este nulă.* Într-adevăr, dacă se ia:

$$\begin{aligned} l_1 - L &= \pm v_1 \\ l_2 - L &= \pm v_2 \\ &\vdots \\ l_n - L &= \pm v_n \end{aligned} \tag{1.14}$$

şi se notează după Gauss $\pm v_1 \pm v_2 \pm \ldots \pm v_n = [v]$ (1.15)

prin însumarea relaţiilor (1.14) şi împărţirea cu n rezultă:

$$\frac{l_1 + l_2 + \ldots + l_n}{n} - L = \frac{[v]}{n} \tag{1.16}$$

Avînd în vedere relaţia (1.12) rezultă că primul termen al expresiei (1.16) este nul. Deoarece $n \neq 0$ rezultă

$$[v] = 0 \tag{1.17}$$

Însumarea algebrică a erorilor aparente fiind nulă nu poate caracteriza precizia valorii medii. Această proprietate a erorilor aparente este importantă în operaţiile de control.

O altă proprietate importantă a erorilor aparente este aceea că *suma pătratelor lor trece printr-un minim.* Plecînd de la relaţiile (1.14) care se ridică la pătrat, se însumează şi se notează după Gauss:

$$v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2 = [vv] \tag{1.18}$$

Înlocuind şi punînd condiţia de minim:

$$f(L) = (l_1 - L)^2 + (l_2 - L)^2 + \ldots + (l_n - L)^2 = [vv] = \text{minim}$$

se derivează funcţie de L şi se egalează cu zero.

$$\begin{aligned} l'(L) &= 2(l_1 - L) + 2(l_2 - L) + \ldots + 2(l_n - L) = 0 \\ f'(L) &= 2nL - 2(l_1 + l_2 + \ldots + l_n) = 0 \end{aligned} \tag{1.19}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

de unde rezultă tocmai relația (1.12) care dă valoarea medie L a șirului pentru care derivata se anulează.

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \ldots + l_n}{n}$$

Valoarea este minimă deoarece $l''(L) = 2n > 0$

Tabelul 1.4. SUMA ALGEBRICĂ A ERORILOR APARENTE

Nr.	l_m	L_m	v_{cm}	v^2_{cm}
1	55,12	55,14	−2	4
2	55,14	55,14	0	0
3	55,15	55,14	+1	1
4	55,15	55,14	+1	1
		Suma	0	6

Asta înseamnă că orice altă valoare s-ar lua în locul valorii medii va da erori mai mari dacă s-ar face diferența dintre măsurătorile individuale și acea valoare.

În tabelul 1.4 se dă un exemplu de însumare algebrică pătratică a erorilor aparente.

Dacă în locul mediei $L = 55{,}14$ s-ar lua o altă valoare (mai probabilă) de exemplu: 55,15 ar rezulta erorile $3^2 + 1^2 + 0 + 0 = 10$ cm², deci mai mare decît 6 cm².

Asupra problemei acesteia a sumei pătratelor erorilor se va reveni la § 1.318.

1.312 **Precizie și exactitate.** *Prin precizie* se înțelege gradul de grupare (strînsă) a rezultatelor unor măsurători. Practic, gradul de grupare este dat de erorile aparente: cu cît sînt mai mici cu atît sînt mai grupate și deci cu atît mai mare este precizia măsurătorilor. Așadar, precizia este invers proporțională cu erorile.

Desigur, precizia poate fi socotită în general (cum s-a arătat), dar și drept caracteristică metrologică a unui instrument de măsurare. De aceea, făcînd referire la un operator experimentat, ce lucrează cu un instrument în condiții de mediu favorabile, erorile aparente v vor caracteriza instrumentul adică precizia lui.

Prin urmare un instrument este cu atît mai precis cu cît rezultatele măsurătorilor efectuate cu el sînt mai strînse. Asta nu înseamnă în mod necesar că valoarea medie este foarte apropiată de valoarea reală decît în măsura în care măsurătorile nu sînt afectate de erori sistematice. Dacă există erori sistematice, chiar în cazul unei grupări foarte strînse a rezultatelor individuale, rezultatul nu este apropiat de valoarea reală. Gradul de apropiere a unei determinări (simple sau medii) față de valoarea adevărată a mărimii măsurate se numește *exactitate.*

Deci precizia este o noțiune legată de erorile întîmplătoare aparente iar exactitatea o noțiune dependentă și de erorile sistematice.

1.313. **Eroarea medie pătratică a unei singure măsurători** e_q. După cum s-a arătat la § 1.311, erorile aparente caracterizează măsurătorile. Dar ansamblul erorilor aparente v, luate sub forma sumei lor (algebrice) nu poate fi criteriu de precizie deoarece, așa cum arată relația (1.17), $[v] = 0$, ceea ce ar însemna că rezultatul obținut este fără erori, adică ar fi tocmai valoarea reală, ceea ce este o absurditate deoarece orice măsurătoare sau rezultat este afectat de erori iar valoarea reală este inaccesibilă practicii. De aceea, ansamblul erorilor aparente v se poate lua fie sub forma

unei medii aritmetice $\frac{\Sigma|v|}{n}$ fie sub forma unei medii pătratice $\frac{\Sigma[v^2]}{n}$ ce

ţinînd seama de relaţia (1.18) se scrie $\frac{[vv]}{n}$, respectiv $\pm\sqrt{\frac{[vv]}{n}}$.

Sub această formă relaţia nu are aplicabilitate generală deoarece în cazul unei singure măsurători $n = 1$ ar da $\frac{0}{1}$ adică zero, ceea ce nu este posibil. De aceea se scrie sub forma (1.20):

$$e_q = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} = \pm\sqrt{\frac{\Sigma(l_i - l)^2}{n-1}} = \sigma \tag{1.20}$$

numită şi eroare standard, ce are aplicabilitate şi pentru $n = 1$ cînd dă $e_q = \pm\sqrt{\frac{0}{0}}$ = nedeterminare, lucru evident. Dacă n este mare (1.20) se poate utiliza şi sub forma $\sqrt{\frac{[vv]}{n}}$.

Eroarea e_q este de o deosebită importanţă teoretică şi practică, deoarece ea caracterizează precizia unei măsurători, fapt pentru care se numeşte eroarea medie pătratică aparentă a unei singure măsurători şi evident caracterizează precizia aparatului.

Aplicaţie: Făcînd referire la măsurătorile date în tabelul 1.4 rezultă

$$e_q = \pm\sqrt{\frac{6}{3}} = \pm\sqrt{2}$$

1.314. **Eroarea medie a mediei.** Dacă asupra unei mărimi s-au efectuat mai multe măsurători şi s-au obţinut mărimile individuale l_1, l_2 ... l_n funcţie de care se calculează valoarea medie L (relaţia 1.12) se pune întrebarea care este gradul de apropiere a valorii medii L de valoarea adevărată X, socotind lucrurile din punct de vedere strict al erorilor aparente.

Notînd erorile reale cu ε se poate scrie:

$$\begin{aligned} l_1 - X &= \pm\,\varepsilon_1 \\ l_2 - X &= \pm\,\varepsilon_2 \\ &\vdots \\ l_n - X &= \pm\,\varepsilon_n \end{aligned} \tag{1.21}$$

Adunînd pe coloane şi împărţind la n rezultă:

$$\frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n} - X = \frac{\pm\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \pm \dots \pm \varepsilon_n}{n} \tag{1.22}$$

Avînd în vedere relaţia (1.12) şi notînd cu e_m eroarea medie L faţă de X

$$e_m = L - X \tag{1.23}$$

rezultă:

$$e_m = \frac{\pm\varepsilon_1 \pm \varepsilon_2 \pm \dots \pm \varepsilon_n}{n} \tag{1.24}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru îndepărtarea semnelor se ridică la pătrat

$$e_m^2 = \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_n^2 + 2(\pm\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1\varepsilon_3 \ldots \pm \varepsilon_{n-1}\varepsilon_n)}{n^2} \tag{1.25}$$

Întrucît semnele erorilor alternează, suma dublelor produse se echilibrează oarecum, astfel că se poate neglija. Dacă se introduce notația Gauss (1.18) se obține:

$$e_m^2 = \frac{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon_n^2}{n^2} = \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n^2} \tag{1.26}$$

Dar expresia nu este operabilă din cauză că erorile adevărate ε nu sînt cunoscute. De aceea se va apela la erorile aparente v. Plecînd de la relațiile (1.14) și (1.21) care au comun mărimile individuale l ce se vor elimina și ținînd seama de relația (1.23) se obține:

$$\begin{aligned} e_m \pm v_1 &= \pm \varepsilon_1 \\ e_m \pm v_2 &= \pm \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ e_m \pm v_n &= \pm \varepsilon_n \end{aligned} \tag{1.27}$$

Întrucît în relația (1.26) necunoscutele sînt $(\varepsilon\varepsilon)$ se va căuta ca din relațiile (1.27) să se exprime aceleași necunoscute care apoi să se înlocuiască în (1.26). Pentru aceasta se ridică la pătrat relația (1.27):

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^2 &= e_m^2 + v_1^2 \pm 2\, e_m\, v_1 \\ \varepsilon_2^2 &= e_m^2 + v_2^2 \pm 2\, e_m\, v_2 \\ \varepsilon_n^2 &= e_m^2 + v_n^2 \pm 2\, e_m\, v_n \end{aligned} \tag{1.28}$$

Adunînd pe coloane, rezultă:

$$[\varepsilon\varepsilon] = n \cdot e_m^2 + [vv] \pm 2e_m\,[v] \tag{1.29}$$

Deoarece conform relației (1.17), $[v] = 0$, ultimul termen al membrului al doilea este egal cu zero, relația (1.29) devine:

$$[\varepsilon\varepsilon] = n \cdot e_m^2 + [vv] \tag{1.30}$$

Eliminînd erorile reale necunoscute $[\varepsilon\varepsilon]$ din relațiile (1.26) și (1.30) se obține:

$e_m^2\, n^2 = n e_m^2 + [vv]$ de unde:

$$e_m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} \tag{1.31}$$

Aceasta este expresia erorii medii pătratice (imprecizia) a valorii medii, exprimată în funcție de erorile aparente v care sînt cunoscute.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Avînd în vedere relaţia (1.20) expresia (1.31) se poate da sub forma:

$$e_m = \pm \frac{e_q}{\sqrt{n}} \tag{1.32}$$

ce stabileşte legătura dintre imprecizia unei singure măsurători e_q (imprecizia aparatului) şi imprecizia valorii medii e_m (imprecizia rezultatului). Aceasta este o relaţie deosebit de importantă.

Se observă că eroarea ce caracterizează rezultatul se reduce cu radical din numărul măsurătorilor. Această lege, respectiv relaţia (1.32), exprimată grafic în figura 1.18, arată sugestiv proporţia reducerii erorii. Curba arată că primele 3—6 repetări reduc sensibil eroarea, pe cînd celelalte, pe măsură ce ordinul măsurătorii, adică n, creşte, produc un efect din ce în ce mai puţin simţit. Pentru a se reduce de 10 ori eroarea sînt necesare 100 măsurători. De aceea, privind problema şi sub raport economic, rezultă că pentru rezultate precise (e_m mic) trebuie folosite aparate precise (e_q mic) astfel încît precizia urmărită să fie atinsă dintr-o singură măsurătoare sau dintr-un număr mic de repetări.

Relaţia (1.32) se mai poate pune sub forma (1.33):

$$e_q = \pm e_m \sqrt{n} \tag{1.33}$$

cu ajutorul căreia se stabileşte precizia instrumentului ce trebuie folosit într-un caz dat, sau sub forma (1.34) ce arată de cîte ori trebuie măsurată o mărime, cu un instrument de precizie dată, pentru a se obţine o anumită precizie:

$$n = \left(\frac{e_q}{e_m}\right)^2 \tag{1.34}$$

Aplicaţii: 1. Făcînd referire la măsurătorile date în tabelul 1.4 să se calculeze e_m. Aplicînd relaţia (1.31) rezultă:

$$e_m = \pm \sqrt{\frac{6}{4 \cdot 3}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

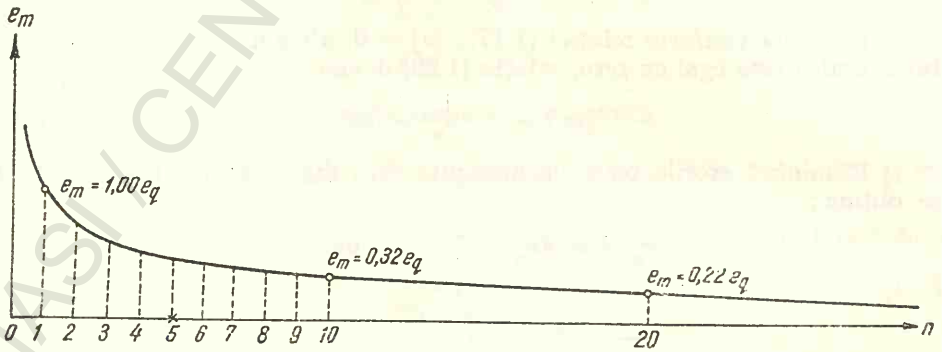


Fig. 1.18 — Curba $e_m = \pm \frac{e_q}{\sqrt{n}}$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2. Care trebuie să fie precizia unui instrument de măsurat unghiuri pentru a se obține o precizie de 5^{cc} din 4 măsurători? Se aplică relația (1.33):

$$e_q = \pm 5^{cc}\sqrt{4} = \pm 10^{cc}$$

3. De cîte ori trebuie măsurat un unghi cu un instrument de măsurat unghiuri a cărui precizie este de 20^{cc} pentru a se obține o precizie de 5^{cc}. Se aplică relația (1.34):

$$n = \left(\frac{20}{5}\right)^2 = \frac{400}{25} = 16$$

1.315. **Probabilitate. Frecvență.** Probabilitatea producerii unui eveniment întîmplător este raportul dintre numărul de cazuri favorabile (sau nefavorabile) în număr de m și numărul de cazuri posibile n, cu condiția ca toate cazurile să fie egal posibile, adică:

$$p_m = \frac{m}{n} = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}} \tag{1.35}$$

Pentru exemplificare să presupunem că într-o urnă se găsesc a bile albe și b bile negre. Cazurile favorabile scoaterii unei bile albe a din totalul de bile albe plus negre $a + b$ vor fi date de raportul:

$$p_{(a)} = \frac{a}{a+b} \tag{1.36}$$

Dacă se cere scoatera unei bile albe sau negre evenimentul se produce cu certitudine deoarece:

$$p_{(a+b)} = \frac{a+b}{a+b} = 1 \tag{1.37}$$

Dacă se cere scoaterea unei bile de o culoare ce nu există în urnă, de exemplu verde, evenimentul favorabil nu se produce

$$p_{(v)} = \frac{0}{a+b} = 0 \tag{1.38}$$

Așadar, posibilitatea variază în limitele 0 și 1

$$0 < p < 1 \tag{1.39}$$

Probabilitatea compusă se definește ca fiind produsul probabilităților simple, adică:

$$p = p_1 \cdot p_2 \tag{1.40}$$

În cazul bilelor albe și negre dacă se dispune de două urne în care se găsesc bilele $a_1 + b_1$, și respectiv $a_2 + b_2$, posibilitatea de a scoate cîte o bilă albă din a doua urnă, de fiecare bilă albă din prima urnă este, aplicînd relația (1.40):

$$p = \frac{a_1}{(a_1 + b_1)} \cdot \frac{a_2}{(a_2 + b_2)} \tag{1.41}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Frecvenţa. Dacă se aruncă o monedă o dată nu se poate şti care faţă (din cele două) cade (în sus) deşi se cunoaşte probabilitatea care este 1/2 şi cu atît mai puţin în cazul unui zar cu 6 feţe cînd probabilitatea de a cădea un anumit număr este 1/6.

De exemplu, dacă un zar se aruncă de 20 ori şi o anumită faţă a căzut doar de 2 ori înseamnă că frecvenţa a fost de $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ deşi probabilitatea este $\frac{1}{6}$. Deci probabilitatea este o noţiune teoretică iar frecvenţa una practică.

Dacă însă aruncarea se face de foarte multe ori (de exemplu de 1000 ori), frecvenţa cu care cade o anumită faţă (fiecare faţă) este aproximativ egală cu probabilitatea. Aşadar, pe măsură ce n creşte, frecvenţa tinde spre probabilitate.

1.316. **Curba erorilor.** Dacă asupra unei mărimi se efectuează un mare număr de măsurători (de exemplu 1000), se face media şi se calculează erorile aparente v (cu relaţia 1.14), se poate întocmi un grafic, numit graficul erorilor.

Dacă în abscisă se ia mărimea erorilor v iar în ordonată frecvenţa erorilor (notate prin puncte) şi se duce curba înfăşurătoare, se obţine o curbă în formă de clopot (fig. 1.19) numită şi curba Gauss, din cauză că el i-a scris ecuaţia, de expresie:

$$p = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-h^2v^2} = Ce^{-h^2v^2} \tag{1.24}$$

unde:

p este probabilitatea producerii erorii v, respectiv frecvenţa cu care se produce eroarea; h este un coeficient de precizie, constant pentru un lot de măsurători, iar $e = 2{,}7182\ldots$ baza logaritmilor naturali.

Observînd curba erorilor se constată că:

— probabilitatea producerii erorilor pozitive este egală cu cea a producerii erorilor negative (simetria curbei faţă de ordonata dusă prin origine);

— probabilitatea producerii erorilor mici este mai mare decît probabilitatea producerii erorilor mari (frecvenţa erorilor mici scade pe măsură ce creşte eroarea v); cînd măsurătorile sînt făcute cu o mare precizie, erorile

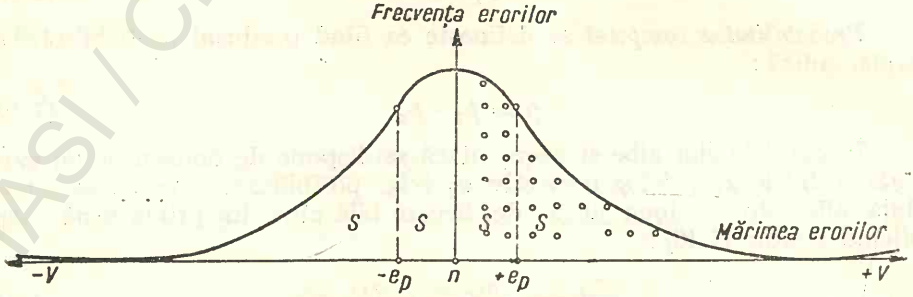


Fig. 1.19 — Curba erorilor (Gauss)

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

v sînt mici, prin urmare grupate în jurul originii (fig. 1.20, *a*) cînd curba erorilor este înaltă iar cînd precizia este slabă erorile sînt împrăștiate rezultînd o curbă aplatizată (fig. 1.20, *b*). Așadar, alura curbei erorilor este un indiciu de precizie.

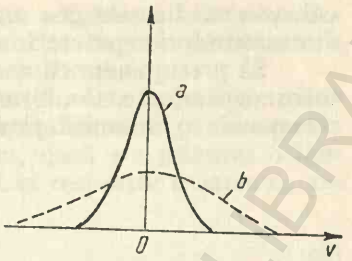


Fig. 1.20—Forma curbei erorilor: *a* — în măsurători precise; *b* — în măsurători puțin precise

1.317. **Erori probabile. Erori limită.** Se numește (în mod impropriu) eroare probabilă acea eroare, abstracție făcînd de semne, care împarte erorile în două, adică erorile v mai mari decît ea sînt în număr egal cu erorile v mai mici decît ea. Dată fiind simetria curbei erorilor se distinge o eroare probabilă în partea pozitivă și una în cea negativă. Pe curba din figura 1.19. eroarea probabilă a cărei expresie este:

$$e_p = \pm 0{,}6745 \cdot e_q \approx \frac{2}{3} e_q \tag{1.43}$$

împarte spațiul închis de curba erorilor și axa v în patru suprafețe egale S. Prin analogie există și o eroare probabilă a mediei aritmetice de expresie:

$$e_{pm} \approx \frac{2}{3} e_m \tag{1.44}$$

care caracterizează în general precizia mediei aritmetice.

Prin urmare, probabilitatea producerii erorilor mai mari (sau mai mici) decît e_p este $\frac{1}{2}$. Exprimînd mărimile diverselor erori v funcție de e_q, teoria probabilităților arată că probabilitatea producerii erorilor v mai mari decît $\frac{2}{3} e_q$; $2e_q$; $2\frac{1}{2} e_q$; $3e_q$ este respectiv:

$$\frac{1}{2};\ \frac{1}{23};\ \frac{1}{90};\ \frac{1}{500}. \tag{1.45}$$

Deoarece în practică un eveniment a cărui șansă de producere este mai mică de 1/500 se consideră că *nu* se mai produce, s-a convenit să se ia eroarea a cărei valoare este $3e_q$ drept eroare maximă (limită).

Eroarea limită este așadar, practic, eroarea maximă ce s-ar putea produce atunci cînd se efectuează măsurătoarea unei mărimi o singură dată (sau de mai multe ori) cu un instrument a cărui precizie e_q este cunoscută și se dă sub forma

$$e_{\text{lim}} = 3e_q \tag{1.46}$$

fapt pentru care se mai numește și *eroare de temut.*

1.318. **Principiul metodei celor mai mici pătrate (m.c.m.p.).** La § 1.311 s-a arătat că o proprietate a erorilor aparente este aceea că suma pătratelor erorilor trece printr-un minim. Urmează a se arăta că într-adevăr

valoarea medie este cea mai probabilă valoare a şirului de valori obţinute din măsurători repetate în aceleaşi condiţii asupra unei mărimi.

Să presupunem că asupra unei mărimi s-au făcut mai multe măsurători independente. Conform relaţiei (1.42) a lui Gauss fiecărei erori δv_i îi corespunde o anumită probabilitate δp_i, adică:

$$\begin{aligned} \delta p_1 &= Ce^{-h^2 v_1^2}\,\delta v_1 \\ \delta p_2 &= Ce^{-h^2 v_2^2}\,\delta v_2 \\ &\vdots \\ \delta p_n &= Ce^{-h^2 v_n^2}\,\delta v_n \end{aligned} \tag{1.47}$$

Probabilitatea ce caracterizează valoarea medie a celor n măsurători se obţine prin produsul probabilităţii simple, conform relaţiei (1.41). Erorile δv_1, $\delta v_2 \ldots \delta v_n$ considerîndu-se egale între ele, şi cu unitatea, rezultă:

$$\delta p = \delta p_1 \cdot \delta p_2 \ldots \delta p_n = C^n \cdot e^{-h^2(v_1^2+v_2^2+\ldots+v_n^2)} \tag{1.48}$$

Valoarea funcţiei va fi maximă adică şansa producerii evenimentului este cea mai mare, atunci cînd exponentul va fi minim, adică:

$$v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_n^2 = \text{minim}$$

Dar aceasta este tocmai relaţia (1.18) şi avînd în vedere relaţia (1.19) se ajunge la relaţia (1.12): $L = \frac{l_1 + l_2 + \ldots + l_n}{n}$.

Prin urmare media aritmetică este cea mai probabilă valoare din ansamblul măsurătorilor efectuate. Asta nu înseamnă că valoarea medie ar fi perfectă sau că precizia obţinută ar fi suficientă.

Se ştie că valoarea adevărată nu este accesibilă practicii iar precizia este funcţie de o seamă de factori analizaţi la § 1.300. De aici nevoia stabilirii unor criterii pentru calculul preciziei. Tocmai pentru acest scop se stabilesc toleranţe şi se calculează erorile medii.

1.319. **Prezentarea rezultatului măsurătorilor.** Rezultatul măsurătorilor efectuate asupra unei mărimi ce a fost măsurată de mai multe ori, eventual chiar numai o singură dată, se prezintă sub forma:

$$A \pm a \tag{1.49}$$

în care:

A este valoarea medie, eventual, dacă nu s-au făcut mai multe măsurători, valoarea măsurată, individuală, după eliminarea eventualelor erori sistematice;

a — una din valorile medii, probabile sau limită e_q, e_m, e_p, e_{pm}, e_{lim}.

Întotdeauna trebuie menţionată eroarea trecută în rezultat.

În topografie, rezultatul se dă de obicei sub forma:

$$A \pm e_m \text{ sau } A \pm e_{pm} \tag{1.50}$$

în cazul cînd A reprezintă o valoare medie şi

$$A \pm e_q \text{ sau } A \pm e_p \tag{1.51}$$

dacă s-a efectuat o singură măsurătoare.

BCU IAŞI / CENTRU VECHI / UNIVERSITY LIBRARY

În relația (1.50), $\pm e_m$ arată limitele în care se găsește valoarea adevărată precum și gradul de grupare a erorilor funcție de numărul de măsurători efectuate iar $\pm e_{pm}$ arată probabilitatea rezultatului.

Erori relative. Acolo unde precizia măsurătorilor este funcție de mărimea ce se măsoară (măsurarea distanțelor), cantitatea a se poate raporta la mărimea măsurată, adică relativ. De exemplu, dacă s-a măsurat o lungime de mai multe ori și s-a obținut valoarea L și respectiv eroarea e_m, rezultă:

$$e_r = \pm \frac{e_m}{L} = \pm \frac{1}{L/e_m} \tag{1.52}$$

Eroarea relativă poate fi dată și procentual sau la mie, de exemplu

$$e_r\% = \pm \frac{e_m}{L} \cdot 100 \text{ și } e_r\%_0 = \frac{e_m}{L} \cdot 1000 \tag{1.53}$$

Evident și erorile e pot fi exprimate relativ.

În cazul măsurării unghiurilor, deoarece precizia nu este funcție de mărimea unghiulară, nu există erori relative.

Aplicații la § 1.31: Erorile întîmplătoare în măsurătorile directe de ponderi egale. Dacă o lungime s-a măsurat de 6 ori și s-au obținut valorile:

$$l_1 = 215{,}14 \qquad l_2 = 215{,}50 \qquad l_3 = 215{,}12$$
$$l_4 = 215{,}20 \qquad l_5 = 215{,}15 \qquad l_6 = 215{,}11$$

Din capul locului se constată că mărimea l_2 este greșită deoarece se abate foarte mult față de grupul celorlalte. Pentru a se ști precis ce valori pot participa la facerea mediei pentru a se obține precizia dorită, mărimile individuale se confruntă cu toleranța. Dacă, pentru cazul acesta, toleranța este de 4 cm, se constată că nici măsurătoarea l_4 nu se încadrează deoarece ecartul maxim (dat de l_6 și l_4) este 9 cm. Singurele valori ce se încadrează sînt l_1, l_3, l_5, și l_6 care se încadrează în ecartul de 4 cm. Deci condiția (1.54) este îndeplinită:

$$\Delta_{max} \leqslant T \tag{1.54}$$

unde

Δ_{max} — este ecartul maxim iar T toleranța

Dacă sînt suficiente 4 măsurători se face media aritmetică cu relația (1.12) și se obține $L = 215{,}13$ m.

Erorile aparente calculate cu relațiile (1.14) și în conformitate cu exemplul de la tabelul 1.4 sînt $v_1 = 215{,}14 - 215{,}13 = \pm 1$ cm etc, -1 cm, $+2$ cm, și -2 cm. Deci $[v] = 0$. În continuare se calculează e_q cu relația (1.20) și e_m cu relația (1.31)

rezultă: $e_q = \pm 1{,}8$ cm și $e_m = \pm 0{,}91$ cm

cu relația (1.43) se obține $e_p = \pm 1{,}2$ cm cu (1.44) rezultă:

$e_{pm} = \pm 0{,}61$ iar cu (1.46) se obține $e_{lim} = \pm 5{,}4$ cm.

Rezultatul se dă cu relaţia (1.50)

$$215{,}13 \pm 0{,}0091 \text{ şi } 215{,}13 \pm 0{,}0061$$

Sub formă relativă rezultă: $e_r = \frac{1}{215{,}13/0{,}0091} \simeq \frac{1}{23700}$ iar $e_r\% = 0{,}004225$ m adică, 0,4225 cm la 100 m.

1.32. ERORILE ÎNTÎMPLĂTOARE ÎN MĂSURĂTORILE DIRECTE DE PONDERI DIFERITE

Măsurătorile directe sînt de pondere diferită atunci cînd sînt caracterizate de precizii diferite, de exemplu asupra unei mărimi s-au efectuat măsurători în două reprize cu aparate diferite ca precizie.

1.320. **Valoarea medie ponderată.** Dacă asupra unei mărimi sau efectuat n măsurători, fiecare de altă pondere p, valorilor individuale $l_1, l_2 \ldots l_n$, le vor corespunde ponderile $p_1, p_2 \ldots p_n$ (diferite).

Pentru a se obţine valoarea medie, ca cea mai probabilă valoare a mărimilor individuale l_i de ponderi diferite p_i, se scrie expresia erorilor aparente (1.14) şi se procedează în aşa fel încît suma patratelor erorilor aparente să fie minimă. Prin urmare se scriu erorile aparente (relaţiile 1.14) se ridică la pătrat (relaţia 1.18), se înmulţesc cu ponderile.

$$\begin{aligned} (l_1 - L)^2 \cdot p_1 &= v_1^2 p_1 \\ (l_2 - L)^2 \cdot p_2 &= v_2^2 p_2 \\ &\vdots \\ (l_n - L)^2 \cdot p_n &= v_n^2 p_n \end{aligned} \tag{1.55}$$

şi se însumează. Suma trebuie să reprezinte un minim.

$$p_1(l_1 - L)^3 + p_2(l_2 - L)^3 + \ldots + p_n (l_n - L)^3 = p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + \ldots + p_n v_n^2 = [pvv] = \text{minim} \tag{1.56}$$

cînd valoarea cea mai probabilă a mediei (funcţiei L) se obţine prin anularea derivatei funcţiei:

$$2p_1(l_1 - L) + 2p_2(l_2 - L) + \ldots + 2p_n (l_n - L) = 0 \tag{1.57}$$

de unde:

$$L = \frac{p_1 l_1 + p_2 l_2 + \ldots + p_n l_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} \tag{1.58}$$

Este de observat că relaţia (1.12) a mediei aritmetice este un caz particular al relaţiei (1.58) a mediei ponderate, dacă toate mărimile intervin cu ponderea unu.

1.321. **Valoarea ponderii.** Pentru stabilirea ponderii să presupunem că asupra unei mărimi se fac n măsurători de pondere egală. Bineînţeles valoarea medie se obţine printr-o medie aritmetică a tuturor măsurătorilor.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dar cele n măsurători pot fi împărțite, de exemplu, în două grupe la întîmplare, și anume n_1 și n_2 în așa fel încît $n_1 \neq n_2$, dar $n_1 + n_2 = n$.

În cazul fiecărei grupe se pot calcula mediile aritmetice L_1 și L_2 și erorile medii pătratice ale mediilor cu relația (1.32):

$$e_{m_1} = \pm \frac{e_q}{\sqrt{n_1}} \text{ și } e_{m_2} = \pm \frac{e_q}{\sqrt{n_2}} \tag{1.59}$$

Dintre cele două rezultate L_1 și L_2 acela este mai precis care se obține din mai multe măsurători, respectiv dintre erorile e_{m_1} și e_{m_2} acea eroare este mai mică care se obține cu un n mai mare.
Așadar, n este criteriul de diferențiere ca mărime astfel că se poate nota:

$$p_1 = n_1 \text{ și } p_2 = n_2 \tag{1.60}$$

de unde:

$$p_1 = \frac{e_q^2}{e_{m_1}^2} \text{ și } p_2 = \frac{e_q^2}{e_{m_2}^2} \tag{1.61}$$

Deoarece pentru același lot de măsurători e_q este constantă se poate scrie:

$$p_1 = \frac{K}{e_{m_1}^2} \quad \text{și} \quad p_2 = \frac{K}{e_{m_2}^2} \tag{1.62}$$

adică în general:

$$p = \frac{\text{o constantă}}{\text{eroarea medie la pătrat}} \tag{1.63}$$

În cazul cînd ponderea se exprimă sub formă de raport, pentru constantă se pot lua orice valori, inclusiv unu. De obicei se raportează reciproc precizia diferitelor măsurători, calculîndu-se pentru ele eroarea medie a unei valori medii cu ponderea $p = 1$, valoare numită și pondere sau greutate unitară. O dată determinată greutatea unitară rezultă și constanta.

1.322. **Reducerea erorilor ponderate la erori de aceeași pondere.** Pentru reducerea erorilor ponderate $v_1, v_2 \ldots v_n$ la valori de aceeași pondere $v_1', v_2' \ldots v_n'$ se pleacă de la ideea că erorile v' trebuie să îndeplinească condiția de minim $[v'v'] = \text{minim}$, cunoscută de la măsurătorile directe de aceeași pondere. Deoarece erorile v satisfac relația (1.56),

$$|pvv| = p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + \ldots + p_n v_n^2 = \text{minim}$$

vor trebui făcute următoarele notări ale erorilor v' de aceeași pondere funcție de erorile ponderate v:

$$\begin{aligned} v_1' &= v_1 \sqrt{p_1} \\ v_2' &= v_2 \sqrt{p_2} \\ &\vdots \\ v_n' &= v_n \sqrt{p_n} \end{aligned} \tag{1.64}$$

BCU IAȘI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ceea ce înseamnă că reducerea erorilor ponderate la aceeaşi pondere se face înmulţind erorile ponderate cu radical din ponderile respective.

Aşadar în problema folosirii mărimilor şi erorilor rezultă clar conform relaţiei (1.58) că *atunci cînd se lucrează cu mărimi ponderate ele se înmulţesc cu ponderile iar dacă se lucrează cu erori ponderate (relaţia 1.64) ele se înmulţesc cu rădăcinile pătrate din ponderile respective pentru a se aduce toate mărimile, respectiv erorile, la aceeaşi pondere.*

Avînd în vedere relaţiile (1.61) se poate scrie totodată:

$$e_q^2 = e_{m_1}^2 \cdot p_1 = e_{m_2}^2 \cdot p_2 \tag{1.65}$$

sau:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{e_{m_2}^2}{e_{m_1}^2} \text{ şi } \frac{e_{m_1}}{e_{m_2}} = \frac{\pm\sqrt{p_2}}{\pm\sqrt{p_1}} \tag{1.66}$$

adică raportul ponderilor este invers proporţional cu pătratul erorilor medii, respectiv raportul erorilor medii este invers proporţional cu rădăcina pătrată a ponderilor.

1.323. **Erori medii ponderate.** Prin analogie cu erorile medii în cazul măsurătorilor de aceeaşi pondere se distinge şi aici eroarea medie pătratică a unei singure măsurători şi eroarea medie pătratică a mediei ponderate.

Pentru calculul *erorii medii pătratice a unei singure măsurători ponderate* se pleacă de la relaţiile (1.20) şi (1.64).

Notînd relaţia (1.20) cu notaţia de la § 1.322 se scrie:

$$e_q = \pm\sqrt{\frac{[v'v']}{n-1}} \tag{1.20}$$

Înlocuind erorile $v'v'$ ce se obţin plecînd de la (1.64) adică:

$$[v'v'] = [p \cdot vv] \tag{1.67}$$

rezultă:

$$e_{q_p} = \pm\sqrt{\frac{[p \cdot vv]}{n-1}} \tag{1.68}$$

Prin analogie, eroarea medie pătratică a mediei ponderate este:

$$e_{m \cdot p} = \pm\sqrt{\frac{[p \cdot vv]}{[p] \cdot (n-1)}} \quad \text{sau} \quad e_{mp} = \pm\frac{e_{q_p}}{\sqrt{[p]}} \tag{1.69}$$

unde:

n reprezintă numărul măsurătorilor ponderate iar
p numărul total al măsurătorilor reduse la aceeaşi pondere.

Notă. — Relaţiile (1.20) (e_q) şi (1.31) (e_m) în cazul măsurătorilor directe de ponderi egale apare drept cazuri particulare ale relaţiilor (1.68) (e_{q_p}) şi (1.69) (e_{m_p}) din cazul măsurătorilor de ponderi diferite pentru cazul $p = 1$.

— Privitor la prezentarea rezultatului unor măsurători de ponderi diferite, sînt valabile cele arătate la § 1.319 (relaţiile 1.48—1.52) cu deosebirea că se lucrează cu erori medii ponderate.

— Propagarea erorilor în măsurătorile directe reprezintă un caz particular al propagării erorilor în măsurătorile indirecte (vezi § 1.331).

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aplicații. Să presupunem că măsurîndu-se o distanță în 3 reprize s-a obținut $l_1 = 560{,}22$ din 4 măsurători ($p = 4$), $l_2 = 560{,}29$ din 6 măsurători ($p = 6$) și $l_3 = 560{,}21$ din 3 măsurători ($p = 3$),

Media ponderată calculată cu relația (1.58) dă:

$$L = 560{,}20 + \frac{2.4 + 9.6 + 1.3}{4 + 6 + 3} = 560{,}20 + \frac{65}{13} = 560{,}25$$

Erorile aparente: $v_1 = [560{,}22 - 560{,}25 = -3$ cm, $v_2 = +4$ cm și $v_3 = -4$ cm.

Eroarea e_{qp} calculată cu relația 1.68 dă

$$e_{qp} = \pm \sqrt{\frac{9.4 + 16.6 + 16.3}{3 - 1}} = \pm\sqrt{90} = \pm\ 9{,}5 \text{ cm}$$

Eroarea $e_{mp} = \pm \frac{09{,}5}{\sqrt{13}} = \pm \frac{9{,}5}{3{,}6} = 2{,}64$ cm

Alte aplicații se vor face în text la problemele respective: ca puncte nodale etc.

1.33. ERORILE ÎNTÎMPLĂTOARE ÎN MĂSURĂTORILE INDIRECTE

1.330. **Măsurători indirecte.** Măsurătorile sînt indirecte atunci cînd rezultatul se obține funcție de alte mărimi ce se măsoară direct. De exemplu: o suprafață se obține pe cale de calcul funcție de mărimi liniare; distanța redusă la orizont se obține funcție de distanța înclinată și unghiul de înclinare a terenului etc.

1.331. **Propagarea erorilor în măsurătorile indirecte.** Un rezultat u este funcție de mărimile măsurate direct $x, y, z, \ldots$ adică:

$$u = F(x, y, z \ldots) \tag{1.70}$$

Întrucît mărimile independente $x, y, z, \ldots$ sînt afectate de erori de măsurare care se identifică cu creșterile $\Delta x, \Delta y, \Delta z \ldots$ se pune întrebarea ce eroare va caracteriza rezultatul u, adică, care va fi creșterea Δu a funcției u. În acest caz relația (1.70) se scrie:

$$u + \Delta u = F(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z \ldots) \tag{1.71}$$

Pentru a se pune în evidență efectul creșterilor $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ asupra funcției u este necesar să se explicitеze funcția, lucru ce se face prin dezvoltarea în serie a lui Taylor, obținîndu-se:

$$F(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z \ldots) = F(x, y, z, \ldots) + \frac{1}{1!}\left(\frac{\delta F}{\delta x}\Delta x + \frac{\delta F}{\delta y}\Delta y + \frac{\delta F}{\delta z}\Delta z \ldots\right) + \tag{1.72}$$

$$\frac{1}{2!}\left(\frac{\delta_F^2}{\delta x^2}\Delta x^2 + \frac{\delta_F^2}{\delta y^2}\Delta y^2 + \frac{\delta_F^2}{\delta z^2}\Delta z^2 + \ldots\right) + \ldots$$

BCU IAȘI CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

neglijînd termenii la puteri ca fiind foarte mici şi introducînd (1.72) în (1.71) rezultă

$$u + \Delta u = F(x, y, z \ldots) + \frac{\delta F}{\delta x}\Delta x + \frac{\delta F}{\delta y}\Delta y + \frac{\delta F}{\delta z}\Delta z + \ldots \tag{1.73}$$

scăzînd (1.70) din (1.73) rezultă:

$$\Delta u = \frac{\delta F}{\delta x}\Delta x + \frac{\delta F}{\delta y}\Delta y + \frac{\delta F}{\delta z}\Delta z \ldots \tag{1.74}$$

unde:

$\frac{\delta F}{\delta x}\Delta_x$ reprezintă efectul creşterii Δ_x asupra rezultatului u etc.

Deoarece creşterile, respectiv erorile Δx, Δy, Δz, ca erori întîmplătoare nu se cunosc nici ca mărime nici ca semn, ele se înlocuiesc cu erorile medii caracteristice instrumentelor şi metodelor cu care s-au măsurat mărimile x, y, $z \ldots$ etc, erori ce au semnul $\pm$ adică $\pm \Delta x$, $\pm \Delta y$, $\pm \Delta z$ etc. respectiv $\pm e_x$, $\pm e_y$, $\pm e_z$ şi care sînt cunoscute (în general).

Prin urmare, în locul erorii efective Δu se va calcula eroarea medie totală e_{mt} ce va caracteriza rezultatul u. Pentru aceasta se ridică la pătrat pentru îndepărtarea semnelor şi se neglijează dublele produse cu semne alternante, întocmai ca la relaţia (1.25) cînd se obţine:

$$e_{mt} = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta F}{\delta x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta y}\Delta y\right)^2 = \left(\frac{\delta F}{\delta z}\Delta z\right)^2} \tag{1.75}$$

sau:

$$e_{mt} = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta F}{\delta x}\, e_x\right)^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta y}\, e_y\right)^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta z}\, e_z\right)^2} \tag{1.76}$$

Relaţiile date sub forma (1.75) sau (1.76) exprimă legea de bază în propagarea erorilor întîmplătoare indirecte.

Aplicaţie. Să se calculeze eroarea ce afectează diferenţa de nivel $h = d \cdot \mathrm{tg}\varphi$, unde mărimile ce se măsoară sînt d şi φ. Substituind notaţia în (1.76) se obţine

$$\frac{\delta F}{\delta x}\, e_x = \frac{\delta h}{\delta d}\, e_d \text{ şi } \frac{\delta F}{\delta y}\, e_y = \frac{\delta h}{\delta \varphi}\, e_\varphi \quad \text{unde}$$

$$\frac{\delta h}{\delta d} = \mathrm{tg}\varphi \text{ şi } \frac{\delta h}{\delta \varphi} = \frac{d}{\cos^2 \varphi \cdot \rho}$$

în final:

$$e_{m \cdot h} = \pm \sqrt{\left(\mathrm{tg}\varphi \cdot e_d\right)^2 + \left(\frac{d \cdot e_\varphi{}^c}{\cos^2 \varphi \cdot \rho^c}\right)^2}$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă: $d = 100$ m și eroarea medie de măsurare a distanței la 100 m este $e_d = \pm 4$ cm; $\varphi = 20^g$ și eroarea medie de măsurare a unghiului vertical $e\varphi = \pm 1^c$ se obține:

$$e_{mh} = \pm \sqrt{(0{,}325 \cdot 0{,}04)^2 + \left(\frac{100 \cdot 1^c}{0{,}904 \cdot 6366^c}\right)^2} =$$

$$= \pm \sqrt{0{,}013^2 + 0{,}017^2} = \pm 0{,}0213 \text{ m}.$$

Caz particular. Dacă diferențialele din relațiile (1.75) sau (1.76) dau 1 (unu), caz ce corespunde *măsurătorilor directe*, relațiile iau forma:

$$e_{mt} = \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2 + \cdots + e_n^2} \tag{1.77}$$

Dacă $e_1 = e_2 = = \ldots = e_n = e_{mu}$ relația (1.77) devine:

$$e_{mt} = \pm e_{mu} \sqrt{n} \text{ sau } e_t = \pm e_u \sqrt{n} \tag{1.78}$$

unde:

$e_{mu} = e_u$ este eroarea medie unitară.

Dacă se cunoaște e_t poate fi calculată e_u

$$e_u = \pm \frac{e_t}{\sqrt{n}} \tag{1.79}$$

Compunerea erorilor accidentale și sistematice se face tot după legea propagării erorilor întîmplătoare.

$$e_t = \pm \sqrt{e_s^2 + e_v^2} \tag{1.80}$$

unde e_s este eroarea sistematică iar e_a eroarea întîmplătoare.

Aplicații: 1. Se cere eroarea medie totală de determinare a unei lungimi L împărțită în trei secțiuni a căror precizii de determinare sînt:
$e_1 = \pm 3$ cm; $e_2 = \pm 2{,}5$ cm și $e_3 = \pm 5$ cm.
Se aplică relația (1.77)

$$e_t = \pm \sqrt{3^2 + 2{,}5^2 + 5^2} \cong 6{,}35 \text{ cm}$$

2. Dacă eroarea medie de măsurare a unei distanțe de 100 m cu panglica de oțel este de ± 4 cm, care va fi eroarea medie totală de măsurare a unei distanțe de 280 m? Se aplică relația (1.78).

$$e_t = \pm 4 \sqrt{\frac{280}{100}} \cong 6{,}7 \text{ cm}$$

3. Să se determine eroarea medie unitară de exemplu pe 1 000 m știind că eroarea medie de măsurare a unei distanțe de 800 m este de 10 cm. Se aplică relația (1.79)

$$e_u = \pm \frac{10}{\sqrt{\frac{800}{1000}}} = \pm 11{,}2$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dar pe 100 m?

$$e_u = \pm \frac{10}{\sqrt{\frac{800}{100}}} = \pm 3{,}55$$

1.34. TOLERANŢE, CONCLUZII

Valorile maxime ale erorilor admise prin regulamente sau norme tehnice se numesc toleranţe.

Toleranţele pot fi stabilite pentru oricare din termenii $a(e_q, e_m, e_{pm}, e_{lim}$ etc.) relaţia (1.49) dar în general se prescriu pentru ecartul Δ al erorilor aparente v_i. Uneori normele prevăd toleranţe atît pentru erorile aparente cît şi pentru unii din termenii a.

Stabilirea toleranţelor se face în funcţie de precizia necesară (suficientă) în anumite măsurători, avîndu-se în vedere bineînţeles şi aparatura şi metoda de lucru.

În cazul măsurătorilor condiţionate, toleranţele au în vedere şi limitele realizării condiţiilor (exemplu: într-un triunghi plan suma unghiurilor trebuie să fie 200g).

Prin stabilirea toleranţelor pe categorii de măsurători în funcţie de exigenţa impusă de scop, rezultă şi categoriile de instrumente care pot fi folosite.

În general, cu un instrument manevrat în condiţii normale se obţin rezultate în limita toleranţelor dacă acestea nu depăşesc 2,5 e_q (vezi relaţiile 1.45). Dacă se lucrează cu atenţie în condiţii favorabile, toleranţa se poate stabili la 2 e_q cînd probabilitatea ca toleranţa să fie depăşită este 1/23.

În cazul măsurării distanţelor, la stabilirea toleranţelor trebuie să se aibă în vedere şi erorile sistematice (mici, neidentificate) cînd formula toleranţei ar putea avea forma (1.80) sau

$$T = e_a\sqrt{L} + e_s \cdot L \qquad (1.81)$$

unde:

e_a este eroarea accidentală unitară $\simeq 2{,}5e_q$; e_s — eroarea sistematică unitară; L — lungimea.

In concluzie, obiectivele urmărite prin calculul erorilor, avînd în vedere şi cele arătate la § 1.300, sînt cunoaşterea cazurilor de erori şi a felului cum se compun erorile în anumite metode şi împrejurări de lucru, cu efect asupra preciziei, randamentului şi a economicităţii lucrărilor.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2. PLANIMETRIA. PRINCIPII DE BAZĂ

Planimetria este acea ramură a topografiei care se ocupă cu studiul, folosirea instrumentelor şi metodelor specifice ridicării detaliilor planimetrice. Prin detalii planimetrice se înţeleg: apele, pădurile, construcţiile, limitele de folosinţă sau administrative precum şi în general toate detaliile din teren ce trebuie să figureze pe plan (hartă) (în proiecţie ortogonală paralelă pe un plan orizontal).

În afara celor arătate la § 1.02, în general, ridicarea planimetrică trebuie să se conformeze următoarelor principii:

a. Ridicarea propriu-zisă de detaliu se întemeiază pe o reţea de puncte determinată anterior numită reţea de sprijin. Această reţea trebuie să fie, în mod normal, reţeaua geodezică ce eventual trebuie îndesită. În lipsa reţelei geodezice se determină în prealabil o reţea de puncte prin metode topografice.

b. Orice punct de îndesire sau nou determinat, control, devine punct cunoscut (vechi) ce poate participa la determinarea de noi puncte.

c. Toate punctele reţelei de sprijin ca şi cele de îndesire precum şi, în general, toate punctele ce vor servi la ridicarea de noi puncte, trebuie să fie marcate la teren, în mod corespunzător, prin ţăruşi sau borne.

d. Prima grijă a operatorului, după ce a instalat instrumentul de măsurat unghiuri într-un punct, este aceea de a viza un punct vechi pentru a avea o viză de referinţă.

e. Instrumentele de măsurat unghiuri trebuie să fie (efectiv sînt) construite în aşa fel încît să măsoare de-a dreptul proiecţia orizontală a direcţiilor vizate (unghiurile orizontale) şi de-a dreptul unghiurile verticale.

f. Distanţele trebuie măsurate la orizontală, sau trebuie măsurate toate elementele necesare pentru ca distanţele să poată fi reduse la orizont, adică în plan orizontal.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.0. MARCAREA PUNCTELOR

2.00. NECESITATEA MARCĂRII PUNCTELOR

Prin marcarea punctelor se înţelege materializarea lor la teren.

Marcarea punctelor este necesară:

— pentru ca punctele o dată alese să fie identice atît la determinarea lor cît şi la determinarea altor puncte a căror determinare se sprijină pe ele;

— pentru a face legătura între teren şi planuri şi astfel să servească lucrărilor de aplicare pe teren precum şi oricăror eventuale lucrări ulterioare.

Punctele propriu-zise se marchează la sol prin borne sau ţăruşi. Întrucît acestea nu pot fi văzute de la o oarecare depărtare şi nu pot fi nici vizate, este necesar ca pe timpul cît durează măsurătorile (eventual numai în momentul cînd se vizează) să fie marcată şi verticala punctelor prin semnale. Deci borna marchează punctul în pămînt, iar semnalul marchează verticala punctului deasupra pămîntului.

Bornele confecţionate din beton armat, piatră sau ţeavă reprezintă marcajul de durată, iar semnalele confecţionate de obicei din lemn reprezintă o marcare temporară ce trebuie să dureze atît cît durează măsurătorile.

2.01. BORNAREA PUNCTELOR

Punctele reţelei de sprijin ca şi cele de îndesire se marchează prin borne. Dimensiunile bornelor din beton armat sînt reglementate prin STAS 3446-52 şi 4294-54 ca şi de Instrucţiunile pentru triangulaţia geodezică de ordinul I, II, III şi IV din 1962 a M.F.A. Direcţia Topografică Militară. Formatul bornelor este acela al unui trunchi de piramidă cu secţiune pătrată. În lipsa bornelor de beton se pot ciopli borne din piatră. Dimensiunile acestora sînt în general mai mici decît ale bornelor din beton. Cioplitura este finisată numai în partea superioară.

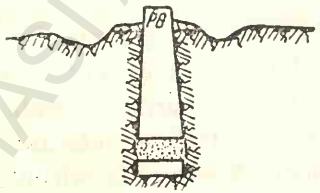


Fig. 2.1 — Bornare la subsol

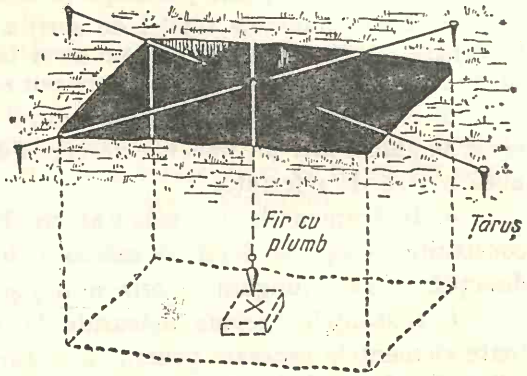


Fig. 2.2 — Bornare la sol şi subsol

BCU IASI / CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

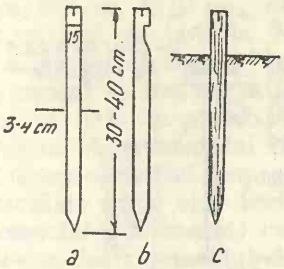


Fig. 2.3 — Ţăruş:
a — văzut din faţă; *b* — văzut din profil; *c* — bătut în pămînt

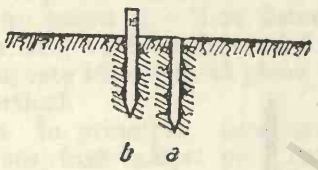


Fig. 2.4 — Ţăruş cu martor:
a — ţăruş principal; *b* — ţăruş martor

Pentru a se preîntîmpina pierderea punctului, o dată cu eventuala dispariţie sau deplasare a bornei, se face şi un bornaj la subsol, cu cărămidă cu cruce (fig. 2.1). Borna se plantează deasupra cărămizii pe verticala crucii. Peste cărămidă se presară cărbuni, nisip sau alt material deosebit pentru recunoaştere. Pentru a se asigura coverticalitatea crucii (bulonului) de pe bornă (care marchează punctul) cu crucea de pe cărămida de la subsol, se utilizează 4 ţăruşi în cruce, sfori şi un fir cu plumb aşa cum se vede în figura 2.2. După fixarea cărămizii la subsol, la verticala firului cu plumb, se îndepărtează sforile (fără a se atinge ţăruşii) se plantează borna ca în figura 2.1 şi se controlează tot timpul cu sforile ; crucea de pe bornă trebuie adusă la verticala încrucişării sforilor întinse.

Bornarea se face în aşa fel încît borna să rămînă afară circa 5—10 cm pentru a putea fi uşor găsită şi în plus o muchie să fie aşezată pe direcţia nord-sud, iar pe partea sudică să fie scris anul bornării.

Punctele de mai mică importanţă se pot marca şi cu ţăruşi de ţeavă sau chiar din lemn de esenţă tare. Dimensiunile ţăruşilor pot varia între 30 şi 40 cm lungime (după compactitatea solului) şi 3—5 cm diametru. Pentru identificare se numerotează (fig. 2.3). Ţăruşul rămîne afară circa 5—7 cm pentru a putea fi uşor găsit.

Deoarece ţăruşii pot dispare uşor sau pot fi mişcaţi se recomandă să se folosească cîte doi ţăruşi pentru marcarea unui punct şi anume: ţăruşul care marchează punctul (cu cui bătut în cap) să fie bătut la rasul pămîntului (fig. 2.4), iar celălalt ţăruş, numerotat, numit şi martor, să fie bătut alături la 10—20 cm pe direcţia nordului, în aşa fel încît să rămînă afară circa 7 cm pentru recunoaştere. În plus, dacă se lucrează în pădure se va face cioplaj pe cel mai apropiat arbore.

2.02. SEMNALIZAREA PUNCTELOR

Pentru a putea fi vizate de la depărtare, punctele trebuie semnalizate. Semnalizarea punctelor reţelei de sprijin precum şi a celor de îndesire propriu-zisă se face prin semnale permanente (construcţii rigide) pe toată perioada de măsurătoare, pe cînd celelalte puncte se semnalizează cu semnale portabile (jaloane).

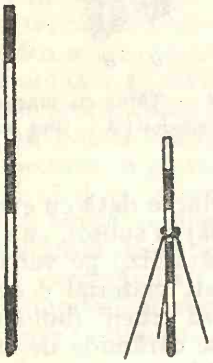


Fig. 2.5 — Jaloane

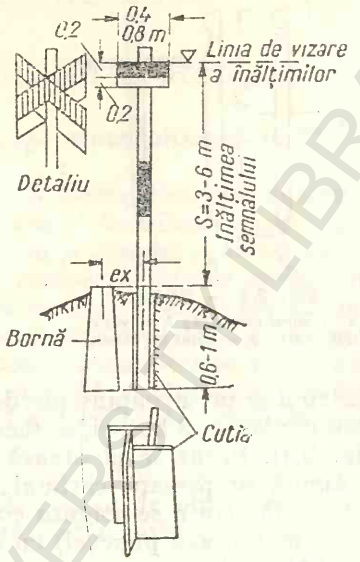


Fig. 2.6 — Semnal în cutie

Jalonul este un semnal portabil, confecționat din lemn ușor, ecarisat, de 2 m lungime, eventual chiar 3 sau 4 m și de 3—4 cm diametru pentru cele de 2 m sau mai gros pentru celalalte. Secțiunea este hexagonală, octogonală sau chiar triunghiulară. La un capăt jalonul este prevăzut cu un sabot de fier care permite înfigerea și fixarea jalonului în pămînt prin apăsare, rotire sau chiar izbire. Pentru a fi perfect vizibile și ușor identificabile chiar de la distanțe de cîteva sute de metri (în mod curent jaloanele se utilizează pentru distanțe mici de zeci sau chiar sute de metri), jaloanele se vopsesc în roșu și alb pe sectoare de cîte 20 cm, eventual de cîte 50 cm la cele lungi. Dacă jalonul nu poate fi înfipt în pămînt cînd se lucrează în drum, în oraș etc., precum și atunci cînd trebuie ținut pe țăruș, repere sau borne, va fi ținut în poziție verticală cu mîna sau cu un trepied metalic (fig. 2.5).

Semnalul în cutie este un semnal confecționat dintr-o bilă sau lemn ecarisat (fig. 2.6) care se introduce într-o cutie îngropată în pămînt în poziție verticală. Cînd trebuie să se staționeze în punct cu un instrument de măsurat unghiuri, semnalul se scoate din cutie și se staționează centric pe cutie.

Pentru a fi perfect vizibil și ușor de identificat, semnalul este văruit pe toată lungimea cu var alb pregătit cu clei. Mijlocul semnalului pe o lungime de 1 m se vopsește în negru. La vîrful semnalului se fixează fluturele format din 2 scîndurele vopsite în negru și 2 văruite în alb (fig.2.6).

Secțiunea semnalului variază cu înălțimea lui și cu lungimea vizelor.

În general se va căuta să se confecționeze semnalele cele mai potrivite din punct de vedere tehnic, dar și cele mai economice. Semnalele lungi sînt indicate în special acolo unde vizibilitățile sînt slabe (terenuri de șes acoperite). Secțiunile cele mai obișnuite ale semnalului sînt cele rotunde sau cele

BCU IAȘI CENTRU UNIVERSITAR LIBRARY

de 7/9 cm, 8/8 cm, 8/10 cm, eventual chiar 6/8 sau 10/12 la limită. Secţiunile rotunde variază de la 7 la 14 cm la picior unde se cioplesc în 4 muchii pentru a se putea fixa în cutie.

Semnalul se instalează întotdeauna în poziţie verticală. Verticalitatea se obţine cu firul cu plumb. Se ştie că un punct şi o linie determină un plan. Ochiul observatorului împreună cu firul vertical determină un plan vertical. Dacă semnalul (împreună cu cutia) este adus în două plane verticale perpendiculare între ele, devine şi el vertical.

Semnalul (piramidă) cu 4 picioare. În principiu, acest semnal nu este altceva decît semnalul descris mai sus, însă înălţat pe o capră cu 4 picioare, pentru a-i putea mări înălţimea şi rigiditatea, atunci cînd este nevoie (fig. 2.7).

Piramida se construieşte în aşa fel încît popul central să fie perfect vertical şi în ansamblul ei piramida să fie simetrică din orice direcţie ar fi privită. Mărimea piramidei depinde de înălţimea ce trebuie atinsă.

Semnalul (piramidă) cu 3 picioare nu este simetric dar este economic.

Semnalul în arbore este asemănător primului semnal descris însă în loc să fie fixat într-o cutie la sol, este înălţat pe arbori (fig. 2.8). Bineînţeles că în această ipoteză semnalul trebuie să fie cît mai uşor pentru a putea fi urcat şi fixat vertical în condiţii bune.

Pentru fixarea semnalului în arbore se caută crăci groase care se curăţă de ramurile mai mici pentru a avea rigiditate. Semnalul se fixează în cuie şi se leagă cu sîrmă.

Pentru identificarea arborelui se taie în coaja tulpinii un triunghi în care se scrie numărul de ordine.

Capul negru al semnalului se proiectează la sol cu teodolitul din două poziţii aproximativ perpendiculare. Planele verticale se materializează la sol prin cîte doi ţăruşi. Borna se îngroapă la intersecţia liniilor determinate de cele două rînduri de ţăruşi.

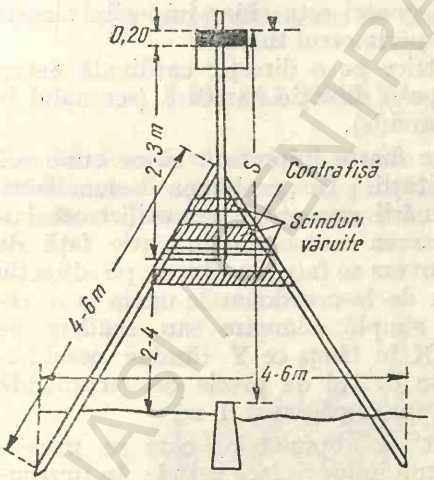


Fig. 2.7 — Semnal (piramidă) cu 4 picioare

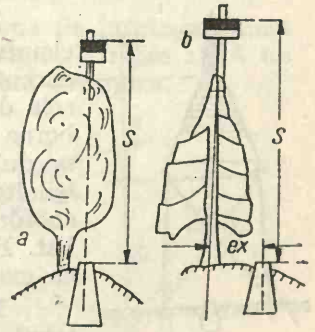


Fig. 2.8 — Semnale în arbore: *a* — bornare centrică; *b* — bornare excentrică

Dacă semnalul se proiectează la sol în perimetrul tulpinii bornarea se face excentric.

Piramide înalte. Uneori este necesar ca semnalele să fie înălţate mult deasupra pămîntului. În asemenea situaţii se construiesc piramide înalte. Este cazul lucrărilor de determinare a reţelelor geodezice cînd se vizează la distanţe mari, în general mai mari de 5—10 km, cînd trebuie depăşite atît construcţiile şi vegetaţia (pădurile) din teren de pe direcţia de viză, cît şi efectul curburii pămîntului.

În general la o piramidă se disting două construcţii independente: *pilastrul* pe care va sta instrumentul de măsurat unghiuri şi *piramida propriu-zisă* care reprezintă semnalul la care se vizează. Privitor la piramida propriu-zisă se constată o construcţie suport ce se termină cu una asemănătoare cu piramida cu 4 picioare descrisă anterior (fig. 2.9).

Piramidele înalte fiind foarte scumpe se vor construi numai atunci cînd problema dată nu admite alte soluţii mai ieftine.

Alte semnale. Turlele construcţiilor monumentale, turlele bisericilor etc. fiind înalte şi cu bune vizibilităţi, vor fi folosite întotdeauna ca semnale.

Consideraţii asupra semnalelor. Semnalele trebuie să fie construcţii cît mai ieftine posibil, dar să asigure totodată din punct de vedere tehnic o cît mai bună şi sigură desfăşurare a lucrărilor. Dintre condiţiile tehnice pe care trebuie să le îndeplinească un semnal se enumeră: să fie vertical, bine identificabil şi uşor de vizat; să fie construit în aşa fel încît să nu împiedice vizibilitatea în direcţia punctelor ce trebuie vizate (picioarele semnalului dacă are), să fie rigid; să permită instalarea în bune condiţii a instrumentului de măsurat unghiuri.

Semnale centrice şi excentrice. S-a arătat că punctul este materializat prin bornă, iar semnalul reprezintă doar verticala punctului. Aceasta ar însemna că semnalul este centric cu borna. Cu excepţia semnalului în cutie cînd borna este excentrică semnalului sau invers, în celalalte cazuri construcţiile sau bornările (dacă se fac ulterior) se caută să fie centrice. Desigur că nu se reuşeşte întotdeauna, iar uneori este chiar imposibil: cazul semnalelor în arbore ce se proiectează în perimetrul tulpinii.

Semnalele excentrice pot fi excentrice pe o direcţie cardinală determinată (cazul semnalului în cutie) sau pe o direcţie oarecare (semnalul în arbore sau chiar piramide).

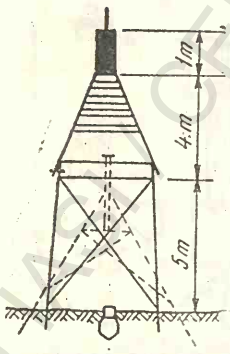


Fig. 2.9 — Piramidă geodezică cu un pod

Întotdeauna este foarte important să se cunoască elementele excentricităţii. În problema semnalizării excentrice sau a bornării excentrice se utilizează busola de buzunar. Aşezarea semnalului în cutie faţă de borna existentă sau invers se face de obicei pe direcţia nordului cînd trecerea de la coordonatele uneia la a celeilalte se face prin simplă adăugire sau scădere pe coordonata nordului X în timp ce Y rămîne neschimbat. Pentru a se lucra destul de precis se recomandă ca excentricitatea să nu depăşească 1 m.

Bornarea excentrică a punctelor care se proiectează în perimetrul tulpinilor se face astfel: în imediata apropiere a tulpinii se ridică perpendiculare pe aliniamentele de proiectare la sol a semnalului pe cele două

BCU "Ion Creangă" BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

direcţii şi marcate cu ţăruşi t_1 şi t_1' şi respectiv t_2 şi t_2'. Astfel se obţine punctul E care se bornează (fig. 2.10). Poziţia relativă a bornei E faţă de aceea a semnalului C se poate determina fie numeric fie, mai practic, pe un grafic la scară mare 1 : 5, 1 : 10, în funcţie de orientările θ_1 şi θ_2 ale celor două aliniamente proiectate la sol măsurate pe teren cu busola de buzunar şi în funcţie de distanţele d_1 şi d_2 măsurate, de asemenea, pe teren cu ruleta. Întocmirea graficului se face pe hîrtie milimetrică cu ajutorul unui raportor şi al unui distanţier.

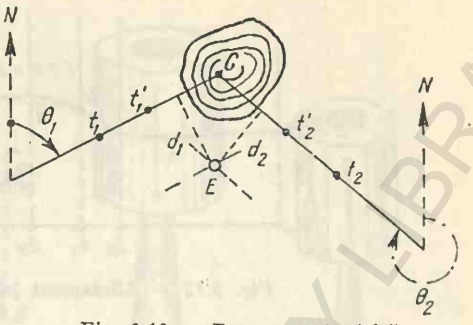


Fig. 2.10 — Bornare excentrică

2.1. JALONAREA ALINIAMENTELOR ŞI DUCEREA PERPENDICULARELOR

Prin jalonarea aliniamentelor se înţelege marcarea aliniamentelor pe teren prin jalonare (aliniamentele fiind liniile de secţiune ale terenului cu plane verticale).

Problema jalonării aliniamentelor este prezentă în cazul măsurării directe a distanţelor mari, precum şi în lucrările de trasare. Jalonarea combinată cu ducerea perpendicularelor (cu echerele) stă la baza ridicărilor numite echerice sau de arpentaj care sînt ridicări topografice simple folosite curent la ridicarea detaliilor în terenuri plane (şi puţin accidentate) ca şi la rezolvarea unor probleme de trasare.

2.10. JALONAREA ALINIAMENTELOR

Aliniamentul de jalonat este definit întotdeauna fie printr-un punct şi o direcţie fie (mai adesea) prin două puncte. În figura 2.11 se arată un aliniament jalonat, în perspectivă, în teren plan sau cvasiplan.

Fig. 2.11 — Aliniament jalonat în perspectivă

BCU IAŞI / CENTRU UNIVERSITY LIBRARY

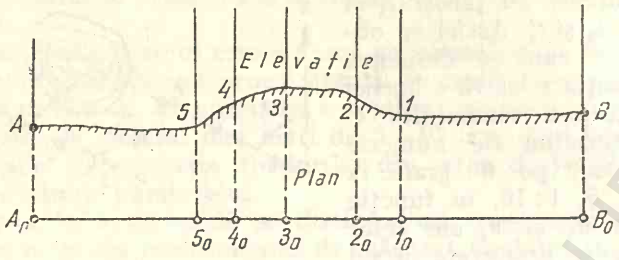


Fig. 2.12 — Aliniament jalonat în elevație și plan

Dacă aliniamentul de jalonat este determinat de două puncte *A* și *B* se distinge cazul cînd între ele există vizibilitate și cazul cînd nu există.

Jalonarea în cazul cînd între punctele ce determină aliniamentul există vizibilitate. Punctele *A* și *B* ce determină aliniamentul sînt marcate prin jaloane verticale. Dacă operatorul se găsește în *A*, el va dirija un lucrător ce va jalona din *B* spre *A* (fig. 2.12). Jaloanele ce se instalează pe aliniament trebuie să fie verticale și efectiv tangente la viza tangentă la jaloanele *A* și *B* (fig. 2.13).

Jalonarea unui aliniament în cazul cînd între punctele A și B ce determină aliniamentul nu există vizibilitate (fig. 2.14). Aproximativ pe aliniamentul *AB* se plantează două jaloane în *1* și *2* în așa fel încît de la ambele să se vadă atît la *A* cît și la *B* care sînt marcate cu jaloane. Jalonul *2* va fi mutat în așa fel încît din *1* să fie văzut suprapus peste *B* apoi se va muta jalonul *1* în *1'* adică pe aliniamentul *2A* ; din nou se va muta jalonul *2* în *2'* pe aliniamentul *1' B* etc. Operația continuă prin apropieri succesive pînă cînd din ultimele poziții ale jaloanelor *1* și *2* vor fi văzute în același aliniament atît jaloanele *1, 2, B* cît și *2. 1, A*.

2.11. RIDICAREA PERPENDICULARELOR

Perpendicularele se ridică cu echerele. Echerele topografice sînt instrumente cu ajutorul cărora se trasează în teren anumite unghiuri fixe de valoare dată.

Echerele. Se disting echere cu viză directă și cu viză prin reflexie. Din prima categorie face parte echerul arpentorului, iar din a doua echerul cu oglinzi și echerul cu prisme.

Echerul arpentorului este un instrument topografic simplu, fără lunetă, cu ajutorul căruia se poate face ridicarea și coborîrea unei perpendiculare pe un aliniament dat, precum și aplicarea unghiurilor de 50^g. Este construit de

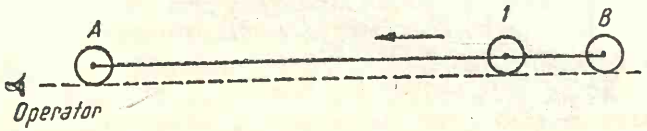


Fig. 2.13 — Jalonarea unui aliniament

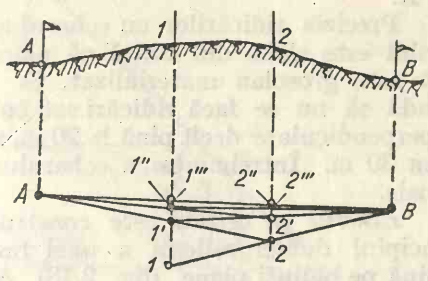


Fig. 2.14 — Jalonarea unui aliniament între două puncte între care nu există vizibilitate:
A — elevație; B — plan

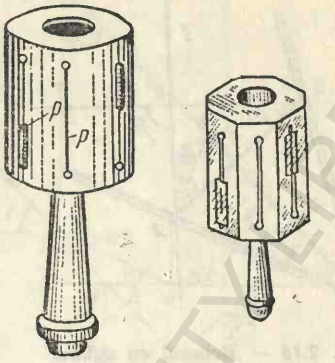


Fig. 2.15 — Echerul arpentorului

obicei din alamă și are format prismatic octogonal sau cilindric, eventual sferic.

Pe cele 8 fețe se găsesc ferestruici înguste (pinule) al căror plan central este materializat printr-un fir (păr). Pinulele opuse au desenul invers și două cîte două formează planuri de viză. La partea inferioară are o piesă tronconică detașabilă cu ajutorul căreia se fixează echerul pe un baston, sau pe un trepied ușor (fig. 2.15).

Ridicarea unei perpendiculare pe un aliniament. Fiind de ridicat o perpendiculară pe aliniamentul MN se instalează echerul aproximativ vertical în punctul din care trebuie să se ridice perpendiculara și se rotește în așa fel încît un plan de viză determinat de două pinule să se suprapună peste direcția MN adică privind prin echer din direcția N să se vadă jalonul din M. Apoi se privește prin pinula care dă perpendiculara pe aliniament și în prelungire se fixează un jalon în punctul P (fig. 2.16).

Coborîrea unei perpendiculare dintr-un punct P pe un aliniament $R—S$ (fig. 2.17) este o operație mai dificilă, deoarece se face prin încercări.

Se va căuta să se instaleze echerul, simultan, atît pe aliniamentul în cauză $R—S$, cît și în planul de viză normal pe primul ce cuprinde punctul P. Punctul P' se găsește pe aliniamentul $S—R$ atunci cînd pri-

Fig. 2.16 — Ridicarea unei perpendiculare cu echerul arpentorului

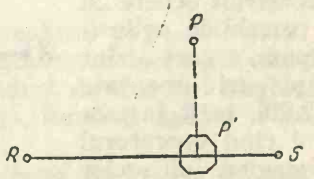


Fig. 2.17 — Coborîrea unei perpendiculare cu echerul arpentorului

BCU IAȘI / COMPUTERSTVELIBRARY

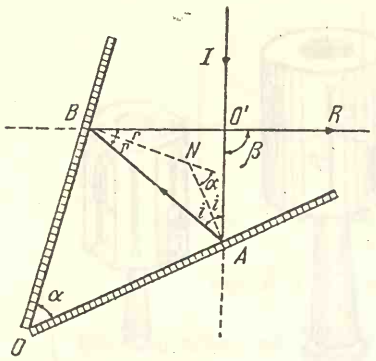


Fig. 2.18 — Echerul cu oglinzi

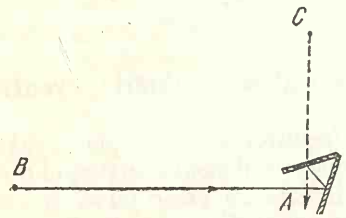


Fig. 2.19 — Ridicări de perpendiculare cu echerul cu oglinzi

vind prin echer succesiv din direcţia R şi din direcţia S — fără a-l mişca — se vor vedea jaloanele din punctele S şi respectiv R.

Precizia ridicărilor cu echerul arpentorului este slabă din cauză că planul de viză este grosolan materializat. Se recomandă să nu se facă ridicări sau coborîri de perpendiculare decît pînă la 20 m, maximum 30 m. Întrebuinţarea echerului este greoaie.

Echerul cu oglinzi este construit pe principiul dublei reflexii a unei raze de lumină pe oglinzi plane. (fig. 2.18). Astfel, unghiul β pe care-l face raza incidentă cu raza reflectată, după ce a suferit reflectări pe cele două oglinzi este egal cu dublul unghiului α pe care-l fac oglinzile între ele.

În triunghiul ABN

$$\alpha = i + r \qquad (2.1)$$

În triunghiul ABO'

$$\beta = 2i + 2r \qquad (2.2)$$

de unde

$$\beta = 2\alpha$$

Dacă $\alpha = 50$ atunci $\beta = 100^g$.

Acesta este echerul cu o singură pereche de oglinzi cu ajutorul căruia se pot ridica perpendiculare pe o direcţie oarecare determinată de staţia A şi un punct oarecare B jalonat (fig. 2.19). Observatorul va vedea imaginea jalonului din B sub un unghi drept. În prelungirea razei emergente — prin vedere liberă — va dirija aşezarea jalonului din C.

Dezavantajul echerului cu o singură pereche de oglinzi este acela că nu asigură şi aşezarea pe aliniament, atunci cînd operatorul se găseşte între jaloanele ce materializează aliniamentul.

Pentru aceasta s-au construit echere cu două perechi de oglinzi-suprapuse, care sînt în aşa fel montate (fig. 2.20), încît în momentul cînd operatorul vede imaginea jaloanelor exterioare A şi B, suprapuse prin oglinzi, este semn că se găseşte exact

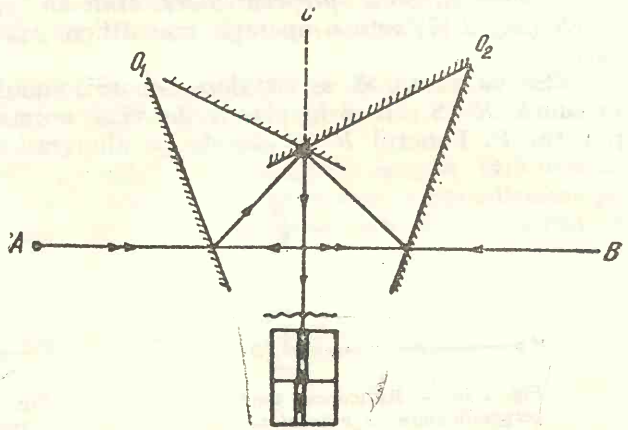


Fig. 2.20 — Echerul cu două perechi de oglinzi

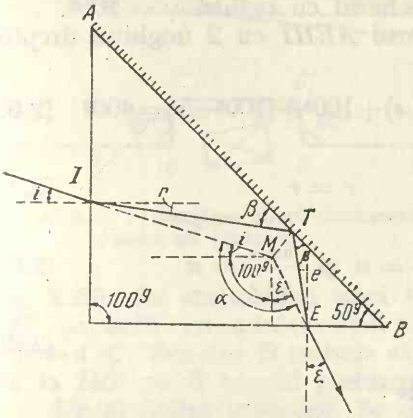


Fig. 2.21 — Mersul unei raze într-o prismă suferind o singură reflexie totală

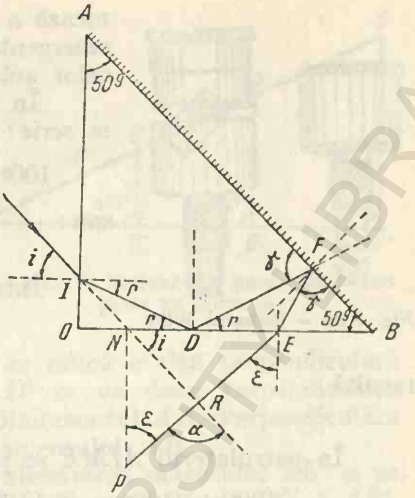


Fig. 2.22 — Mersul unei raze într-o prismă suferind două reflexii interioare

pe aliniamentul celor două puncte A și B. Jalonul din C văzut liber pe direcția razelor emergente, face împreună cu stația un unghi drept cu aliniamentul AB. Cu ajutorul echerului cu două perechi de oglinzi se pot ridica și coborî perpendiculare cu multă ușurință. Eficacitatea acestor echere este socotită la 40—50 m.

Există și echere cu trei oglinzi dispuse în așa fel încît realizează exact același lucru ca echerul cu 2 perechi de oglinzi.

Echerele cu prisme pot fi de asemenea de diferite concepții și realizări.

Echerul cu prisme triunghiulare rectangulare isoscele, prezentat în figura 2.21, cînd raza suferă o singură reflexie interioară. Se poate demonstra

$$\alpha = 100^g + 2i$$

că unghiul pe care-l face raza emergentă cu incidenta este funcție de unghiul de incidență, deci imaginea formată este nestabilă. Raza care suferă două reflexii totale interioare (fig. 2.22) va da:

$$\alpha = 100^g \qquad (2.5$$

adică unghiul pe care-l face raza emergentă cu cea incidentă este drept, independent de mărimea unghiului de incidență, formînd așadar o imagine stabilă.

Echerul cu prisme cel mai răspîndit și mai bun este echerul cu prisme pentagonale (fig. 2.23). Ur-

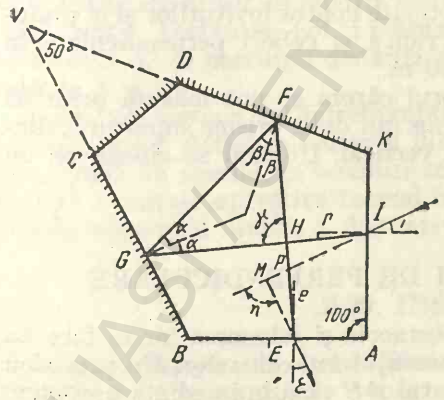


Fig. 2.23 — Prisma pentagonală

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

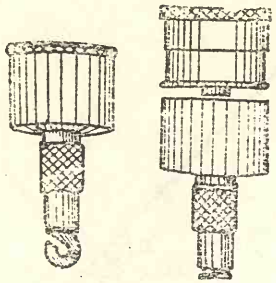


Fig. 2.24 — Echerul Wild

mează a se arăta că unghiul η format de raza emergentă cu cea incidentă este drept. Conform celor arătate la echerul cu oglinzi $\gamma = 100^g$.

În patrulaterul *AEHI* cu 2 unghiuri drepte se scrie:

$$100^g + (100^g + e) + 100^g + (100^g - r) = 400^g \quad (2.6)$$

sau:

$$e = r \quad (2.7)$$

Întrucît

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n \text{ și } \frac{\sin \varepsilon}{\sin e} = n \quad (2.8)$$

rezultă

$$i = \varepsilon \quad (2.9)$$

În patrulaterul *AIME* se poate scrie:

$$100^g + (100^g - i) + (200^g - \eta) + (100^g + \varepsilon) = 400^g$$

Ținînd seama de relația (2.9) rezultă:

$$\eta = 100^g \quad (2.10)$$

Există echere cu o singură prismă pentagonală, însă cele mai bune și totodată mai răspîndite echere sînt cele cu două prisme pentagonale suprapuse, cînd servesc deopotrivă punerii pe aliniament cît și ridicării sau coborîrii perpendicularelor. Modul de lucru cu o singură prismă este asemănător cu acela al echerelor cu o singură pereche de oglinzi, iar modul de lucru cu două prisme pentagonale este asemănător cu cel descris la echerele cu două perechi de oglinzi.

În timpul lucrului, instrumentul este ținut în mînă, aproximativ vertical. Pentru ca punctul să se proiecteze la sol se atîrnă un fir cu plumb sau se aplică o tijă specială. Cele mai cunoscute echere cu prisme pentagonale sînt echerele Wild (fig. 2.24) și Zeiss. În timpul cît nu se lucrează, ambele sisteme de echere au fețele prismelor protejate contra loviturilor și a prafului. Cu ajutorul acestor echere se pot ridica și coborî perpendiculare în bune condiții pînă la distanțe de 70—80 m.

Există și echere speciale cu ajutorul cărora se pot măsura orice fel de unghiuri. Un astfel de echer este compus din două prisme suprapuse, dintre care una este mobilă în jurul axului vertical. Unghiul se citește pe un cerc gradat.

2.12. JALONĂRI CU RIDICĂRI DE PERPENDICULARE

Prelungirea aliniamentelor peste obstacole și jalonarea lor se face cu ușurință prin ridicare de perpendiculare cu ajutorul echerelor. Un procedeu ar fi următorul: se prelungește aliniamentul AB pînă în imediata apropiere a obstacolului, unde se ridică o perpendiculară CC' cu ajutorul unui echer

BCU IASI UNIVERSITY LIBRARY

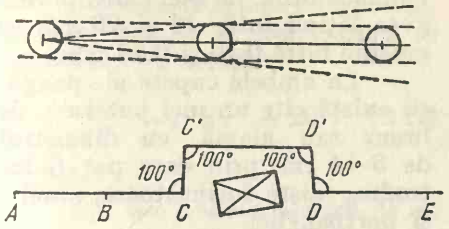


Fig. 2.25 — Prelungirea unui aliniament peste un obstacol

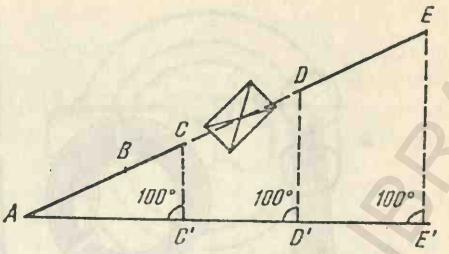


Fig. 2.26 — Prelungirea unui aliniament peste un obstacol

(fig. 2.25). Se staţionează apoi în C' şi se ridică o altă perpendiculară $C'D'$ paralelă cu aliniamentul AB. În D' se va duce perpendiculara $D'D = C'C$. Punctul D trebuie să fie pe aliniamentul AB. Perpendiculara DE la DD' va fi tocmai prelungirea aliniamentului AB.

Un al doilea procedeu. Se caută un aliniament măsurabil AE' şi se plantează un jalon în E'. Se caută poziţia C' în aşa fel încît $CC' \perp AE'$. Distanţele AC', AE' şi CC' fiind măsurabile, în triunghiurile asemenea ce se formează, se pot calcula şi aplica laturile EE' şi DD' (fig. 2.26) ce rezultă:

$$EE' = AE' \frac{CC'}{AC'} \quad \text{şi} \quad DD' = AD \frac{CC'}{AC'}$$

Distanţele rezultate din calcul se aplică din E' şi respectiv D' pe perpendicularele ce se ridică. Punctele D şi E rezultate astfel se vor găsi în prelungirea aliniamentului AB.

2.2. MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANŢELOR

Măsurarea distanţelor este o operaţie de bază în topografie. Distanţele pot fi măsurate direct cu diferite instrumente ce se aplică pe teren cu ruleta, panglica etc. Distanţele pot fi măsurate indirect pe cale optică, fără să mai fie necesar să se parcurgă distanţa de măsurat. Măsurarea indirectă se tratează la § 4.0.

Ambele metode sînt întrebuinţate în mod curent, avînd fiecare avantaje şi dezavantaje. Astfel, măsurarea directă este, în general, mai precisă, dar mai greoaie, în special, în terenuri accidentate, pe cînd măsurarea indirectă prezintă avantaje operative tocmai în terenurile accidentate unde de altfel precizia măsurării directe a distanţelor scade simţitor.

2.20. INSTRUMENTE

2.201. **Panglica de oţel de 50 mm.** Cel mai utilizat şi cel mai important instrument în măsurătorile topografice curente, ca şi pentru măsurarea bazelor de triangulaţie, este panglica de oţel. Panglica este formată dintr-o

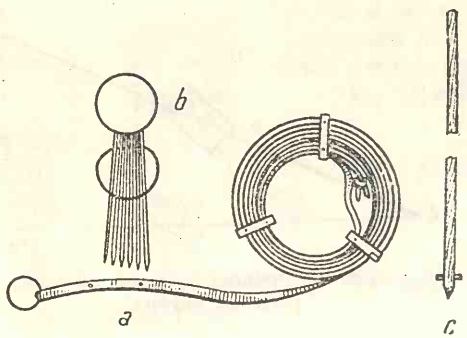


Fig. 2.27—Panglica de oţel cu fişe şi întinzător

bandă subţire, de oţel călit, putînd avea lăţimi între 16 şi 20 mm şi grosimi între 0,40 şi 0,80 mm.

La ambele capete ale panglicii există cîte un inel puternic, de bronz sau alamă, cu diametrul de 3—4 cm, prin care pot fi introduse nişte întinzătoare, numite şi portpanglici.

Diviziunile panglicii sînt înscrise pe ambele părţi, din metru în metru, pe mici plăcuţe de alamă, de formă elipsoidală, bine prinse în nituri. Gradaţia este făcută în ambele sensuri, încît în oricare parte s-ar găsi originea de măsurare, lungimea să poată fi citită direct. Astfel, dacă pe o parte scrie 18 m pe cealaltă corespunde 32 m. Decimetrii sînt marcaţi prin mici găurele, iar jumătăţile de metru prin butoni sau nituri.

Panglicile de construcţie mai veche au originea chiar la mijlocul inelului de întins, marcată printr-o crestătură pe ambele părţi. Panglicile de construcţie mai recentă au originea gradaţiei la circa 20 cm distanţă de inel, fapt care avantajează mult operaţia de măsurare şi chiar precizia obţinută.

Unele panglici, folosite la măsurători în oraşe, au originea la partea exterioară a inelului de întins, pentru a se putea măsura din perete în perete.

Panglica este gradată şi numerotată la o temperatură de 20°, sub o întindere de 6—15 kg la capete.

Panglica se păstrează înfăşurată pe o roată (cruce) la loc uscat, ca să nu ruginească (fig. 2.27, *a*).

Lungimea panglicii variază cu tensiunea de întindere şi cu temperatura.

Variaţia lungimii panglicii Δ_i *în mm, funcţie de forţa de întindere* se calculează cu relaţia:

$$\Delta_i = \frac{l \cdot 1000}{E \cdot S} \cdot (P - P_e) \qquad (2.11)$$

în care:

l este lungimea panglicii, în mm;
E — coeficientul de elasticitate a oţelului $\approx$ 2 000 000 kg/cm²,
S — secţiunea panglicii, în cm²;
P — tensiunea ce se aplică panglicii, în kg;
P_e — tensiunea de etalonare a panglicii, în kg.

Dacă panglica are 0,6 mm grosime şi 2 cm lăţime, adică de secţiune S = = 2 cm × 0,06 cm² şi 50 m lungime, etalonată la o tensiune de P = 10 kg şi este supusă la o întindere de P = 20 kg, alungirea Δ_i a panglicii calculată cu relaţia (2.11) va fi de circa 2 mm, adică panglica se alungeşte cu circa 2 mm cu fiecare spor de tensiune de 10 kg.

BCU IAŞI CENTRU DE CARTE ONLINE

Variația lungimii panglicii Δ_t, *în mm, funcție de temperatură* se calculează cu relația:

$$\Delta_t = l \cdot \alpha(t^\circ - 20^\circ) \quad (2.12)$$

în care:

l este lungimea panglicii, în m;
α — coeficientul de dilatare liniară a oțelului, de circa 0,0115 mm/m la o variație de temperatură de 1°;
t° — temperatura la care se măsoară;
20° — temperatura de etalonare

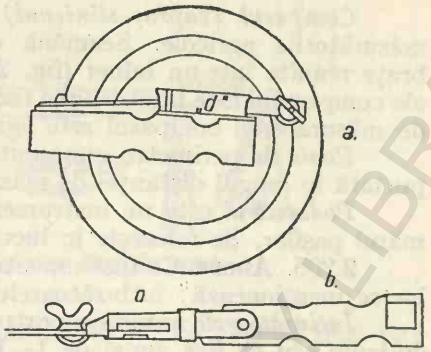


Fig. 2.28 — Firul Ciurileanu
a — pe cadru; *b* — în tensiune cu dinamometrul „d"

Dacă variația de temperatură este la un moment dat $t^\circ - 20^\circ = 5^\circ$, calculînd cu relația (2.12) se obține $\Delta_t \approx 3$ mm pentru panglica de 50 m.

2.202. **Firul Ciurileanu.** Instrumentul se compune dintr-un fir lung de 100 m, cu dispozitiv de corecție de temperatură și dinamometru pentru întindere constantă. (fig. 2.28). Instrumentul dă rezultate bune în măsurătorile agricole la cîmpie. Instrumentul trebuie manevrat cu grijă pentru că altfel repede face buclă și se rupe.

2.203. **Ruleta de pînză și metal de 10, 20 și 2 m.** Ruleta se compune dintr-o panglică de oțel cu pînză (cu fire metalice în țesătură) ce se rulează într-un toc de piele, carton presat sau metalic.

Ruletele se întrebuințează la măsurarea distanțelor mici, la ridicarea detaliilor ca și la măsurarea înălțimii aparatului și a lungimii semnalelor.

2.204. **Alte instrumente.** Mai pot fi menționate ca instrumente de mare precizie: firul de invar (vezi § 2.206); ca instrumente de precizie: rigle de: lemn, sticlă sau metal și ca instrumente expeditive: podometrul, roata și compasul.

Riglele ca instrumente de precizie, de 4—5 m lungime, au fost înlocuite aproape complet cu firele de invar. În teren orizontal riglele se așază cap la cap de-a lungul unei sfori întinse pe aliniament iar în teren înclinat se așază orizontal pe suporți speciali (fig. 2.29).

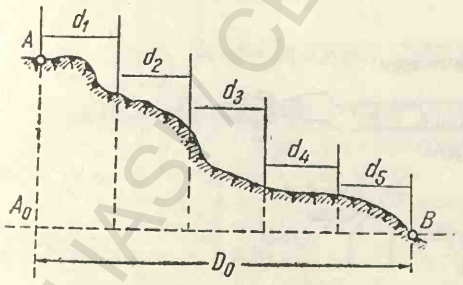


Fig. 2.29 — Măsurarea distanțelor cu riglele

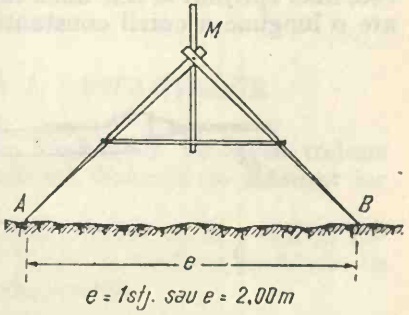


Fig. 2.30—Compasul de măsurat distanțe

BCU IAȘI CENTRU VECHI LIBRARY

Compasul (capra, stînjenul) este un instrument expeditiv folosit în măsurătorile agricole. Seamănă cu un compas fiind alcătuit din două braţe reunite într-un mîner (fig. 2.30). Distanţa *e* (dintre vîrfurile *A* şi *B* ale compasului este întotdeauna fixă şi anume de 2 m, sau 1 stînjen. Viteza de măsurare cu compasul este egală cu aceea a mersului unui om la pas.

Roata de perimetru cunoscut şi înzestrată cu un contor de ture este purtată în lungul distanţei de măsurat dînd distanţa aproximativă.

Podometrul este un instrument purtat în buzunar ce înregistrează numărul paşilor. Se foloseşte în lucrări expeditive şi de control aproximativ.

2.205. **Anexe.** Ca instrumente auxiliare folosite la măsurarea distanţelor se menţionează: întinzătoarele, fişele, dinamometrele, jaloanele.

Întinzătoarele numite şi portpanglici sau portlanţuri sînt nişte bastoane de lemn sau de fier, lungi de 1—1,2 m şi diametru de 3—3,5 cm. Întinzătoarele se introduc în inelele panglicii ajutînd la întinderea acesteia pentru măsurătoare (fig. 2.27, *c*).

La un capăt întinzătorul are un sabot de fier care asigură înfigerea şi fixarea întinzătorului în pămînt, în poziţia dorită. Deasupra sabotului există un cui gros de fier, care străbate transversal întinzătorul. Pe acest cui se va opri inelul panglicii şi tot pe acesta se apasă cu piciorul pentru a se putea ţine întinzătorul exact în poziţia dorită în funcţie de poziţia pe care trebuie s-o ia panglica.

Fişele sînt nişte vergele de fier (fig. 2.27, *b*), curbate în inel la un capăt şi ascuţite la celălalt capăt, pentru a putea fi uşor înfipte în pămînt. Lungimea fişelor este de 30—40 cm, iar grosimea de 5—6 mm. Fişele se ţin pe un cerc de fier (din acelaşi material şi aceleaşi dimensiuni cu fişele), pentru a nu se pierde şi a le putea ţine socoteala. În mod normal, într-un astfel de cerc sînt 11 fişe. Este bine ca în timpul măsurătorii să mai existe un cerc pe care să se înşire fişele adunate de lănţarul din urmă.

Dinamometrele sînt instrumente cu ajutorul cărora se poate măsura o anumită tensiune (în kg).

2.206. **Firul de invar.** Construit dintr-un aliaj de 64% oţel şi 36% nichel, firul este practic insensibil la variaţiile de temperatură (coeficientul de dilataţie fiind de 17 ori mai mic decît al oţelului) fapt pentru care se numeşte *invar*.

Măsurarea foarte precisă a distanţelor cu firul de invar se întemeiază pe aceea că un fir relativ subţire, flexibil dar practic inextensibil, dacă este liber sprijinit la cele două capete ale sale sub tensiuni egale şi constante, are o lungime a corzii constantă.

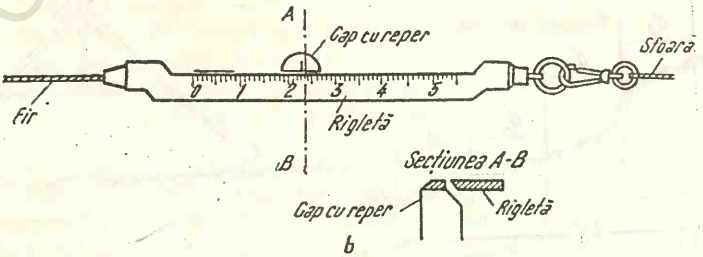


Fig. 2.31 — Rigleta firului de invar şi capul cu reper

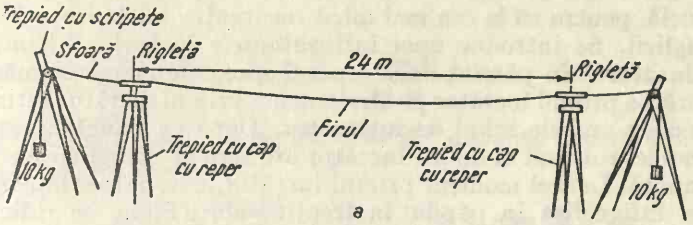


Fig. 2.32 — **Măsurarea distanţelor cu firul de invar**

Lungimea firului este de 24 m, eventual 48 m. La capete, firul este prevăzut cu cîte o rigletă de 8 cm, gradată milimetric. Citirea gradaţiilor pe rigletă se face în dreptul unui cap cu reper instalat pe un trepied (fig. 2.31).

Întinderea firului se face uniform cu ajutorul unor greutăţi de 10 kg, ce se atîrnă la cele două capete prelungite cu sfoară peste scripeţi (fig. 2.32). Cu firul se măsoară în terenuri aproximativ orizontale. Citirea valorilor pe riglete se face simultan de cîte doi operatori. Întotdeauna se fac mai multe citiri (pînă la 5) în alte poziţii ale rigletei pentru aceeaşi poziţie a reperilor.

Aliniamentul pe care se măsoară se jalonează în prealabil cu teodolitul şi se pichetează cu ţăruşi din 24 în 24 m, folosind panglica.

Precizia ce se poate realiza poate atinge chiar 1 mm pe km. Dacă se foloseşte în măsurătorile geodezice trebuie aplicate unele corecţii de temperatură, de gravitaţie, de lănţişor, de etalonare, corecţii ce pot fi neglijate în măsurătorile topografice.

2.207. **Verificarea şi etalonarea instrumentelor.** În general orice instrument de măsurat trebuie controlat şi etalonat înainte de întrebuinţare.

Verificarea se face controlînd instrumentul „la mînă", din aproape în aproape, pentru a constata starea lui dacă dispozitivul de apucare şi întindere este în bună stare, dacă instrumentul nu este fisurat sau dacă eventualele reparaţii precedente s-au făcut în bune condiţii.

Etalonarea constă din confruntarea lungimii instrumentului cu un etalon. În lipsa unui etalon, etalonarea se va face la Direcţia Metrologiei. În general etalonarea se face la o temperatură de 20° şi sub o tensiune medie de 10 kg. Diferenţa constatată cauzează o eroare sistematică al cărei efect poate fi înlăturat prin calcul.

2.21. MĂSURAREA DIRECTĂ A DISTANŢELOR

Măsurarea trebuie să se facă riguros pe aliniament. De aceea trebuie să existe vizibilitate între punctele ce delimitează distanţa de măsurat iar terenul să fie accesibil măsurătorii.

Dacă distanţa se măsoară cu panglica este necesar ca în prealabil aliniamentul să fie pichetat, adică marcat cu ţăruşi la toate schimbările de pantă pentru a se măsura secţiuni de aceeaşi pantă.

2.210. **Măsurarea distanţelor cu panglica de oţel.** Panglica se duce pe teren înfăşurată pe un cerc cu cruce, unde se derulează cu multă atenţie, să

nu facă buclă, pentru că la cea mai mică neatenție bucla forțată duce la ruperea panglicii. Se introduc apoi întinzătoarele în inele. Ultimul lucrător înfige întinzătorul în pămînt lîngă reperul spre care merge cu măsurătoarea și-l dirijează pe primul lucrător pe aliniament. Primul lucrător întinde panglica, apucînd cu ambele mîini de întinzător. După ce panglica este bine întinsă, în momentul cînd al doilea lucrător are zero al panglicii pe reperul de plecare, anunță. În acel moment primul lucrător, care între timp scosese fișa de pe cerc, înfige fișa în pămînt în dreptul valorii 50 m, se ridică și pleacă înainte, avînd grijă să nu atingă fișa cu panglica pe care o trage după el. Primul lucrător a luat cu el inelul cu 11 fișe, iar ultimul lucrător a luat un inel fără nici o fișă, pe care însă va înșira fișele pe care le va scoate de pe aliniament, imediat ce au fost folosite.

În momentul cînd ultimul lucrător a ajuns lîngă fișa înfiptă în pămînt de către primul lucrător, se oprește. Își fixează lîngă fișă întinzătorul, însă mai în urmă cu 20—25 cm, îl orientează din nou pe primul lucrător pe aliniament, întinde panglica și în momentul cînd zero al panglicii este în dreptul fișei, anunță iarăși. Primul va înfige o nouă fișă în dreptul diviziunii 50 m, se ridică și pleacă mai departe. Cînd pleacă, ultimul lucrător scoate fișa din pămînt și o introduce în inelul lui. Operația se repetă întocmai.

Distanța d între repere (țăruși) va fi ușor de găsit dacă la ultima citire de pe panglică la reper se adaugă de atîtea ori 50 m, cîte fișe are în inel ultimul lucrător. Drept control, numărul de fișe din inelul ultimului lucrător plus cele din inelul primului, trebuie să dea 11 fișe.

2.211. **Corecțiile ce se aduc măsurătorilor cu panglica.** Măsurătorilor cu panglica li se aduc două corecții și anume: corecția de etalonare și corecția de temperatură.

Corecția de etalonare. Dacă la etalonare se constată o diferență, adică o eroare e, la lungimea totală a panglicii de 50 m, corecția va fi egală cu eroarea e luată cu semn schimbat, înmulțită cu numărul de cîte ori s-a cuprins panglica în distanța D măsurată,
adică:

$$c_e = -e\frac{D}{50} \tag{2.13}$$

Dacă la etalonare, panglica a fost găsită mai lungă, eroarea este negativă, deoarece $e = 50\text{-}L$ și deci corecția pozitivă, adică rezultatului obținut i se va adăuga cantitatea c. Într-adevăr, o panglică mai lungă va intra de mai puține ori într-o lungime dînd un rezultat mai mic, astfel că este necesară o adăugire pentru a se elimina eroarea, și invers.

Exemplu. Dacă panglica a fost găsită de 49,98 m, $e = 50{,}00 - 49{,}98 = +0{,}02$ m și s-a măsurat o distanță $D = 850$, se obține corecția:

$$c_e = -e\frac{D}{50} = -0{,}02\frac{850}{50} = -0{,}34 \text{ m.}$$

Distanța corectă va fi 849,66 m.

Corecția de temperatură. Deoarece temperatura influențează lungimea panglicii și în consecință rezultatul, este necesară o corecție proporțională cu diferența dintre temperatura de etalonare și cea din timpul lucrului. Întrucît la fiecare 5° diferență de temperatură, panglica de 50 m se modifică

cu 3 mm şi deoarece etalonarea se face la 20° rezultă conform celor arătate la § 2.201:

$$C_t = \frac{T° - 20°}{5°} \cdot \frac{Dm}{50\ \text{m}} \cdot 3\ \text{mm} \qquad (2.14)$$

Exemplu. Dacă la o temperatură de 28° distanţa măsurată a fost găsită de 400 m, corecţia va fi:

$$C_t = \frac{28° - 20°}{5°} \cdot \frac{400}{50} \cdot 3\ \text{mm} = 38{,}4\ \text{mm} \cong 4\ \text{cm}$$

Distanţa corectată va fi 400,04 m.

2.212. **Reducerea distanţelor la orizont.** Prin măsurătoare se urmăreşte distanţa redusă la orizontală (orizont), deoarece aceasta se reprezintă în plan. Reducerea distanţelor la orizont se face de obicei în funcţie de unghiul vertical (unghiul ce-l face linia terenului cu orizontala).

Unghiurile verticale se măsoară separat pentru fiecare secţiune de aceeaşi pantă (declivitate) cu ajutorul unor aparate de măsurat unghiurile verticale.

Distanţa redusă se obţine făcînd produsul distanţei secţiunii respective măsurată direct pe teren (urmînd panta terenului), cu cosinusul unghiului vertical al acelei secţiuni, conform figurii 2.33.

$$d_{0i} = d_i \cdot \cos \varphi_i \qquad (2.15)$$

iar $D_0 = d_{01} + d_{02} + \ldots + d_{0n}$

Exemplu: $d = 76{,}23$ m $\qquad \cos \varphi = 0{,}991713$

$\varphi = 8^g20^c16^{cc} \qquad d_0 = 0{,}991713 \times 76{,}23$

$d_0 = 75{,}60$ m.

2.213. **Reducerea distanţelor la nivelul mării.** Dacă ridicarea se face în cadrul geodeziei, dacă distanţele sînt mari şi instrucţiunile o prevăd, se face şi reducerea distanţelor la nivelul mării, adică la suprafaţa de referinţă zero.

Dacă în figura 2.34

O este centrul pămîntului;

R — raza pămîntului = 6379 km;

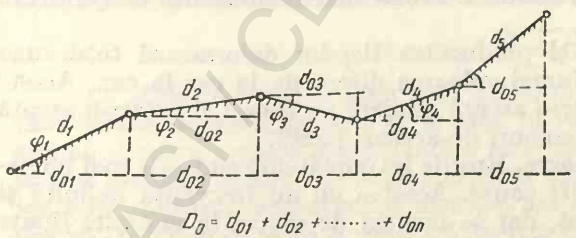


Fig. 2.33 — Reducerea distanţelor la orizont

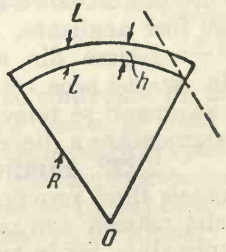


Fig. 2.34 — Reducerea distanţelor la nivelul mării

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

L — lungimea măsurată și redusă la orizont;
h — înălțimea punctelor în raport cu nivelul mării (considerat zero), în zona în care s-a executat măsurătoarea;
l — lungimea redusă la nivelul mării

Din cele două triunghiuri asemenea, formate, rezultă relația:

$$\frac{l}{L} = \frac{R}{R+h} \text{ de unde: } l = L\frac{R}{R+h} \tag{2.16}$$

Practic se calculează corecția $c = L - l$ care se va scădea din lungimea măsurată, deoarece $L - c = l$.

$$c = L - l = L \cdot \frac{h}{R+h} \approx L\frac{h}{R} \tag{2.17}$$

Dacă:

$L = 1\,200$ m și $h = 600$ m (altitudine),

$$c = 1200 \cdot \frac{0{,}600}{6.379} = \frac{720 \text{ m}}{6.379 \text{ km}} = 0{,}11 \text{ m}.$$

L devine $l = 1\,199{,}89$ m.

2.22. PRECIZIA MĂSURĂRII DIRECTE A DISTANȚELOR

La măsurarea directă a distanțelor se pot produce erori sistematice al căror efect poate fi identificat și eliminat, erori întîmplătoare al căror efect poate fi micșorat și evident se pot produce și greșeli.

2.220. **Greșeli.** Greșelile provin de obicei din neatenția celor ce fac măsurătoarea și datorită mai ales: ținerii greșite a socotelii fișelor cînd distanța este mare, citirii pe partea descrescîndă a gradațiilor, neobservarea unei bucle a panglicii, înscrierea greșită în carnet.

Pentru a nu se strecura greșeli, cel puțin în cazul măsurătorilor foarte importante, se recomandă repetarea măsurătorii, cînd cele două valori obținute trebuie să se încadreze în toleranțe. Totodată prin facerea mediei se obține o valoare mai probabilă.

2.221. **Erori sistematice.** Cele mai obișnuite erori sistematice la măsurarea distanțelor sînt: neetalonarea instrumentului sau etalonarea greșită, neglijarea influenței temperaturii, ieșirea de aliniament și pichetarea necorespunzătoare a traseului de măsurat. Problemele etalonării și temperaturii au fost analizate.

Ieșirea din aliniament și producerea fleșelor deformează totdeauna în același sens rezultatele. Numai valoarea diferă de la caz la caz. Aceste neajunsuri se remediază printr-o atentă aliniere pe traseu și printr-o atentă segmentare a distanțelor pe panouri de aceeași pantă.

2.222. **Erorile întîmplătoare.** Erorile întîmplătoare sînt cele mai numeroase, fiind provocate de multe cauze. Acestea nu au frecvență definită și nici mărime sau sens constant, dar se mențin de obicei în anumite limite tolerabile, iar în totalitatea lor de multe ori se compensează.

Dintre cauzele erorilor întîmplătoare, asupra cărora operatorul trebuie să fie atent, se citează: neverticalitatea fișelor, întinderea inegală a panglicii,

BCU "Lucian Blaga" UNIVERSITY LIBRARY

citirea gradațiilor pe panglică, variațiile de temperatură etc. Sporirea atenției de lucru și repetarea măsurătorilor micșorează efectul erorilor.

Eroarea pe unitatea de lungime și eroarea pe lungimea totală. În terenuri de șes sau puțin înclinate, precizia măsurării unei distanțe cu:

firul invar este de 1—3 mm pe km;
riglele este de 3—10 mm pe 100 m;
panglica este de 1—3 cm pe 100 m.

Eroarea crește cu panta terenului.

Dacă acestea sînt erorile pe unitatea de lungime, pentru a găsi eroarea admisibilă pentru o lungime oarecare, se înmulțește eroarea pe lungimea unitară cu radical din distanță, supra lungimea unitară.

Dacă:

e este eroarea pe lungimea unitară.
e_t — eroarea pe lungimea totală.
L — lungimea totală,
l — lungimea unitară, se poate scrie după relația (1.78):

$$e_t = e\sqrt{\frac{L}{l}}$$

Exemplu. Exprimînd eroarea în metri, pentru panglica de oțel rezultă:

$$e_t = 0{,}03\sqrt{\frac{L}{100}}$$

Pentru o distanță măsurată, de 900 m, avem o eroare de:

$$e_t = 0{,}03 \cdot \sqrt{\frac{900}{100}} = 0{,}09\ m = \pm 9\ \text{cm}.$$

Eroarea relativă totală va fi $e_{rt} = \frac{0{,}09}{900} = \frac{1}{10\,000}$

2.223. **Erori de ansamblu.** Făcînd abstracție de greșeli, precizia de măsurare a unei distanțe este influențată evident atît de erorile sistematice e_s, neglijate sau neidentificate, cît și de erorile accidentale e_a.

Eroarea de ansamblu se calculează cu relația (1.80) care deși a fost stabilită la erorile întîmplătoare este evident valabilă și aici:

$$e_t = \pm\sqrt{e_s^2 + e_a^2} \qquad (2.18)$$

La stabilirea toleranțelor cînd distanța măsurată se confruntă cu una considerată ca justă, trebuie să se aibă în vedere ambele cauze de erori și anume: pentru eroarea accidentală o mărime medie corespunzătoare aparaturii și metodei folosite iar pentru eroarea sistematică o mărime corespunzătoare de asemenea aparaturii și metodei dar în nici un caz să nu depășească precizia posibilă de atins și necesară pentru cazul respectiv, cînd formula toleranței ia forma relației (1.81) adică:

$$T = e_s \cdot D + e_a\sqrt{D}$$

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.3. MĂSURAREA UNGHIURILOR

În topografie se măsoară unghiuri orizontale şi unghiuri verticale. Unghiurile orizontale servesc la determinarea poziţiei planimetrice a punctelor iar unghiurile verticale servesc la determinarea poziţiei altimetrice precum şi la reducerea distanţelor la orizont.

Unghiul orizontal α pe care-l fac două direcţii oarecare în spaţiu este unghiul diedru al planelor verticale ce cuprind cele două vize (fig. 2.35). Într-adevăr, oricare din direcţiile $1-2^i$ cuprinse în planul vertical v_2 cu oricare din direcţiile $1-3^i$ cuprinse în planul vertical v_3 formează unghiul orizontal α.

Unghiul vertical φ^i pe care-l face o viză oarecare cu orizontala se obţine de-a dreptul în planul vertical respectiv.

Întrucît orice instrument este prevăzut cu un dispozitiv de vizare, orice viză făcută cu instrumentul determină atît planul vertical care o cuprinde cît şi înclinarea ei.

2.30. INSTRUMENTE DE MĂSURAT UNGHIURI

2.300. **Generalităţi.** Instrumentele de măsurat unghiuri se numesc goniometre (*gonio* = unghi). Un goniometru este înzestrat cu un dispozitiv de vizare şi cu cercuri gradate dintre care unul orizontal pentru măsurarea unghiurilor orizontale α şi unul vertical pentru măsurarea unghiurilor verticale φ.

Goniometrele folosite în topografie s-ar grupa astfel:

a) *Instrumente cu ajutorul cărora unghiurile orizontale se obţin din două vize succesive: grafometrul, pantometrul, tahimetrul şi teodolitul.* Pentru a se obţine unghiul din punctul O (fig. 2.36), se staţionează cu instrumentul în punctul O, se vizează succesiv la semnalul din A apoi la cel din B şi se citesc gradaţiile pe cerc. Din diferenţa celor două citiri a şi b rezultă unghiul α.

$$\alpha = b - a \qquad (2.19)$$

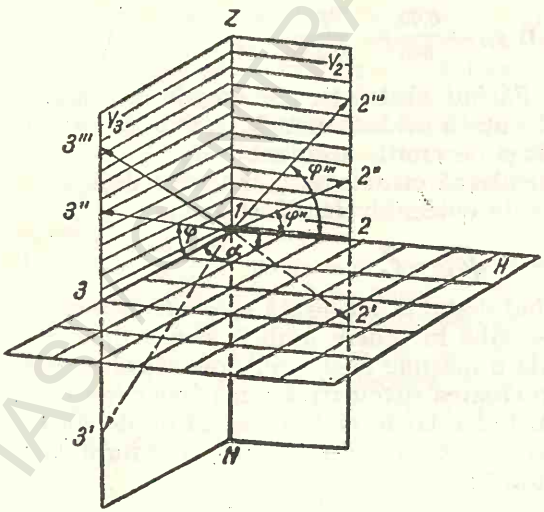


Fig. 2.35 — Unghiul diedru al planelor verticale

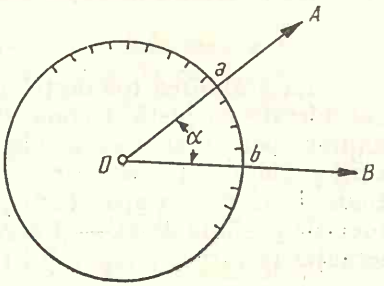


Fig. 2.36 — Obţinerea unghiurilor

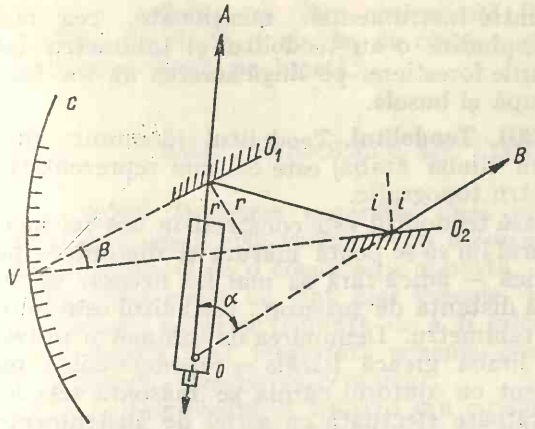


Fig. 2.37 — Măsurarea unghiului α dintr-o singură viză cu sextantul

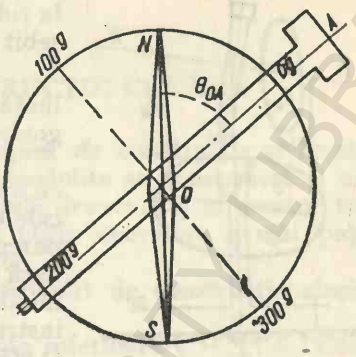


Fig. 2.38 — Măsurarea de-a dreptul a orientării direcției OA cu busola

b) *Instrumente cu ajutorul cărora unghiurile se obțin dintr-o singură viză: sextantul.* Instrumentul este în așa fel construit încît vizîndu-se din O la A (fig. 2.37) și acționînd oglinda mobilă O_2 se aduce pe aceeași direcție și imaginea punctului B prin oglinzile O_1 și O_2. Pe sectorul de cerc c al instrumentului se citește de-a dreptul unghiul α. Într-adevăr, în triunghiul VO_1O_2 se poate scrie:

$$\beta + 100 + r + 100 - i = 200^g$$

iar în triunghiul OO_1O_2

$$\alpha + 2r + 200 - 2i = 200^g$$

de unde $\alpha = 2\beta$

Sextantul se folosește cu precădere în ridicările marine și oceanice unde stația este în mișcare.

c) *Instrumente cu ajutorul cărora se măsoară de-a dreptul orientările direcțiilor: busola topografică.* Pe cercul instrumentului, în dreptul capului nord al acului magnetic se citește de-a dreptul orientarea direcției vizate OA (fig. 2.38).

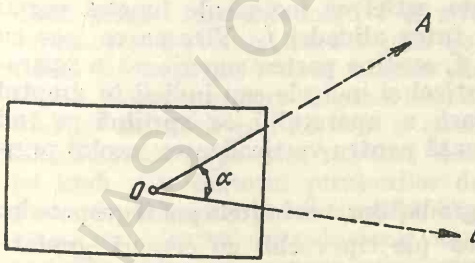


Fig. 2.39 — Trasarea pe planșeta orizontală a proiecțiilor vizelor ce dau unghiul α

d) *Instrumente numite goniografe care dau de-a dreptul mărimea grafică a unghiurilor: planșeta topografică.* Cu aceste instrumente nu se măsoară propriu-zis unghiurile, adică nu se obține valoarea lor numerică ci se materializează de-a dreptul proiecțiile orizontale, ale direcțiilor vizate, pe planșeta orizontală a instrumentului (fig. 2.39).

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

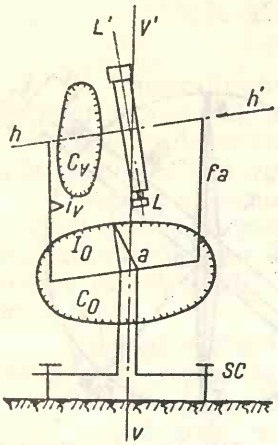


Fig. 2.40 — Schema unui teodolit

Dintre instrumentele menţionate, cea mai largă răspîndire o au teodolitul şi tahimetrul iar în ridicările forestiere, pe lîngă acestea un loc deosebit ocupă şi busola.

2.301. **Teodolitul.** Teodolitul (denumire preluată din limba arabă) este cel mai reprezentativ goniometru topografic.

Dacă teodolitul este construit în aşa fel încît cu ajutorul lui să se poată măsura şi distanţe — pe cale optică — adică fără să mai fie necesar să se parcurgă distanţa de măsurat, teodolitul este totodată şi tahimetru. Denumirea de tahimetru provine din limba greacă (*tachis* = repede) adică un instrument cu ajutorul căruia se măsoară repede. O măsurătoare efectuată cu astfel de instrumente care măsoară simultan atît unghiurile cît şi distanţele, este mai rapidă. Deoarece lunetele teodolitelor sînt înzestrate, aproape întotdeauna cu fire stadimetrice pentru a se putea măsura distanţele pe cale indirectă se obişnuieşte ca acestor instrumente să li se spună teodolite—tachimetre. În general teodolitul este un instrument ce serveşte la măsurarea precisă a unghiurilor fiind utilizat, aşadar, în lucrările de determinare a reţelelor de sprijin sau îndesire pe cînd tachimetrul este un instrument de precizie mai mică ceea ce îl face potrivit pentru lucrările cu caracter intensiv (ridicarea detaliilor).

Există numeroase tipuri de teodolite, de mărimi şi precizii diferite. Oricare ar fi tipul şi dimensiunile, organele principale sînt aceleaşi (fig. 2.40).

Teodolitul are trei axe şi anume: axul principal (vertical) VV', care trebuie să fie vertical în momentul cînd instrumentul este instalat pentru lucru (în jurul lui se roteşte partea superioară a instrumentului pentru a putea fi dirijată în orice direcţie); axul secundar (orizontal) hh' în jurul căruia poate oscila luneta astfel încît să poată lua orice înclinare şi axul lunetei LL'. Unghiurile se măsoară pe cele două cercuri c_0 cercul orizontal şi c_v cercul vertical. Măsurarea unghiurilor orizontale se face în dreptul indicelui i_0 de la alidada a pe cercul orizontal c_0 fixat de partea inferioară a aparatului. Denumirea de alidadă provine de la arabi şi înseamnă braţ. Cercul vertical este montat solidar cu luneta astfel că înclinările lunetei vor fi citite în dreptul indicelui i_v fixat la furca alidadei f_a. Vizarea se face cu luneta. Alidada a cu furcile alidadei f_a susţine partea superioară a aparatului compusă din: lunetă, cercul vertical şi indicele sau indicii în dreptul cărora se fac citirile. Partea inferioară a aparatului se sprijină pe trei şuruburi calante *sc* din care se acţionează pentru verticalizarea axului principal VV'.

Avînd în vedere modul de citire a gradaţiilor, teodolitele pot fi grupate în:

— *teodolite de construcţie clasică* (de tip vechi) cu cercuri gradate metalice şi sistem de citire a gradaţiilor care variază de la vernierul cu lupă pînă la microscopul cu tambur:

— *teodolite cu citire centralizată* (de tip nou sau optice) cu cercuri gradate de sticlă şi sistem de citire a gradaţiilor format dintr-un singur microscop fixat pe lunetă.

2.31. TEODOLITE DE CONSTRUCŢIE CLASICĂ

2.310. Descriere generală. Deşi principiul de construcţie al acestor teodolite este foarte vechi, totuşi asemenea teodolite se construiesc şi azi, fiind ieftine şi de o construcţie robustă. Marele dezavantaj al acestor teodolite este acela că sînt mai greoaie, mai puţin operative şi mai puţin precise, de unde şi tendinţa de a fi înlocuite.

Figura 2.41 reprezintă schema unui teodolit de construcţie clasică cu gruparea pieselor pe complexe.

— Complexul *B* ambaza sau construcţia inferioară (*1—7*): — Complexul *L* limb (*8—13*) (denumirea de limb provine din latină şi înseamnă margine); — Complexul *A* alidad (*14—18*); — Complexul *E* eclimetru (*19—24*).

Construcţia inferioară. Întregul aparat se sprijină pe platforma trepiedului prin intermediul a trei şuruburi de calare, care se găsesc la extremităţile celor trei braţe care formează suportul.

Aparatul se fixează pe trepied cu ajutorul unui şurub pompă prin locaşul cu ghivent *3* sau printr-un şurub ce fixează o placă flexibilă.

În mijlocul suportului, se înalţă axul tubular care susţine limbul. În interiorul axului tubular mai există axul plin, care va susţine cercul alidad şi deci întreaga parte superioară a aparatului, împreună cu luneta. Mişcările celor două axe sînt independente.

Pentru a se bloca şi controla mişcările de rotire, sînt prevăzute două brăţări, una inferioară *7* şi alta superioară *9*. Prima fixează prin şurubul de presiune *6* axul tubular de suport, deci implicit fixează limbul dintr-o anumită poziţie, iar a doua fixează alidada pe axul tubular, deci pe limb. Cu ajutorul şuruburilor de presiune, mişcările pot fi complet blocate, iar pentru introducerea unei anumite valori sau pentru mici mişcări, există şuruburi de mică amplitu-

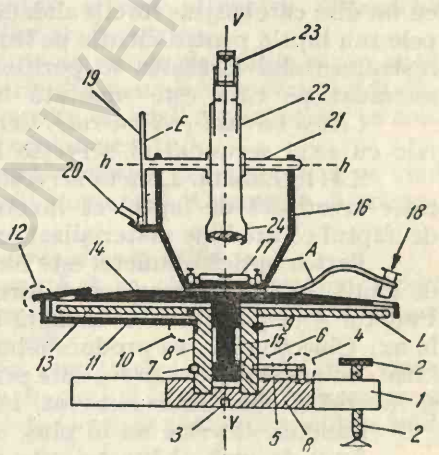


Fig. 2.41 — Secţiune printr-un teodolit clasic:

1 — suportul; *2* — şuruburile de calare; *3* — lăcaş cu filet pentru fixarea teodolitului pe trepied; *4* — şurubul de mică amplitudine a mişcării generale; *5* — tija prelungitoare a brăţării inferioare la şurubul de mică amplitudine; *6* — şurubul de blocare a mişcării generale; *7* — braţara inferioară; *8* — axul vertical tubular; *9* — braţara superioară; *10* — şurubul de blocare a mişcării alidadei de limb (mişcare înregistrătoare); *11* — tijă prelungitoare a brăţării superioare a şurubului de mică amplitudine; *12* — şurubul de mică amplitudine a mişcării alidadei faţă de limb (şurubul micrometric al mişcării înregistrătoare); *13* — limbul (cercul gradat orizontal); *14* — cercul alidadei; *15* — axul vertical plin; *16* — furcile alidadei; *17* — nivela de calare; *18* — microscoapele pentru citirea gradaţiilor pe limb; *19* — cercul vertical; *20* — microscoapele pentru citirea pe cercul vertical; *21* — axul secundar (orizontal) *hh'* al instrumentului (în jurul căruia oscilează luneta); *22* — luneta; *23* — ocularul lunetei; *24* — obiectivul lunetei; *vv'* — axul principal (vertical) al instrumentului.

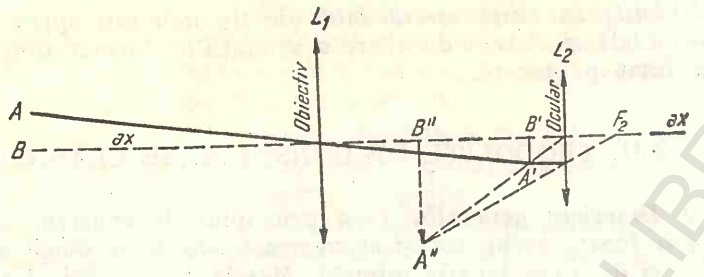


Fig. 2.42 — Schema optică a lunetei

dine, atît în ceea ce privește mișcarea generală față de suport cît și mișcările alidadei față de limb.

Cercul orizontal (limbul). Partea superioară a axului tubular are formă de disc de 8—20 cm diametru. Pe partea superioară este îngropat în disc un cerc metalic gradat.

Cercul alidad. Axul plin se termină în partea superioară, de obicei cu un disc care susține furcile alidadei, precum și părțile auxiliare: microscoapele sau lupele pentru citirile pe limb și una sau două nivele pentru calarea instrumentului (așezarea în poziție de lucru). Furcile alidadei susțin axul secundar pe care este montată luneta.

Cercul vertical (eclimetrul). Cercul gradat vertical este montat concentric cu axul secundar și servește la măsurarea unghiurilor verticale.

2.311. **Luneta.** Luneta servește la vizarea punctelor (semnalelor), operație favorizată de faptul că luneta mărește imaginea semnalului vizat și de faptul că are bine materializat axul de viză.

Partea optică a lunetei este formată din două lentile sau două sisteme de lentile L_1 și L_2. Imaginea se formează conform schemei din figura 2.42. Punctul A se găsește la o distanță foarte mare, iar punctul B se consideră în ax. Obiectivul L_1 va produce o imagine micșorată, reală și inversă în $A'B'$ între ocular și focarul său F_2, care privită prin acesta dă o imagine virtuală și inversă a obiectului observat, în $A''B''$.

Lunetele terestre au în plus, o lentilă care redresează imaginea.

Axul de viză al lunetei este determinat, de centrul optic al obiectivului și centrul firelor reticulare (fire în cruce).

Lunetele pot fi grupate în: — lunete obișnuite (astronomice, terestre. topografice); — lunete stadimetrice (tahimetrice, neanalatice, analatice, autoreductoare); — lunete cu format special și destinație specială.

Luneta topografică se compune din două tuburi coaxiale și anume unul lung, numit tub obiectiv, ce conține obiectivul, lentila de focusare și firele reticulare și unul scurt, numit tub ocular ce cuprinde ocularul (fig. 2.43).

Poziția obiectivului este fixă și de asemenea a firelor reticulare față de obiectiv. Totuși poziția firelor reticulare este reglabilă dar numai perpendicular pe axul lunetei. Poziția lentilei de focusare este variabilă dar numai în lungul axului lunetei pentru a se obține imaginea clară, a obiectului vizat în planul firelor reticulare. Tubul ocular culisează în lungul tubului obiectiv pentru ca observatorul ce privește prin el să vadă clar imaginea firelor reticulare.

BCU "Ion Ionescu de la Brad" IAȘI UNIVERSITY LIBRARY

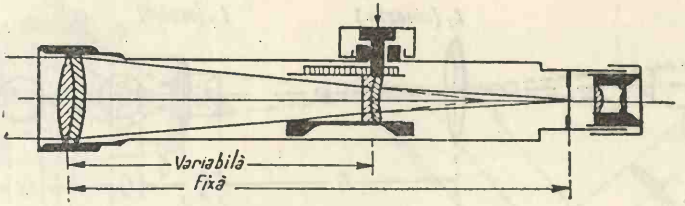


Fig. 2.43 — Schema unei lunete

Firele reticulare (gradate pe o lamelă de sticlă numită şi diafragmă) sînt fixate într-un cerc metalic cu diametrul mai mic decît tubul. Cercul este prins în patru şuruburi opuse două cîte două (la unele construcţii sînt numai trei şuruburi) care permit deplasarea lui în planul reticulului pînă ce încrucişarea firelor trece în axul lunetei (fig. 2.44).

Firele reticulare pot fi simple sau duble, integral sau parţial (fig. 2.45) pentru a se spori precizia de vizare. Firele paralele cu firul reticular principal (vertical) sau nivelor (orizontal) servesc măsurării distanţelor pe cale optică (indirectă) şi se numesc fire stadimetrice.

Obiectivul lunetei este constituit dintr-un sistem de lentile acromatice.

Ocularul lunetei este format de obicei din două lentile care pot fi dispuse cu concavitatea una spre alta cînd rezultă un ocular pozitiv sau cu convexitatea spre obiectiv cînd rezultă un ocular negativ.

Comparativ, ocularul pozitiv asigură o mărire mai puternică pe cînd cel negativ dă o imagine mai clară şi mai luminoasă. Operaţiile de vizare, verificare etc., decurg la fel.

Punerea la punct a imaginii şi vizarea decurg astfel:

— Acţionînd asupra ocularului se caută să se obţină o imagine perfect clară a firelor reticulare. Operaţia se face independent de obiectul de vizat, îndreptînd luneta, de preferinţă, spre cer.

— Se îndreaptă luneta în direcţia punctului (semnalului) de vizat, privind pe deasupra lunetei, se prinde în cîmpul lunetei cît mai centric şi se acţionează de şurubul (moleta) lentilei de focusare pentru a se obţine imaginea semnalului cît mai clară.

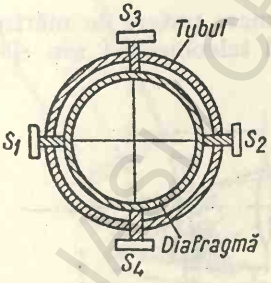


Fig. — 2.44 Diagrama cu fire reticulare

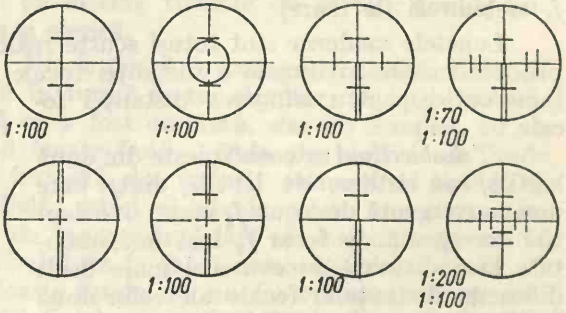


Fig. 2.45 — Sisteme de fire reticulare

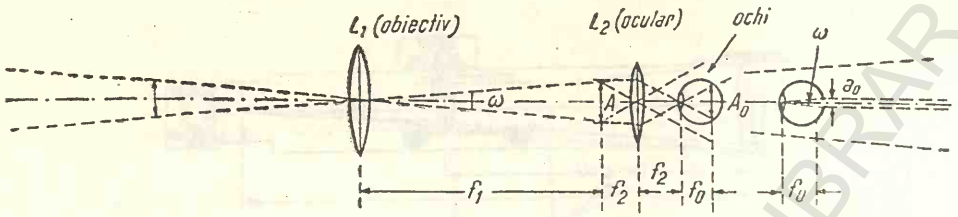


Fig. 2.46 — Mărirea lunetei

Puterea de mărire a lunetei M (sau mărirea) este raportul dintre mărimea imaginii A_0 pe care o înregistrează ochiul omenesc, prin lunetă și mărimea imaginii a_0 pe care o înregistrează ochiul omenesc, prin vedere liberă, adică:

$$M = \frac{A_0}{a_0}. \tag{2.20}$$

În figura 2.46 se arată schema formării imaginii pe retină prin lunetă și liber. Cu f s-au notat distanțele focale și anume: f_1 — a obiectivului, f_2 — a ocularului și f_0 a ochiului.

Se pot scrie proporțiile

$$\frac{A}{f_2} = \frac{A_0}{f_0} \text{ și } \frac{f_1}{A} = \frac{f_0}{a_0} \tag{2.21}$$

de unde prin înmulțire membru cu membru rezultă, avînd în vedere relația (2.20):

$$\frac{A_0}{a_0} = \frac{f_1}{f_2} \text{ și } M = \frac{f_1}{f_2} \tag{2.22}$$

adică mărirea lunetei este direct proporțională cu mărimea distanței focale a obiectivului și invers proporțională cu mărimea distanței focale a ocularului. Întrucît distanța focală a ocularului nu poate fi oricît de mică înseamnă că o lunetă cu mare putere de mărire trebuie să fie lungă (pentru că f_1 trebuie să fie mare).

Lunetele moderne sînt totuși scurte realizînd o mare putere de mărire printr-o mărire artificială a distanței focale folosind teleobiectivi sau sisteme optice pentru frîngerea distanței focale.

Teleobiectivul se construiește din două lentile, sau sisteme de lentile, dintre care una convergentă de focar f_1 mare și o lentilă divergentă de focar f_2 mai mic, montate la o distanță d ceva mai mare decît diferența distanțelor focale ale celor două lentile. Conform figurii 2.47, distanța focală f rezultată (măsurată din F la planul prin-

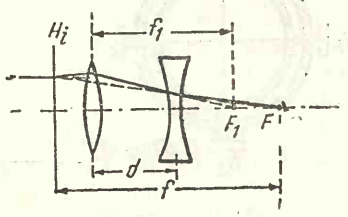


Fig. 2.47 — Teleobiectivul

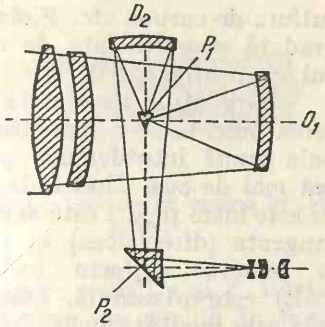


Fig. 2.48 — Luneta scurtă cu oglinzi și prisme

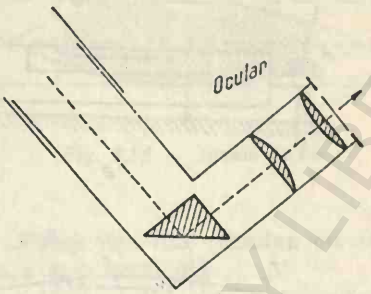


Fig. 2.49 — Lunetă cotită

cipal imagine *Hi*) este mult mai mare decît distanța focală f_1 a lentilei convergente. De exemplu dacă $f_1 = 10$ cm, $f_2 = -5$ cm și $d = 6$ cm, rezultă:

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d} = \frac{(10)(-5)}{(10 - 5) - 6} = \frac{-50}{-1} = 50 \text{ cm}. \qquad (2.23)$$

Frîngerea distanței focale se poate realiza în multe moduri, ca de exemplu prin asocierea a două oglinzi parabolice O_1 și O_2 cu două prisme de reflexie totală P_1 și P_2 (fig. 2.48).

Lunetele cotite sînt lunete folosite în observațiile astronomice și în ridicările subterane unde înclinarea lunetei este foarte puternică. În cotitura tubului se află o prismă cu reflexie totală care frînge direcția razelor cu 100^g (fig. 2.49).

Ocularul prismatic este format dintr-o prismă cu reflexie totală într-o montură ce permite aplicarea pe ocular (fig. 2.50). Ocularul prismatic se aplică pe ocularul lunetei obișnuite numai atunci cînd este cazul.

2.312. **Nivela de calare.** Nivela servește la calarea instrumentului, adică la așezarea lui în poziție de lucru.

Un teodolit este calat atunci cînd axul principal este verticalizat, respectiv limbul orizontalizat.

Se disting tipurile de nivelă: torică, butoiaș și sferică.

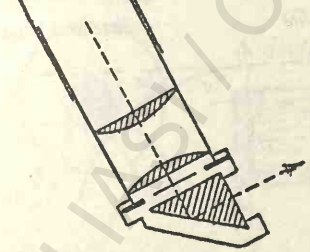


Fig. 2.50 — Ocular prismatic

Nivela torică se compune dintr-o fiolă de sticlă în formă de tor circular, ermetic închisă. după ce a fost umplută, dar nu complet, cu un lichid foarte fluid. „Bula de aer" ce se vede este formată din vaporii saturați ai lichidului din fiolă, astfel că nivela poate suporta variațiile de temperatură fără să se spargă. Lichidele întrebuințate la fabricarea nivelelor trebuie să fie foarte fluide, să nu fie corosive, să nu ude pereții fiolei, să nu înghețe la temperaturi scăzute. Asemenea lichide sînt eterul, alcoolul și

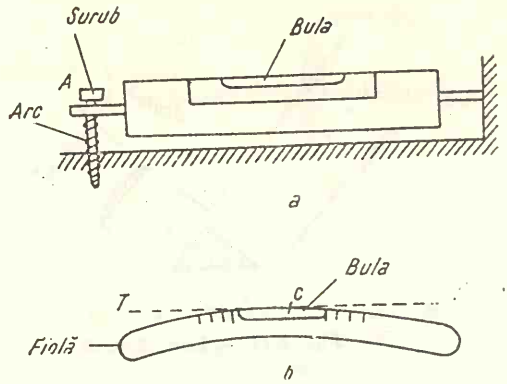


Fig. 2.51 — Nivela torică

sulfura de carbon etc. Fiola este gradată simetric față de mijlocul ei C (fig. 2.51).

Gradațiile servesc la aducerea bulei între repere știind că bula ocupă întotdeauna partea cea mai de sus. Cînd bula nivelei este între repere este semn că tangenta (directricea) la nivelă în punctul mijlociu (cel mai înalt) este orizontală. Dacă nivela este montată în așa fel încît directricea ei este perpendiculară pe o piesă sau paralelă cu ea, în momentul cînd bula nivelei este adusă între repere, implicit piesa respectivă este adusă în poziție verticală respectiv orizontală.

Pentru aceasta este însă necesar ca nivela să fie rectificată. Nivela este rectificată atunci cînd directricea este perpendiculară pe axul instrumentului ce o susține, respectiv paralelă cu suportul. Pentru a se putea rectifica, nivela este montată în așa fel încît un capăt al ei să fie fix, iar celălalt reglabil.

Să presupunem că nivela este așezată pe o suprafață înclinată (fig. 2.52) de un unghi oarecare φ necunoscut. Se acționează din șurubul de rectificare a nivelei R, se aduce bula între repere, adică se orizontalizează directricea T a nivelei (poziția a). Se ridică apoi nivela și se așază pe suprafața înclinată, pe aceeași direcție, însă în poziție inversă adică diferind cu 200^g (poziția b).

Conform figurii, unghiul pe care-l face de data aceasta directricea cu orizontala este 2φ, adică deplasarea bulei corespunde unui unghi de înclinare dublu.

Întrucît nivela a fost dereglată de unghiul φ (poziția a) reglarea nivelei și totodată orizontalizarea suprafeței de sprijin se face privind bula în poziția b și acționînd simultan, sau alternativ, din șurubul de rectificare R și din cel de înclinare S în așa fel încît fiecare să anuleze jumătate din eroarea 2φ. Operația se va repeta pînă cînd bula nivelei rămîne între repere

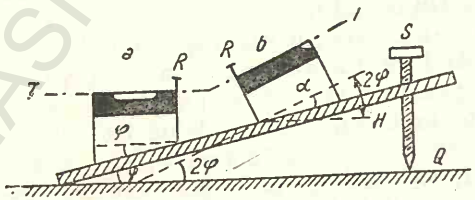


Fig. 2.52 — Rectificarea unei nivele

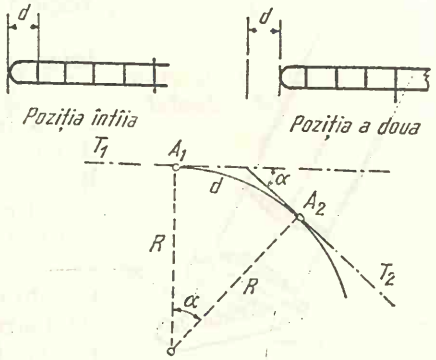


Fig. 2.53 — Sensibilitatea nivelei

Fig. 2.54 — Nivela cu cameră de compensare

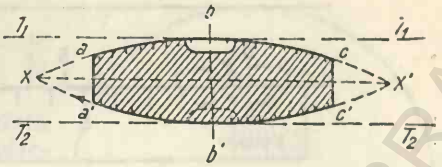


Fig. 2.55 — Nivela dublă

în ambele poziții *a* și *b*. Reglarea nivelei se face așa dar simulan cu aducerea piesei de sprijin în poziție orizontală sau verticală.

Precizia cu care se realizează orizontalitatea directricei depinde de sensibilitatea nivelei.

Prin sensibilitatea nivelei se înțelege mărimea unghiulară α (înclinarea nivelei) ce corespunde deplasării bulei cu o gradație d (fig. 2.53) sau deplasării bulei cu 1 mm. Dacă raza de curbură a fiolei este R, de ordinul metrilor sau al zecilor de metri, iar $d \approx 2$ mm, înseamnă că α este foarte mic cînd se poate scrie avînd în vedere că $\rho^{cc} = 636\,620^{cc}$

$$\frac{\alpha^{cc}}{\rho^{cc}} = \frac{d}{R} \tag{2.24}$$

$$\alpha^{cc} = \frac{d}{R}\,\rho^{cc} \tag{2.25}$$

Așadar, sensibilitatea este funcție în primul rînd de curbura fiolei. Totuși razele de curbură prea mari, determinînd o instabilitate a bulei, nu sînt practice.

Nivela cu cameră de compensare este o nivelă cu bulă de mărime controlabilă (fig. 2.54) deoarece se poate împrumuta „aer" din camera de compensare sau ceda, prin înclinarea convenabilă a nivelei.

Nivela dublă (butoiaș) (fig. 2.55) a cărei directrice T_1T_1 trebuie să fie paralelă cu T_2T_2 poate lucra în două poziții, fapt pentru care se mai numește și nivelă reversibilă.

Nivea sferică (fig. 2.56) fiind mult mai puțin sensibilă servește în general pentru calări aproximative.

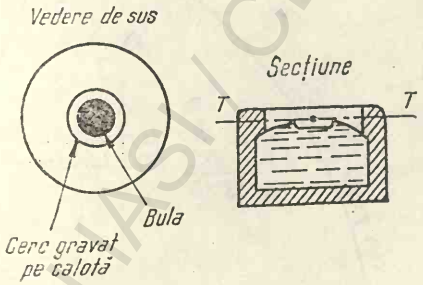


Fig. 2.56 — Nivela sferică

2.313. **Citirea gradațiilor și sisteme de citire.** În schema din figura 2.40 s-a arătat că pentru citirea gradațiilor există un indice fix pe alidadă pentru limb și unul pe furcile alidadei pentru eclimetru. Desigur că citirea simplă în dreptul unui indice nu poate fi suficient de precisă de aceea indicele este completat cu niște gradații ajutătoare obținîndu-se vernierul, scărița și

BCU IAȘI / CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

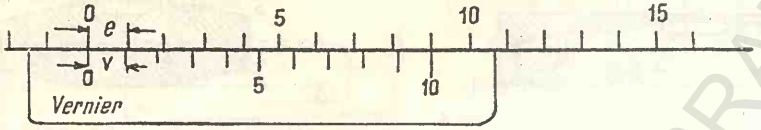


Fig. 2.57 — Vernierul liniar

eventual alte dispozitive. Totodată privirea trebuie ajutată cu o lupă dar mai bine cu un microscop.

Vernierul dat în figura 2.57 este un vernier liniar. Se observă că gradaţiile de pe vernier, egale între ele, sînt ceva mai mici decît cele de pe rigletă. În cazul de faţă cele 10 diviziuni ale vernierului cuprind exact 9 diviziuni de pe riglă sau $10\,v = 9e$. Aceasta este relaţia vernierului, de formă generală:

$$n \cdot v = (n - 1)e \tag{2.26}$$

Zero al vernierului este indicele din figura 2.40 în dreptul căruia trebuie să se facă citirea. Dacă zero al vernierului corespunde exact cu o diviziune de pe riglă, limb, eclimetru, se citeşte gradaţia respectivă. Dacă însă zero este deplasat (de exemplu în dreapta şi cu puţin) în aşa fel încît prima diviziune de pe vernier vine în coincidenţă cu o diviziune de pe riglă înseamnă că indicele de zero este deplasat tocmai cu cantitatea $e-v$. Dacă corespunde diviziunea i, indicele de zero va fi deplasat cu cantitatea $i(e-v)$. Aşadar, citirea de bază se face pînă la indicele de zero la care se adaugă $i(e-v)$. Cantitatea $e-v$ se numeşte precizia vernierului şi se obţine din relaţia (2.26):

$$e-v = \frac{e}{n} \tag{2.27}$$

unde:

e reprezintă valoarea celei mai mici gradaţii de pe cercul gradat iar n numărul gradaţiilor vernierului. În cazul figurii 2.57, $e = 1$ iar

$$n = 10 \text{ deci } p = \frac{1}{10}.$$

Exemple de citire cu vernierul. a) În figura 2.58 valoarea celei mai mici diviziuni de pe cerc este 20′ deoarece gradul sexa este împărţit în trei. Vernierul avînd 10 gradaţii, precizia lui va fi $20'/10 = 2'$. Pînă la originea vernierului se citesc 93°40′ la care se adaugă $2' \cdot 6 = 12'$. deoarece a şasea diviziune de pe vernier corespunde cu o diviziune de pe cerc şi se obţine 93°52′. Citirea este uşurată dacă numerotarea gradaţiilor vernierului este de-a dreptul în minute (al doilea rînd de valori). Nu-

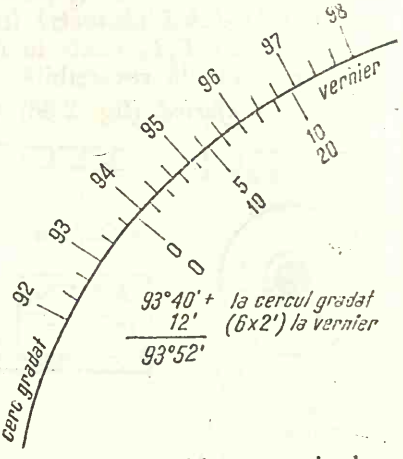


Fig. 2.58 — Citire cu vernierul

mărul gradațiilor vernierului poate fi și de 20,25 sau 40, cînd se obține o precizie mai mare dar intervin și dificultăți la observarea coincidenței.

Scărița este de fapt o scară gradată pe o lamelă de sticlă dispusă între obiectivul și ocularul unui microscop în așa fel încît imaginea ei să fie văzută suprapusă peste imaginea cercului gradat.

Planul scăriței este în așa fel potrivit încît lungimea ei totală ($n \cdot s$) formată din n diviziuni (de obicei 10) să coincidă perfect cu o diviziune e, de pe cercul gradat (fig. 2.59). Îndeplinirea acestei condiții trebuie verificată și rectificată dacă este cazul. Sensul de creștere a gradațiilor (scrise sau nu) de pe scăriță este invers celui de pe cerc. Valoarea unei gradații de pe scăriță este chiar e/n adică valoarea celei mai mici gradații de pe cerc împărțită la numărul gradațiilor scăriței. În cazul figurii 2.59, $e/n = 20'/10 = 2'$.

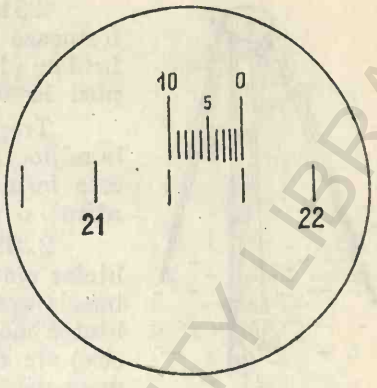


Fig. 2.59 — Imaginea scăriței proiectată peste o diviziune a cercului gradat

Citirea gradațiilor cu scărița urmează în general indicațiile date la vernier, adică: se citesc pe cerc gradațiile pînă în dreptul diviziunii zero, adică diviziunea peste care se proiectează scărița, la care se adaugă produsul dintre valoarea unei gradații de pe scăriță (precizia scăriței) cu numărul de diviziuni ce depășește gradația de pe cerc peste care este proiectată scărița.

În figura 2.60 se dau două exemple de citire cu scărița în gradație sexa și centesimală.

Există și scărițe moderne cu 60 respectiv 100 diviziuni care vor fi arătate la § 2.32.

Citirea cu scărița este mai ușoară decît citirea cu vernierul.

Notă. Există și alte dispozitive pentru citirea gradațiilor, cum sînt microscopul cu tambur, apoi microscopul cu tambur și pieptene, dispozitive menite să sporească precizia. Toate acestea sînt depășite. Azi la măsurarea precisă a unghiurilor se folosesc teodolite cu citire centralizată.

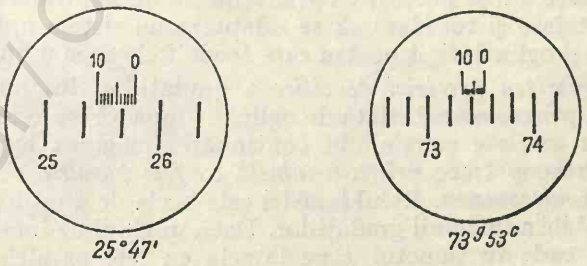


Fig. 2.60 — Citiri cu scărița

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

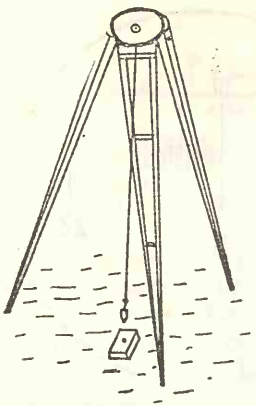


Fig. 2.61 — Trepiedul şi firul cu plumb

2.314. **Trepiedul şi firul cu plumb.** Trepiedul formează stativul aparatului în timpul lucrului iar firul cu plumb serveşte la aşezarea aparatului pe trepied la verticala punctului de staţie (fig. 2.61).

Trepiedul este format dintr-o platformă (găurită la mijloc) şi 3 picioare de susţinere, iar firul cu plumb este format dintr-un fir (sfoară) de capătul căruia atîrnă o greutate (plumb) conică.

2.315. **Busola teodolitului.** Majoritatea teodolitelor sînt înzestrate şi cu busole. După cum se ştie, busola arată direcţia nordului magnetic dînd posibilitatea măsurării de-a dreptul a orientărilor (magnetice) ale direcţiilor (fig. 2.38). Funcţie de orientarea magnetică se poate obţine orientarea geografică dacă se cunoaşte unghiul δ (fig. 2.38). Majoritatea busoleleor sînt şi declinabile, adică admit introducerea unghiului δ astfel încît să se citească de-a dreptul orientări geografice sau în sistemul de referinţă a reţelei de sprijin. Noţiuni asupra magnetismului terestru ca şi în ce priveşte alcătuirea, funcţionarea şi folosirea busolei se dau la § 4.1.

2.32. TEODOLITE CU CITIRE CENTRALIZATĂ (OPTICE)

Teodolitele cu citire centralizată sînt teodolite de construcţie relativ recentă (datează efectiv abia de după primul război mondial) fiind construite prima dată la Zeiss-Jena după proiectele inginerului elveţian W i l d apoi de către întreprinderile Wild în Elveţia şi cu timpul de către diverse fabrici constructoare de teodolite inclusiv în U.R.S.S. şi R.P. Ungară. Ca urmare a caracteristicilor lor, aceste teodolite sînt mai precise şi totodată asigură ridicărilor un ritm mai ridicat. Există chiar tendinţa de a se folosi în exclusivitate.

2.320 **Caracteristici constructive şi funcţionale.** Caracteristica principală a acestor teodolite este *citirea centralizată* a gradaţiilor de pe ambele cercuri şi anume printr-un microscop fixat pe lunetă astfel încît operatorul nu mai trebuie să-şi schimbe poziţia pentru a face citirile. Pentru realizarea citirii centralizate a fost necesar ca gradaţiile să fie imprimate *pe cercuri de sticlă* bine protejate şi totodată să se adapteze un sistem optic format din prisme, lentile şi oglinzi, fapt pentru care teodolitele se mai numesc şi *optice*.

Pentru sporirea preciziei de citire a gradaţiilor, lumina ce pătrunde în aparat prin prisme este dirijată de oglinzi, după ce se reflectă pe suprafaţa cercurilor gradate purtînd în continuare imaginea lor, înainte de a ajunge la microscop trece printr-o *lamelă cu feţe paralele* ce se găseşte în legătură cu un *micrometru*. Rolul lamelei este acela de a mijloci o deviere riguros controlabilă a imaginii gradaţiilor. Dacă unghiul de incidenţă i a razei de lumină ce cade în punctul I pe lamela cu feţe paralele MM' şi NN' este mic, se demonstrează că a (abaterea razei emergente) depinde, ca

variabilă, numai de i (fig. 2.62) într-adevăr se pot scrie:

$$a = IE \cdot \sin(i - r) \text{ și } IE = \frac{l}{\cos r} \qquad (2.28)$$

Înlocuindu-l pe IE și avînd în vedere că unghiul de refracție r este mic se obține:

$$a = l(i - r) \sin 1^{cc} = \frac{l \cdot (i - r)}{\rho} \qquad (2.29)$$

Pentru a se înlocui $i - r$ se pleacă de la relația ce leagă indicele de refracție a sticlei (lamelei) de unghiul de incidență și cel de refracție în cazul cînd unghiul de incidență este mic

$$\frac{i \cdot \sin 1^{cc}}{r \cdot \sin 1^{cc}} = n$$

de unde:

$$i - r = i \frac{n - 1}{n} \qquad (2.30)$$

și

$$a = l \cdot i \frac{n - 1}{n \cdot \rho} = K \cdot i \qquad (2.31)$$

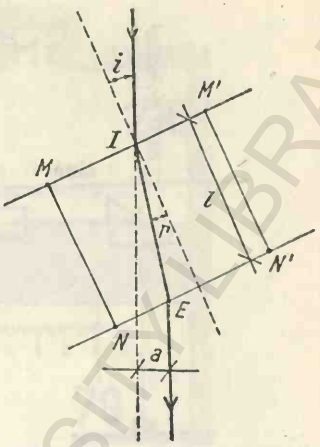


Fig. 2.62 — Abaterea luminii ce străbate o lamelă cu fețe paralele

Unei variații a unghiului i, controlată printr-o rozetă exterioară, îi va corespunde o abatere a razei de lumină ce se citește pe un *micrometru*.

Pentru sporirea preciziei de orizontalizare a indicilor de la cercul vertical, eclimetrul este prevăzut cu o *nivelă de contact* (fig. 2.63) ce aduce imaginea capetelor bulei într-un singur vizor.

Coincidența corespunde cu poziția „bula între repere" exactă.

Pentru lucrări în subteran precum și pentru observații de noapte, lumina procurată de o baterie este dirijată automat la cercurile ce trebuie citite și la firele reticulare. În figura 2.64 se arată cum sînt luminate firele reticulare ale lunetei pentru a se putea viza.

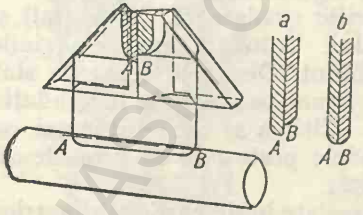


Fig. 2.63 — Nivela de contact: *a* — necoincidență; *b* — coincidență

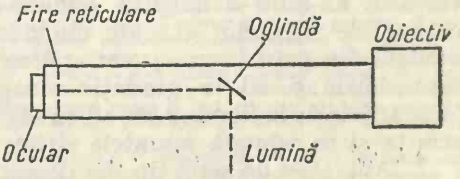


Fig. 2.64 — Luminarea firelor reticulare

BCU IAȘI CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

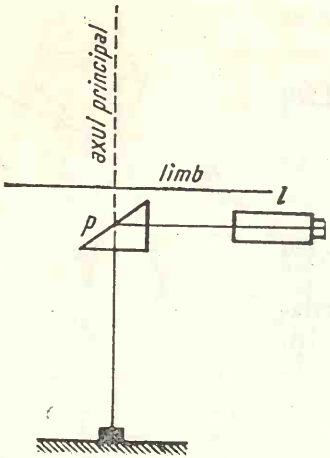


Fig. 2.65 — Centrarea optică

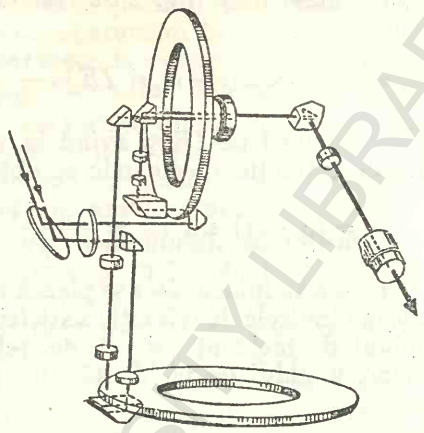


Fig. 2.66 — Schema optică la teodolitul tahimetru Zeiss Theo 030

Centrarea teodolitelor în staţie se controlează şi definitivează cu dispozitivul de centrare optică (fig. 2.65) format dintr-o lunetă şi o prismă montată la partea inferioară, paralele cu limbul. Cercul din axa lunetei se proiectează prin reflexie în prelungirea axului principal.

O seamă de alte îmbunătăţiri cum ar fi fixarea aparatului de trepied printr-o placă flexibilă, trepiedele indeformabile au fost însuşite şi la construcţia recentă a teodolitelor de tip clasic.

Se disting mai ales următoarele tipuri de teodolite:

— teodolitul-busolă Wild T_0 (vor fi descrise la § 4.1);

— teodolitul-tahimetru cu scăriţă ca Theo 030 Zeiss Jena, T_{16} Wild, TD-1 sovietic (notaţia veche) etc.;

— Teodolitul-tahimetru Wild T_1;

— teodolitul universal cu citire prin coincidenţa imaginilor Wild T_2, Zeiss Theo 010, T_2 de construcţie sovietică (în notaţia veche TB-1), Galileo (Italia), MOM (Ungaria) etc.;

— teodolitul universal cu duble cercuri de sticlă DK-Kern-Wild şi TE-c_1-MOM;

— teodolitul de mare precizie cu citire prin coincidenţă Wild T_3 şi cele de construcţie sovietică T_{05} şi T_1 (în notaţia veche OT-02) etc.

2.321. **Teodolite-tahimetre cu scăriţă.** Schema optică a unui astfel de teodolit apare, în montura aparatului, ca în figura 2.66.

În figura 2.67 se arată imaginea cercurilor gradate H (orizontal) şi vertical V dintr-o singură regiune a cercului. Totodată apar imaginile mărite ale scăriţelor gradate din minut în minut. Deoarece cercurile sînt gradate din grad în grad, vor apărea 100 diviziuni pe scăriţele în gradaţie centezimală şi 60 în gradaţie sexagesimală. Citirea se face întocmai ca la scăriţele de la figura 2.60, adică se citesc gradele peste care se proiectează scăriţa şi se adaugă minutele citite pe scăriţă.

Aparatele de acest tip sînt deosebit de apreciate în ridicările tahimetrice şi de detaliu. Se mai menţionează teodolitul Theo 020 Zeiss cu indexul eclimetrului stabilizat cu o precizie de $\pm 2'$ etc.

BCU IAŞI - BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

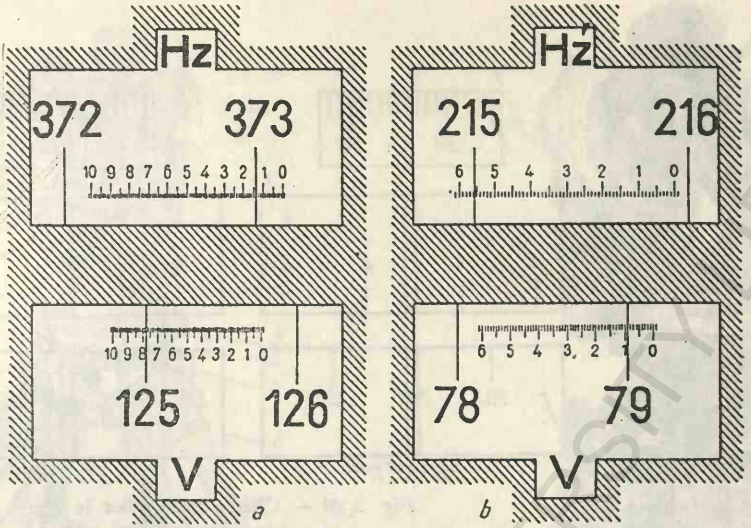


Fig. 2.67 — Citirea gradaţiilor la teodolitele cu scăriţă:

a) $Hz - 373^g133$ $V - 125^g775$ *b)* $Hz - 215°55',4$ $V - 79°08',5$

2.322. **Teodolitul-tahimetru repetitor Wild T_1.** În figura 2.68 se dă o vedere de ansamblu cu notaţiile respective iar în figura 2.69 schema optică în montura aparatului.

Citirea gradaţiilor. Privind prin ocularul microscopului se vor observa trei ferestruici cu gradaţii precum şi două fire reticulare paralele (apropiate) peste ferestruicile A_z a limbului şi V a eclimetrului, ce se continuă cu un singur fir median peste ferestruica de sus a micrometrului (fig. 2.70). Citirea se face succesiv, mai întîi la cercul orizontal, apoi la cel vertical.

Pentru citirea la cercul orizontal se acţionează asupra rozetei de la furca alidadei pînă cînd o diviziune a firului vine între firele reticulare. Acţionînd asupra rozetei se acţionează de fapt asupra lamelei cu feţe paralele astfel că se deplasează imaginea limbului dar şi imaginea micrometrului. Gradele

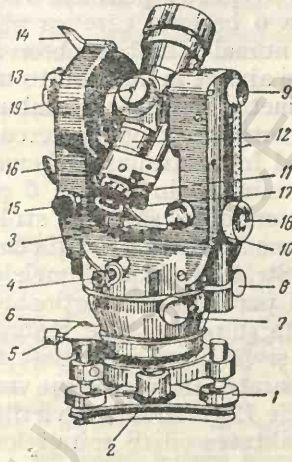


Fig. 2.68 — Teodolitul T1:

1 — şuruburile de calaj; *2* — nivela sferică pentru calare aproximativă; *3* — nivela de calare precisă a instrumentului de sensibilitate $30^{cc}/2mm$; *4* — ocularul dispozitivului de centrare optică; *5* — şurubul de blocare a mişcării generale; *6* — şurubul de mică mişcare a mişcării generale; *7* — şurubul de blocare a mişcării particulare (înregistratoare); *8* — şurubul de mică mişcare a mişcării particulare; *9* — şurubul de blocare a mişcării cercului vertical; *10* — şurubul de mică mişcare a cercului vertical; *11* — moleta ocularului lunetei pentru reglajul optic al claritătii firelor reticulare; *12* — moleta pentru relagjul optic al imaginii date de către obiectiv; *13* — nivela cercului vertical de sensibilitate $30^{cc}/2$ mm; *14* — oglinda nivelei cercului vertical; *15* — şurubul micrometric al nivelei cercului vertical; *16* — oglinda prin care se transmite lumina pentru luminarea cercurilor gradate; *17* — moleta (ocularului mircometrului care serveşte la citirea gradaţiilor) de reglare a claritătii imaginii gradaţiilor cercurilor; *18* — rozeta micrometrului optic (conexat cu lamele cu feţe paralele); *19* — rozeta de înclinare a paletei pentru luminarea firelor reticulare.

BCU CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

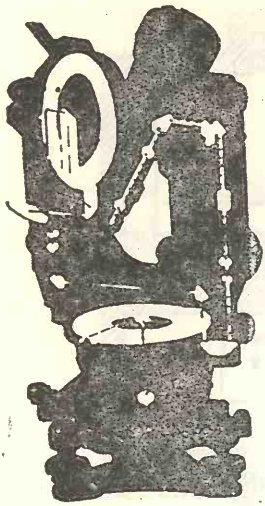


Fig. 2.69 — Schema optică a teodolitului Wild T_1

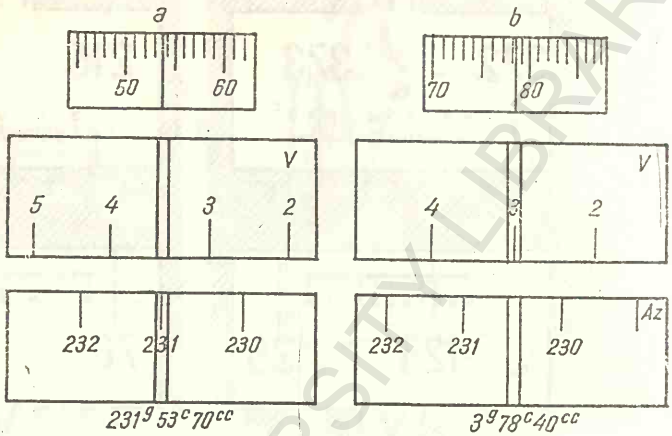


Fig. 2.70 — Citirea gradațiilor la T_1:
a — citire la limb $231^g53^c\ 70^{cc}$
b — citire la eclimetru $3^g78^c40^{cc}$

se citesc direct pe cerc iar minutele pe micrometru. Pentru citirea unghiului vertical se procedează la fel dar numai după ce s-a controlat coincidența capetelor bulei la nivela de contact.

2.323. **Teodolitul cu coincidență Wild T_2 universal.** Caracteristica cea mai de seamă a acestui teodolit este aceea că aduce în microscop nu numai o regiune a cercului gradat ci întotdeauna, față în față, prin suprapunere optică, două regiuni diametral opuse asigurînd, prin facerea coincidenței o precizie de citire și respectiv măsurare a unghiurilor remarcabilă. În figura 2.71 se dă înfățișarea teodolitului Wild T_2 iar în figurile 2.72 și 2.73 schema optică în montură și în secțiune.

Aducerea imaginilor cercurilor gradate în microscopul de citire și facerea coincidenței optice. Oglinzile *3* și *18* din figura 2.71 respectiv prismele *1* și *1'* din figura 2.73 reflectă lumina zilei (noaptea de la o baterie) care va pătrunde în aparat prin prismele *2—2'*. Făcînd referire numai la limb se observă că lumina se reflectă în prisma *2*, străbate lentila *3* și ajunge la distribuitorul de lumină *4* care o dirijează în două direcții diametral opuse ale limbului *A* și *B*. De aici înainte razele de lumină vor transmite imaginea cercurilor gradate din regiunile opuse *A* și *B*. Urmărind în continuare schema optică se observă drumul parcurs de razele de lumină prin lentila *6* și prisma deviatoare *7*. Pentru ca imaginile cercului orizontal să poată străbate sistemul optic în continuare este necesar ca prisma *8* să ocupe poziția *8a*, lucru ce se face acționînd din rozeta *13* (fig. 2.71). Străbătînd apoi lamelele cu fețe paralele *9*, razele vor suferi abateri (devieri paralele) proporționale cu înclinarea lamelor, înclinare acționată de rozeta *16* pentru a se realiza în microscop coincidența gradațiilor. Prismele *10* și *11* aduc față în față imaginile diametral opuse care pînă aici au fost separate. În microscop vor mai apare și imaginile gradațiilor micrometrului optic *12* ce indică devierile produse de lamelele cu fețe paralele *9* dînd posibilitatea citirii minutelor

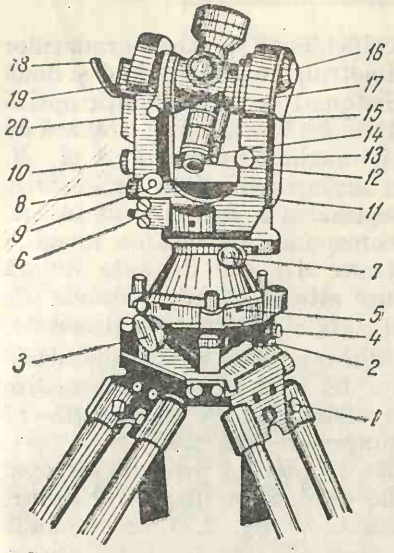


Fig. 2.71 — Teodolitul T_2:

1 — şuruburi de fixare a picioarelor trepiedului; *2* — şuruburile de calare; *3* — oglinda pentru luminarea limbului; *4* — ocularul sistemului de centrare optică; *5* — butonul special (sub capac) pentru introducerea gradaţiei dorite la limb; *6* — şurubul micrometric al nivelei de contact de la eclimetrul; *7* — şurubul de blocare a alidadei faţă de limb; *8* — şurubul de mică mişcare a alidadei faţă de limb; *9* — şurubul de mică mişcare a eclimetrului; *10* — prisma reversibilă pentru observarea coincidenţei imaginilor bulei de la nivela cercului vertical; *11* — nivela de calare; *12* — ocularul microscopului; *13* — rozeta ce controlează transmiterea imaginii gradaţiilor la microscop (de la limb sau eclimetru); *14* — moleta ocularului lunetei pentru reglajul optic al clarităţii firelor reticulare; *15* — moleta pentru reglajul optic al imaginii formată de obiectiv; *16* — rozeta ce acţionează asupra lamelelor cu feţe paralel şi asupra micrometrului; *17* — lăcaşul micrometrului; *18* — oglinda pentru luminarea eclimetrului *19*; *20* — şurubul de blocare a mişcării eclimetrului

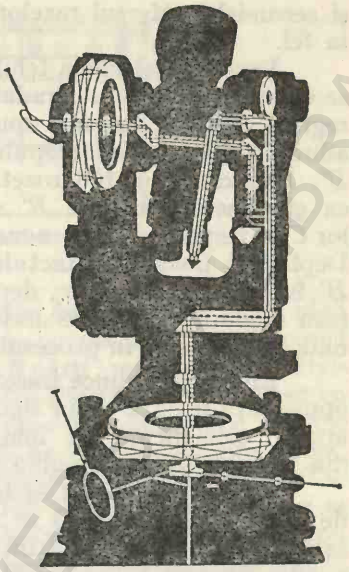


Fig. 2.72 — Schema optică a teodolitului Wild T_2 în montură

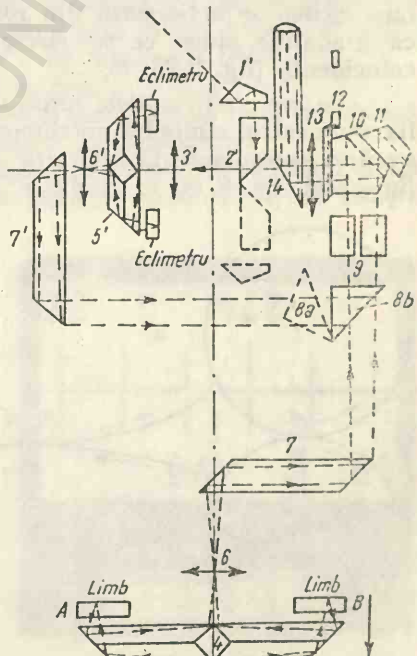


Fig. 2.73 — Schema optică la T_2:

1 — 1' — prisme prin care pătrunde lumina în aparat; *2 — 2'* — prisme care transmit lumina; *3 — 3'* — lentile convergente pentru condensarea luminii; *4 — 4'* — prisme distribuitoare de lumină şi imagini; *5 — 5'* — prisme transmiţătoare de imagini; *6 — 6'* — lentile convergente; *7 — 7'* — prisme deviatoare; *8* — prismă inversoare pentru cercul vertical; *9* — lamele cu feţe paralele; *10 — 11'* — sistem de prisme separatoare şi redresoare; *12* — micrometrul cu prisma lui; *13* — lentilă; *14* — prismă ce are rolul de a duce imaginile în cîmpul microscopului →

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

şi secundelor. Mersul razelor şi citirea gradaţiilor la cercul vertical se fac la fel.

Pentru înţelegerea felului cum se fac coincidenţa şi citirea gradaţiilor se va considera un cerc gradat (limbul sau eclimetrul) cu centrul în C şi două regiuni A şi B diametral opuse fig. (2.74). Sistemul de coincidenţă optică aduce în cîmpul microscopului regiunea B faţă în faţă cu A şi se notează cu B'. Întrucît acţionînd rozeta de coincidenţă, imaginile punctelor A şi B, ca şi punctul imagine B' se deplasează în acelaşi sens faţă de centrele lor C şi respectiv C', în zona de tangenţă deplasarea se face în sens invers. Deplasării imaginii punctului A în A_1 îi corespunde deplasarea imaginii B' în B'_1. Prin urmare, deplasarea efectivă este AA_1 dar distanţa liniară (sau unghiulară) dintre aceleaşi gradaţii opuse este $A_1B'_1$ adică dublă, de unde obligaţia ca în procesul citirii intervalul $A_1B'_1$ să fie luat pe jumătate.

Rolul de a aduce imaginile gradaţiilor din cele două poziţii diametral opuse faţă în faţă ca în figura 2.75, *c*, în aşa fel încît să se poată realiza apoi o coincidenţă cît mai perfectă revine sistemului de prisme *10—11* din figura 2.73 care elimină porţiunile de suprapunere (fig. 2.75, *b*).

Citirea gradaţiilor se face în felul următor: privind prin microscopul de citire (de pe lunetă) se observă imaginile gradaţiilor diametral opuse, faţă în faţă, despărţite printr-o linie. Dacă rozeta *13* (fig. 2.71) ce comandă poziţia prismei *8* (fig. 2.73) este în poziţie verticală este semn că prisma *8* este în poziţia *8*, *b* şi deci gradaţiile ce se văd sînt ale cercului vertical şi invers. Totodată se vede imaginea micrometrului optic. Pentru a se putea face citirea se acţionează din rozeta de coincidenţă *16* (fig. 2.71) pentru ca gradaţiile opuse ce se găsesc în poziţii întîmplătoare să fie aduse în coincidenţă (fig. 2.76, *b*).

Se vor citi gradele scrise direct, în sens crescînd, înaintea indicelui fix din centrul cîmpului microscopului, respectiv acea gradaţie scrisă drept a cărei corespondenţă (diferită cu 200^g) scrisă invers apare în dreapta (în cazul fig. 2.74, *b*, gradaţia *3*). Astfel s-au obţinut gradele. Pentru

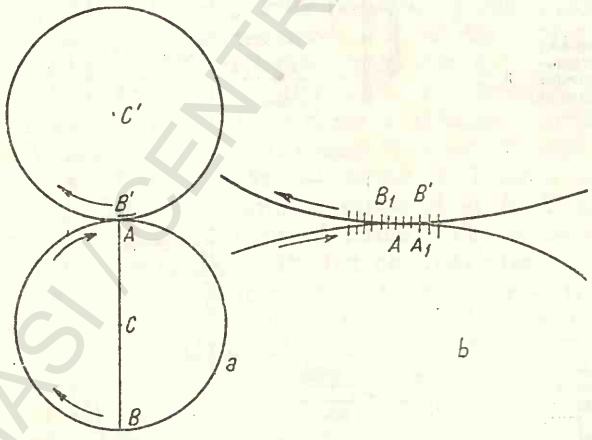


Fig. 2.74 — Principiul coincidenţei la teodolitul T_2

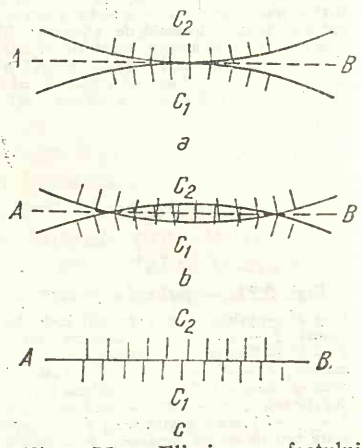


Fig. 2.75 — Eliminarea efectului de curbură pentru a se putea face coincidenţa

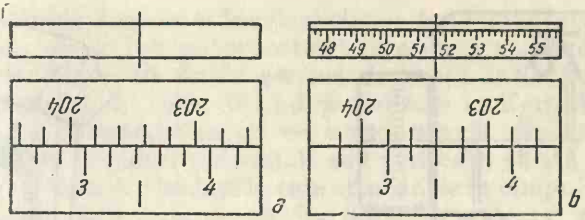


Fig. 2.76 — Citirea gradațiilor la teodolitul Wild T_2 — $3^g\,45^c\,16^{cc}$

obținerea zecilor de minute se numără diviziunile de la gradele citite pînă la indicele din centrul cîmpului și se înmulțesc cu precizia (cu valoarea diviziunii). Se observă că gradul este împărțit în 5 părți; prin urmare o diviziune valorează 20^c. În cazul de față, fiind două diviziuni se înmulțesc cu 20^c și se obțin 40^c. Se poate citi și fără a se lua în considerare indicele (este chiar indicat) astfel: se numără diviziunile de la gradele citite direct, deci de la *3*, pînă la gradele opuse diferite cu 200^g, deci pînă la 203 și se înmulțesc cu jumătate din precizie adică cu 10^c. Deci cele 4 diviziuni se înmulțesc cu 10^c. Se observă că gradele 3 și 203 sînt simetrice față de indice.

Unitățile de minute se citesc la micrometru în dreptul indicelui. Prima cifră reprezintă minute, deci 5^c. A doua cifră reprezintă zeci de secunde. Prin urmare 10^{cc}. Întrucît un interval de 10^{cc} este împărțit în 5 părți înseamnă că o diviziune de pe micrometru reprezintă 2^{cc}. În cazul de față fiind 3 diviziuni se obțin 6^{cc}. Deci în general prin citire directă se obțin $3^g\,40^c$, iar la micrometru se citesc $5^c\,16^{cc}$. În total deci $3^g45^c16^{cc}$.

În figura 2.77 se dau două exemple de citire.

La unele teodolite, de construcție Zeiss și sovietică, liniile ce marchează gradațiile sînt duble. Micrometrul este adeseori realizat altfel.

În figura 2.78 se dă gradația teodolitului Zeiss Theo 010 cu citirea ei. La teodolitul de construcție sovietică T_2 (în notație veche TB-1) se citește

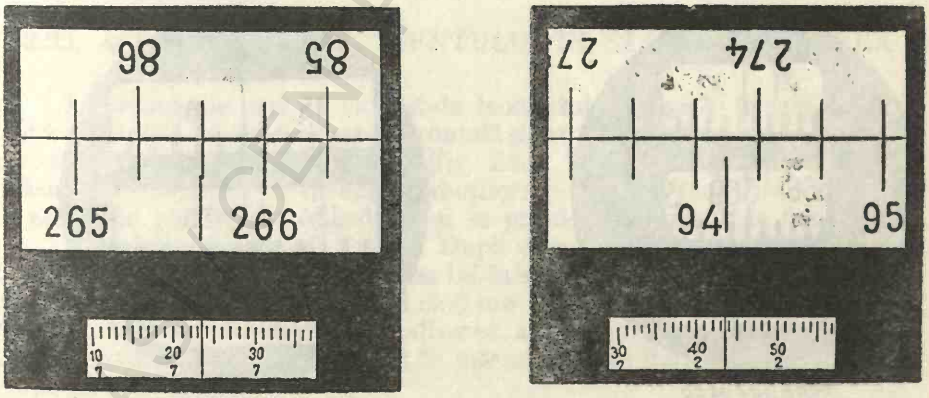


Fig. 2.77 — Exemplu de citire a gradațiilor la teodolitul Wild T_3 sexa: $265°47'23'',5$ și $94°12'43'',6$

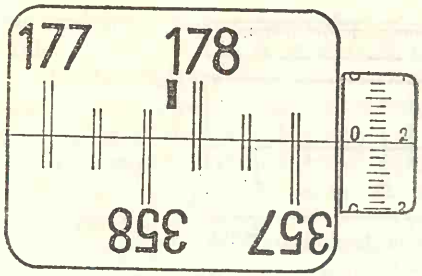


Fig. 2.78 — Citirea gradațiilor la teodolitul Zeiss THEO — 010 la cerc: 177°50′ la micrometru:

$$\frac{177°50'}{0'21'',0}$$
$$177°50'21'',0$$

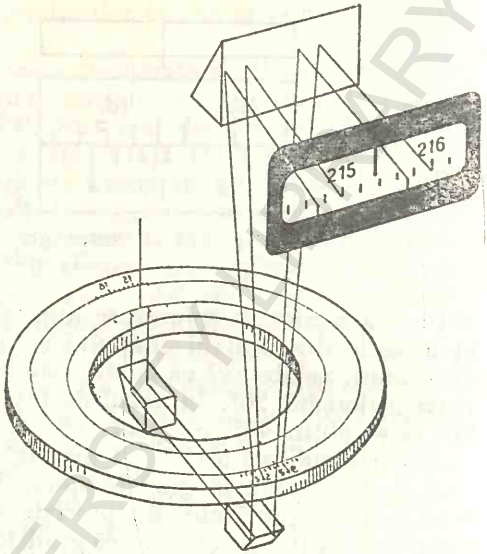
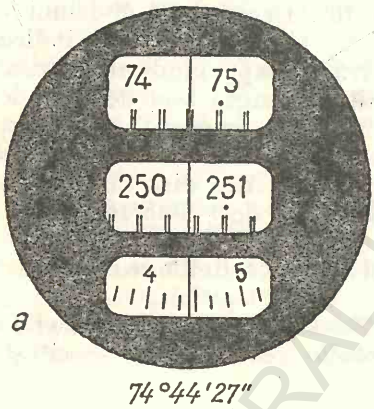


Fig. 2.79 — Principiul transportului gradațiilor la teodolitele cu cercuri duble Kern



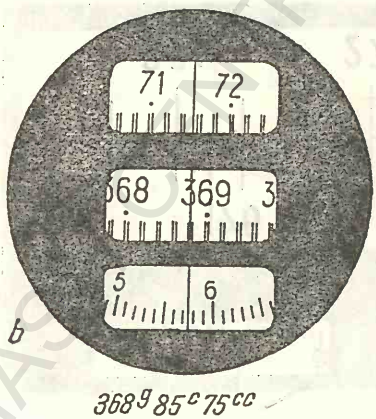


Fig. 2.80 — Citirea gradațiilor la teodolitul DKM_1

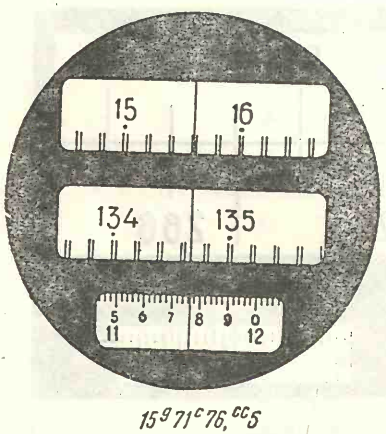


Fig. 2.81 — Citirea gradațiilor la teodolitul DKM_2

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

la fel. La teodolitele Zeiss ca și la cele sovietice, luminarea cercurilor gradate se face printr-un singur luminator instalat pe o furcă a alidadei.

2.324. **Teodolitele cu duble cercuri de sticlă D.K.** Aceste teodolite au fost concepute tot de către W i l d și realizate la Kern Aarau iar apoi și de către MOM. Caracteristica lor cea mai de seamă este aceea că pentru fiecare categorie de unghiuri (orizontale sau verticale) există cîte două cercuri concentrice solidare. Gradațiile care apar duble în cîmpul microscopului sînt: una de pe o parte a unui cerc, iar dublura sa de pe partea opusă a celuilalt cerc solidar (fig. 2.79).

Scrisul este făcut pe cîte un singur cerc pentru a apărea o singură dată. Sînt remarcabile teodolitele DKM_1 și DKM_2. Teodolitul DKM_1, care cîntărește doar 1,8 kg, asigură citirea a 10^{cc} și estimarea a 5^{cc}. La teodolitul DKM_2 se citesc direct 2^{cc}, iar prin estimare 1^{cc}.

În figura 2.80 se arată citirea la teodolitul DKM_1. În cîmpul microscopului apar 3 ferestruici: pe cea de sus se citește înclinarea lunetei (unghiul vertical), pe cea din mijloc unghiul orizontal, iar jos apare imaginea micrometrului. Se acționează rozeta exterioară a micrometrului pînă se face încadrarea simetrică a firului reticular central pe cercul ce trebuie citit.

În figura 2.80 se arată citirea la cercul orizontal.

În figura 2.81 se arată citirea gradațiilor la teodolitele DKM_2. Micrometrul este ca la T_2.

Superioritatea acestor teodolite asupra celorlalte constă în aceea că ele reduc erorile de citire ca urmare a încadrării foarte sigure a firului reticular între două gradații.

Alte caracteristici. Instrumentele sînt foarte ușoare, alidada este montată pe un rulment, trepiedul este prevăzut cu o platformă înclinabilă ce se orizontalizează înainte de a se așeza teodolitul etc.

Notă: Pe plan mondial se poate desprinde pe de o parte preocuparea de a se găsi noi idei care să poată fi materializate în special pe linia automatizării măsurătorilor iar pe de alta tendința de selectare și standardizare.

2.33. AȘEZAREA INSTRUMENTULUI ÎN STAȚIE ȘI CALAREA

Trepiedul, pe care se va instala teodolitul, se așază în așa fel încît platforma lui să fie aproximativ orizontală și totodată centrul ei să se găsească aproximativ la verticala punctului (fig. 2.61). În această poziție se fixează apăsînd cu piciorul pe urechile saboților. Se scoate teodolitul din cutie, se așază pe platforma trepiedului și se prinde cu șurubul de fixare.

Urmează operația de calare. După cum s-a mai arătat, prin calarea unui instrument se înțelege așezarea lui în stare de funcționare. Un teodolit este în stare de funcționare atunci cînd are axul principal vertical, respectiv limbul orizontal. De fapt verticalizarea axului principal nu atrage după sine orizontalizarea limbului decît în măsura în care limbul este perpendicular pe axul principal.

Calarea se face cu ajutorul nivelei torice care este fixată la alidadă. Dacă instrumentul este înzestrat și cu nivelă sferică, se va face mai întîi o calare aproximativă cu aceasta acționînd șuruburile de calare. Calarea

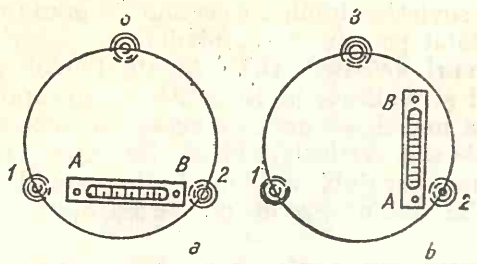


Fig. 2.82 — Calarea

propriu-zisă cu nivela torică se face astfel. Se roteşte partea superioară a aparatului, alidada, în jurul axului principal pînă ce nivela devine paralelă cu două şuruburi calante (fig. 2.82, *a*). Se acţionează simultan din cele două şuruburi calante *1* şi *2*, dar în sens invers pînă ce bula nivelei este adusă între repere. Apoi se roteşte alidada în aşa fel încît nivela să fie adusă într-o poziţie perpendiculară pe prima (fig. 2.82, *b*). Bula va fi adusă din nou între repere, acţionînd cel de al treilea şurub de calare (3 din fig. 2.82).

Operaţiile se repetă.

Nivela a ocupat două poziţii la 0^g şi 100^g faţă de direcţia *1—2*. Dacă nivela a fost perfect rectificată, operaţia de calare este terminată, totuşi se verifică şi în poziţiile 200^g şi 300^g faţă de prima.

Dacă nivela este rectificată, bula nivelei rămîne între repere în orice poziţie s-ar roti alidada, adică în orice poziţie s-ar găsi nivela faţă de şuruburile de calare.

Dacă în poziţiile 0^g şi 100^g (fig. 2.82) bula nivelei este adusă între repere însă în poziţia 200^g (fig. 2.83, *b*), bula nu se menţine între repere este semn că nivela nu este rectificată şi implicit că axul principal nu este încă verticalizat. Verticalizarea axului principal se face progresiv, o dată cu operaţia de rectificare a nivelei astfel:

— se pleacă din poziţia 0^g (nivela paralelă cu şuruburile *1—2*) cu bula între repere (fig. 2.82, *a*);

— se roteşte alidada la 100^g faţă de prima şi iar se aduce bula între repere dar din şurubul de calare *3* (fig. 2.82, *b*);

— în poziţia 200^g faţă de prima (fig. 2.83, *b*) se aduce din nou bula între repere însă prin două mişcări egale ca valoare şi anume: o mişcare se efectuează din şuruburile de calare *1* şi *2*, iar cealaltă din şurubul de rectificare a nivelei:

— operaţia se repetă pînă ce calajul se păstrează în orice poziţie.

Precizia centrării instrumentului. Dacă eroarea de centrare a instrumentului este *e* (abaterea de la verticala punctului) se pune întrebarea ce eroare (efect) are aceasta asupra vizelor şi respectiv asupra unghiurilor ce se măsoară. Dacă se notează cu *S* punctul, cu *S'* staţia efectivă, cu *D* lungimea vizei şi cu ε efectul excentricităţii (fig. 2.84) se poate scrie:

$$\sin \varepsilon = \frac{e}{D} \sin \alpha \quad (2.29)$$

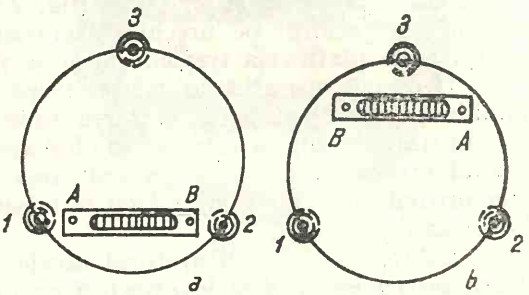


Fig. 2.83 — Verificarea nivelei

Întrucît e este mic (de ordinul milimetrilor) iar D de ordinul zecilor, a sutelor sau chiar a miilor de metri şi luînd valoarea maximă a expresiei $\left(\text{cînd } \alpha = \frac{\pi}{2}\right)$ se poate scrie:

$$\varepsilon^{cc} = \frac{e}{D}\rho^{cc} \qquad (2.30)$$

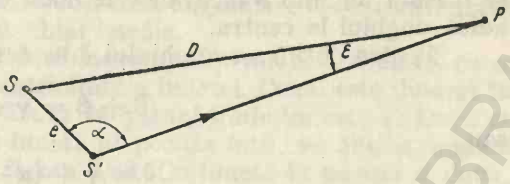


Fig. 2.84 — Eroarea de excentricitate a instrumentului faţă de punct

adică eroarea ε este direct proporţională cu excentricitatea e şi invers proporţională cu lungimea vizei. Dacă $e = 1$ cm şi $D = 100$ m rezultă $\varepsilon = 64^{cc}$ iar la 1000 m, $\varepsilon = 6{,}4^{cc}$. De aici rezultă că dacă viza este scurtă este necesar să se facă o centrare atentă a instrumentului în staţie.

2.34. VERIFICAREA ŞI RECTIFICAREA TEODOLITELOR

Orice instrument trebuie controlat înainte de întrebuinţare, pentru a i se constata starea şi dacă îndeplineşte condiţiile specifice. Condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească teodolitele se pot grupa în condiţii de construcţie şi în condiţii de reglaj.

Neîndeplinirea condiţiilor de construcţie va duce la erori al căror efect nu poate fi eliminat decît prin metoda de măsurătoare iar neîndeplinirea condiţiilor de reglaj va avea ca efect erori ce se pot elimina prin reglarea aparaturii.

2.340. **Condiţii de construcţie.** Principalele condiţii de construcţie sînt în număr de patru.

a. *Cercurile gradate să fie perpendiculare pe axele lor,* adică axul principal să fie perpendicular pe limb şi axul secundar să fie perpendicular pe eclimetru. Neîndeplinirea acestei condiţii (a lui B e s s e l) în limitele a circa 10 minute nu afectează măsurarea unghiurilor. Această condiţie este satisfăcută cu uşurinţă prin construcţie astfel că nu constituie o preocupare.

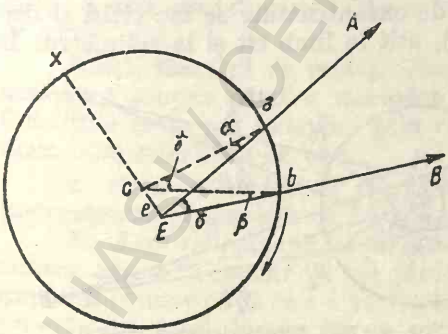


Fig. 2.85 — Exentricitatea alidadei

b. *Axele să fie riguros centrice cu cercurile gradate respective,* adică axul principal să fie centric cu limbul iar axul secundar cu eclimetrul. Excentricitatea axului principal este cunoscută sub denumirea de excentricitatea alidadei şi are ca efect eronarea apreciabilă a unghiurilor orizontale.

Pentru a constata efectul excentricităţii alidadei asupra unghiurilor să considerăm cazul figurii 2.85 unde e este excentricitatea axului alidadei E faţă de centrul C al limbului. Vizînd succesiv la A şi B pentru a

se măsura unghiul δ făcut de cele două vize se obține a și b sau $b-a=\gamma$ adică unghiul la centru.

Pentru obținerea unghiului δ se scrie:

$$\delta + \beta = \gamma + \alpha \tag{2.31}$$

sau

$$\delta = \gamma + (\alpha - \beta) \tag{2.32}$$

Urmează a se exprima diferența $\alpha - \beta$.

În triunghiurile acE și bcE se poate scrie:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin (a - x - \alpha)} = \frac{e}{r} \text{ și } \frac{\sin \beta}{\sin (b - x - \beta)} = \frac{e}{r} \tag{2.33}$$

unde r este raza cercului iar x valoarea gradației de pe cerc intersectată de direcția EC. Unghiurile α și β fiind foarte mici, deoarece și e este foarte mic, pot fi neglijate la însumare cînd relațiile (2.33) se pot scrie:

$$\alpha^{cc} = \frac{e}{r} \rho^{cc} \sin (a - x) \quad \text{și} \quad \beta^{cc} = \frac{e}{r} \rho^{cc} \sin (b - x) \tag{2.34}$$

Valoarea maximă a diferenței $\alpha - \beta$ se obține atunci cînd $a - x = 100^g$ sau 300^g și $b - x = 300^g$ sau 100^g cînd diferența $\alpha - \beta$ devine

$$\alpha - \beta = \frac{2e}{r} \rho^{cc} \tag{2.35}$$

adică direct proporțională cu excentricitatea e și invers proporțională cu raza de curbură. Știind că $\rho^{cc} = 636\,620^{cc}$, pentru $e = 0{,}01$ mm și $r = 6$ cm, se obține diferența maximă de circa 200^{cc}, adică o eroare foarte mare.

Deoarece teodolitele în marea lor majoritate sînt prevăzute cu cîte două verniere (microscoape) pentru fiecare cerc cele clasice și cu coincidența gradațiilor diametral opuse cele cu citire centralizată, se observă că unghiul δ (fig. 2.86) poate fi obținut de-a dreptul, deoarece are drept măsură jumătatea arcelor de cerc ce i se opun, adică:

$$\delta = \frac{b - a}{2} + \frac{b' - a'}{2} \tag{2.36}$$

Așadar, pentru eliminarea erorii de excentricitate se fac citiri și deci medii la ambele verniere (microscoape), atît la limb cît și la eclimetru. În

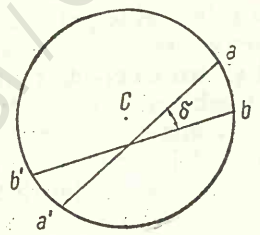


Fig. 2.86 — Eliminarea erorii de excentricitate a alidadei

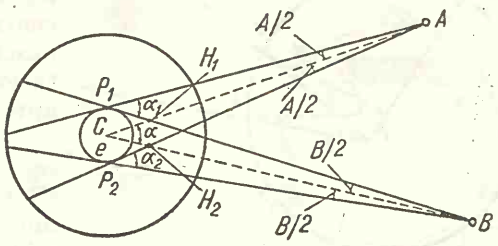


Fig. 2.87 — Excentricitatea lunetei

BCU IAȘI CENTRU UNIVERSITAR LIBRARY

cazul teodolitelor cu coincidență nu există erori unghiulare de excentricitate deoarece citirea făcută reprezintă chiar media.

c. *Axa de viză a lunetei să întîlnească axul principal.* Eroarea ce se produce se numește eroare de excentricitate a lunetei. Cazul este ilustrat în figura 2.87 unde excentricitatea văzută în planul limbului este *e*. Dacă se vizează la două puncte A și B cu luneta în poziția întîi, se obține unghiul α_1 în P_1 conform celor arătate în figura 2.86. Cu luneta în poziția a doua, adică dată peste cap, se obține unghiul α_2 în P_2. Se demonstrează că unghiul α la centru, deci fără erori de excentricitate, este egal cu semisuma celor două unghiuri α_1 și α_2. Într-adevăr, triunghiul P_1H_1A este opus la vîrf cu triunghiul CH_1B și triunghiul P_2H_2B este opus la vîrf cu triunghiul CH_2A, astfel că se poate scrie succesiv:

$$\alpha_1 + \frac{A}{2} = \alpha + \frac{B}{2}$$

și

$$\alpha_2 + \frac{B}{2} = \alpha + \frac{A}{2} \qquad (2.37)$$

Adunînd membru cu membru rezultă

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha \quad \text{sau} \quad \alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \qquad (2.38)$$

În concluzie, erorile de excentricitate, atît ale alidadei cît și ale lunetei, se elimină complet prin metoda de lucru dacă gradațiile se citesc la ambele microscoape cu luneta în ambele poziții.

d. *Gradațiile cercurilor trebuie să aibă diviziuni egale.* De obicei, această condiție este îndeplinită într-o măsură suficientă. Micile erori de gradație nu afectează măsurătorile curente decît într-un grad cu totul neglijabil. În cazul lucrărilor de mare precizie, cum ar fi triangulațiile geodezice sau chiar locale, unghiurile se măsoară de mai multe ori cu origini diferite. Măsurarea unghiurilor de mai multe ori se face pentru a se elimina anumite categorii de erori, precum și pentru a se micșora alte categorii de erori, însă originile diferite se iau, în special, pentru a se micșora efectul erorilor de gradație. Aceste erori de construcție nu se elimină prin metoda de lucru, ci numai se micșorează.

2.341. **Condiții de reglaj.** Erorile instrumentale ce pot fi eliminate acționînd asupra părților mecanice sau optice se numesc erori de reglaj. Condițiile ce se pot îndeplini prin reglaj sînt în general 5 dintre care, primele 3 se referă tot la axe.

a. *Axul principal să fie vertical.* Condiția se identifică cu calarea instrumentului, expusă la § 233.

b. *Axul secundar să fie perpendicular pe axul principal.* Perpendicularitatea axului secundar pe cel principal se verifică probînd orizontalitatea axului secundar după ce s-a verticalizat axul principal. Dacă axul secundar nu este orizontal, luneta nu va oscila într-un plan vertical și vor surveni erori proporționale cu eroarea instrumentală și cu accidentația terenului.

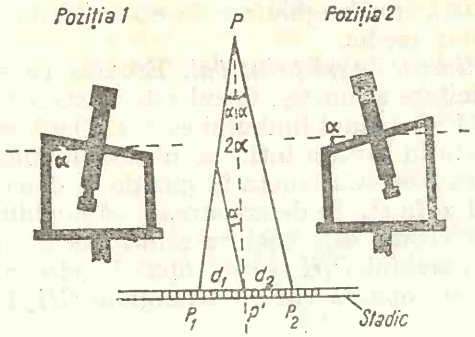


Fig. 2.88 — Eroarea de orizontalitate a axului secundar

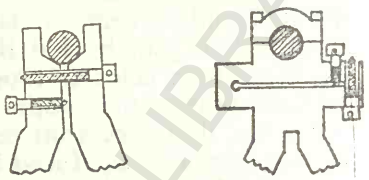


Fig. 2.89 — Dispozitive de orizontalizare a axului secundar

Efectul erorii şi identificarea ei se poate urmări pe figura 2.88.

— cu luneta în poziția *1* se vizează un punct P înalt şi se proiectează în P_1 pe o stadie aşezată de-a curmezişul;

— cu luneta în poziția *2* se face acelaşi lucru cînd se obține P_2.

Dacă axul secundar este orizontal, citirea P_2 va fi egală cu P_1. Dacă cele două citiri diferă, distanța $P_1P_2 = d_1 + d_2$ exprimă dublul erorii față de planul mediu.

Corectarea erorii se poate face acționînd de şuruburile ce controlează înălțimea unei furci a alidadei (fig. 2.89).

Dacă instrumentul nu are asemenea dispozitive, se va trimite la atelier dacă eroarea este mare. Efectul se poate elimina şi prin metoda de lucru dacă se vizează întotdeauna cu luneta în ambele poziții şi cu centrul firelor reticulare.

c. *Axul de viză (al lunetei) să fie perpendicular pe axul secundar.* Eroarea, dacă există, este cunoscută sub denumirea de eroare de colimație şi se constată astfel:

Se vizează la un punct în depărtare, bine identificabil, şi se citeşte valoarea gradațiilor pe limb. Mişcarea generală rămîne blocată şi se eliberează alidada de limb. Se întoarce luneta peste cap (în poziția a doua), se vizează din nou acelaşi punct, în acelaşi fel şi se citesc iar gradațiile de pe limb. Dacă nu se obțin exact valorile de la început, în limitele erorilor de vizare, citirea diferind cu 200^g, respectiv 180°, există *o eroare de colimație.*

În figura 2.90 se observă că eroarea de colimație ε este dublul erorii aparente 2ε ce se citeşte cu luneta în poziția a doua a lunetei, sau se formează dacă se introduce citirea diferind cu 200^g.

Pentru eliminarea erorii se face media celor două citiri şi se introduce la limb. Apoi se acționează firele reticulare din şuruburile diafragmei în aşa fel încît să cadă din nou peste punctul inițial vizat. Operația se repetă atîta timp cît există încă o cît de mică eroare de colimație.

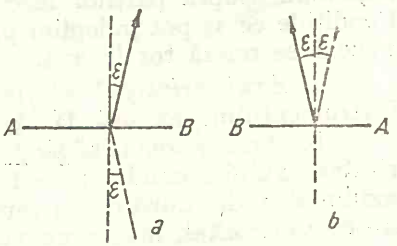


Fig. 2.90 — Eroarea de colimație

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

d. *Firul reticular principal al reticulului trebuie să fie cuprins într-un plan vertical.* Această verificare se face vizînd, cu firul reticular principal, un fir cu plumb nemişcat. Dacă firul reticular nu se suprapune perfect cu verticala dată de firul cu plumb, firul reticular trebuie rotit. Se acţionează asupra diafragmei ce conţine firele reticulare.

Constatarea erorii de verticalitate se mai face şi altfel. Se vizează un punct oarecare bine identificabil. Se plimbă luneta în plan vertical pe întreaga dimensiune a cîmpului ei şi se observă dacă punctul rămîne mereu pe firul reticular principal.

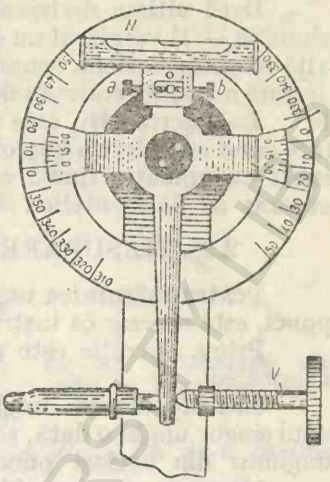


Fig. 2.91 — Rectificarea eclimetrului

e. *La eclimetru să se citească înclinarea efectivă a lunetei.* Se vizează un punct, sau o diviziune pe o stadie, cu firul reticular nivelor, după ce bula nivelei eclimetrului a fost adusă între repere din şurubul *v* (fig. 2.91) şi se citeşte φ_1. Cu luneta în poziţia a doua se obţine φ_2. Dacă indicele de 0° este deplasat survine o eroare ε care într-o poziţie se manifestă într-un sens iar în a doua în sens invers.

Este evident că în cele două situaţii (fig. 2.92) se poate scrie:

$$\varphi = \varphi_1 + \varepsilon \text{ şi } \varphi = \varphi_2 - \varepsilon \text{ de unde } \varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \qquad (2.39)$$

adică unghiul efectiv φ se obţine din media citirilor cu luneta în ambele poziţii.

Rectificarea se face astfel: fiind atenţi ca viza să fie identică, se acţionează asupra şurubului de reglare *v* (fig. 2.91), pînă ce se va citi φ. Apoi se aduce bula nivelei între repere din şuruburile de rectificare *a* şi *b*. Se verifică din nou vizînd cu luneta în ambele poziţii, cu bula nivelei adusă între repere din şurubul *v*.

f. *Sistemul ajutător de citire a gradaţiilor* (vernier, scăriţă, micrometru etc.) să aibă lungimea nominală, adică $n \cdot v = (n-1)e$ la vernier, $n \cdot s = e$ la scăriţă şi $n = \frac{e}{2}$ la micrometru etc. Această condiţie are caracter de construcţie (vernierul şi eventual micrometrul) şi de reglaj (scăriţa şi eventual micrometrul), fără ca eroarea, de orice natură ar fi ea, să se elimine sau micşoreze prin metoda de lucru. În toate cazurile se aduce *O* al dispozitivului de citire în coincidenţă cu o gradaţie de pe cerc şi se verifică imediat şi direct dacă condiţia este îndeplinită privind la celălalt capăt (vernierul şi scăriţa).

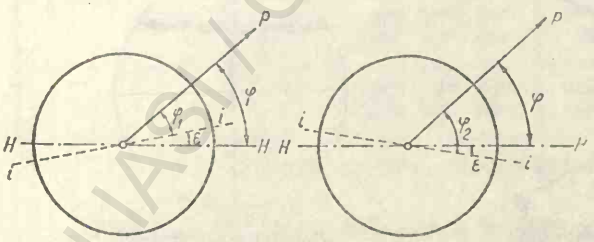


Fig. 2.92 — Constatarea dereglării eclimetrului

BCUJ CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

Dacă ultima diviziune a vernierului nu corespunde exact cu o diviziune ($n - 1$) vernierul nu este bun şi nu se poate lucra cu aparatul. La scăriţă se poate acţiona asupra poziţiei ei în microscop pînă ce imaginea proiectată a scăriţei corespunde exact cu o diviziune de pe cerc.

La micrometru este necesar să se acţioneze de rozeta lui pentru a se face cursa completă a micrometrului. Dacă coincidenţa gradaţiilor corespunde exact cu gradaţia finală a micrometrului, instrumentul este bun. În caz contrar se dă la atelier.

2.35. MĂSURAREA UNGHIURILOR CU TEODOLITUL

Pentru măsurarea unghiurilor, pe care le fac anumite direcţii dintr-un punct, este necesar ca instrumentul să fie în prealabil controlat şi rectificat.

Prima operaţie este aceea de instalare a instrumentului în staţie şi calarea lui.

350. **Măsurarea unghiurilor orizontale.** Se distinge cazul măsurării unui singur unghi o dată, sau de mai multe ori şi cazul măsurării mai multor unghiuri din acelaşi punct de asemenea o dată sau de mai multe ori.

Măsurarea unui unghi o singură dată distinge două variante : cu zerourile în coincidenţă pe prima viză şi prin diferenţa citirilor. Măsurarea prin diferenţa citirilor este generală, fiind aplicabilă cu orice goniometru, pe cînd varianta cu zerourile în coincidenţă este mai intuitivă, însă nu poate fi aplicată decît cu teodolite înzestrate cu mişcarea generală.

Măsurarea unghiului $ABC = \alpha$ prin diferenţa citirilor se face în felul următor (fig. 2.93). Se staţionează cu teodolitul în punctul C, se vizează punctul A şi se înregistrează citirea a pe limb, apoi se vizează spre B şi se înregistrează citirea b. În timpul măsurătorii, limbul rămîne nemişcat, fixat la ambază. Deoarece unghiului α, determinat de vizele CA şi CB, i se opune arcul ab şi deoarece sensul gradaţiilor este acela al mersului acelor ceasornicului, este evident că $\alpha = b - a$, adică unghiul α se obţine din diferenţa citirilor pe cele două direcţii. Vizarea şi citirea gradaţiilor se fac în felul următor : se dirijează luneta în direcţia A. În momentul cînd semnalul A a apărut în cîmpul lunetei, se strîng şuruburile de presiune atît a mişcării generale, dacă a fost liberă, cît şi a mişcării particulare, adică a alidadei faţă de limb. În continuare se acţionează din unul din şuruburile de fină mişcare a limbului sau a alidadei faţă de limb pînă ce semnalul din A este suprapus sau încadrat riguros cu firul (firele) reticular principal (vertical) (fig. 2.94). Urmează citirea gradaţiilor la limb la ambele verniere. Se

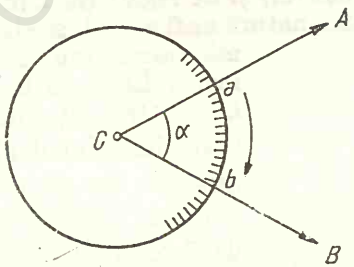


Fig. 2.93 — Măsurarea unui unghi

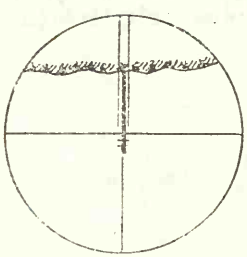


Fig. 2.94 — Vizarea unui semnal

BCU IASI / CENTRUL DE CARTE RARA

deblochează apoi mişcarea alidadei faţă de limb — cu grijă — ca limbul să rămînă pe loc — şi se vizează spre *B*. De data aceasta se vor acţiona numai şuruburile mişcării particulare, mai întîi de presiune, apoi de fină mişcare. După ce s-a făcut viza corectă pe *B* urmează citirea gradaţiilor *b*.

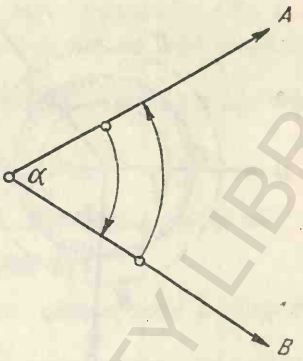


Fig. 2.95 — Măsurarea unui unghi cu luneta în ambele poziţii

În cazul variantelor cu zero pe prima viză se va avea grijă să se introducă zero la limb, apoi cu mişcarea generală liberă se va viza spre *A*. Pentru a se viza *A*, se acţionează succesiv şuruburile de presiune şi fină mişcare numai a mişcării generale. După ce s-a făcut viza, se controlează citirea, dacă a rămas zero. Pentru a se viza şi spre *B* se va debloca mişcarea alidadei. Toate operaţiile de vizare spre *B* vor privi numai şuruburile mişcării particulare. Citirea spre *B* va da de-a dreptul unghiul α.

Astfel se poate obţine valoarea unui unghi. Pentru a avea însă un control şi totodată posibilitatea obţinerii unei valori mai bune a unghiului, se va mai măsura o dată cu luneta în poziţia a doua. Se ştie că măsurarea unghiurilor cu luneta în ambele poziţii elimină o seamă de erori instrumentale, iar pe altele le micşorează. În plus se micşorează erorile de măsurare, adică de vizare şi citire a gradaţiilor.

Măsurarea unui unghi cu luneta în ambele poziţii se face astfel (fig. 2.95) : după ce s-a măsurat unghiul cu luneta în poziţia întîi, cu sau fără zerourile în coincidenţă, se eliberează mişcarea alidadei faţă de limb, se dă luneta cap la cap şi se vizează cel de al doilea punct, adică *B*. Se înregistrează citirea, care va diferi cu aproximativ 200^g respectiv 180°. Se deblochează alidada şi se revine în sens invers spre *A*, care va fi vizat din nou. O astfel de măsurătoare cu luneta în ambele poziţii reprezintă o serie.

Tabelul 2.1. **INSCRIEREA VALORILOR UNGHIULARE**

Staţia	Viteza	Poziţia I a lunetei	Poziţia a II-a a lunetei	Media
		vernier I vernier II	vernier I vernier II	
C	A	$78^g\ 22^c\ 50^{cc}$ $278^g\ 22^c\ 00^{cc}$	$278^g\ 23^c\ 00^{cc}$ $78^g\ 22^c\ 50^{cc}$	$78^g\ 22^c\ 50^{cc}$
	B	$165^g\ 37^c\ 00^{cc}$ $365^g\ 37^c\ 00^{cc}$	$365^g\ 37^c\ 50^{cc}$ $165^g\ 37^c\ 00^{cc}$	$165^g\ 37^c\ 12^{cc}$

$$\alpha = 165^g\ 37^c 12^{cc} - 78^g\ 22^c\ 50^{cc} = 87^g\ 14^c\ 62^{cc}$$

Pentru a se obţine unghiul α se face mai întîi media citirilor, apoi diferenţa mediilor.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

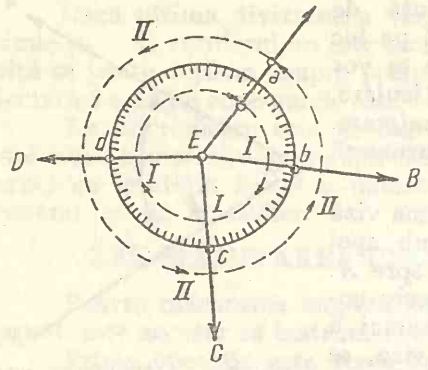


Fig. 2.96 — Măsurarea unghiurilor în tur de orizont

Măsurarea mai multor unghiuri dintr-un punct se face în tur de orizont (fig. 2.96). Se alege drept viză de plecare semnalul care se vede mai bine (în general în direcţia nordului) de exemplu A. Se vizează şi se scriu valorile citite în carnet. Se eliberează alidada de limb, cu grija ca limbul să rămînă nemişcat tot timpul, se vizează punctul următor B în turul de orizont I, care se parcurge de la stînga spre dreapta şi iar se citesc şi se scriu datele în carnet. Astfel se continuă operaţiile pe întregul tur de orizont prin punctele C, E etc., pînă la viza de plecare A, pe care se face controlul. Citirea de control pe viza de plecare, adică închiderea nu poate depăşi toleranţa. Conform normelor în vigoare, expresia acestei toleranţe este:

$$T = e\sqrt{n} \qquad (2.40)$$

unde

e reprezintă precizia teodolitului, iar n umărul de vize din turul de orizont.

Numărul maxim de vize admise într-un tur de orizont este de 12—15.

Cel de-al doilea tur de orizont II al seriei se va efectua cu luneta în poziţia a doua şi în sens invers primului tur. Viza de origine va fi aceeaşi A, iar în carnet se va scrie de jos în sus. Închiderea pe viza de plecare observă aceeaşi regulă în privinţa toleranţei.

Pentru a se ajunge la unghiuri în funcţie de citirile înregistrate urmează să se mai facă anumite calcule. În coloana următoare a carnetului se va face media citirilor, apoi compensarea vizelor (în staţie), adică egalizarea vizei de închidere cu viza de plecare prin corectarea tuturor unghiurilor cu $-\frac{e}{n}$, respectiv corectarea progresivă a vizelor.

Calculul poate fi urmărit în tabelul 2.2

Tabelul 2.2. **MĂSURAREA UNGHIURILOR ŞI COMPENSAREA LOR ÎN STAŢIE**

Punct staţie.	Puncte vizate	Citiri		Media	Compens. în staţie	Citiri medii compens.	Schiţa
		Poziţia I a lunetei	Poziţia a II-a a lunetei				
1	2	3	4	5	6	7	8
E	A	122.44.40 80	322.44.60 45.00	122.44.70		122.44.70	
	B	211.32.80 33.20	11.33.00 40	211.33.10	—14	211.32.96	
	C	330.99.70 31.00.10	131.00.00 20	331.00.00	—28	330.99.72	
	D	72.62.40 80	272.62.70 70	72.62.60	—41	72.62.19	
	A	122.45.20 40	322.45.00 40	122.45.25	—55	122.44.70	

BCU IAŞI / CENTRU VECHI / LIBRARY

Măsurătorile fiind făcute cu un teodolit de 50^{cc}, toleranța este $T = 50^{cc}\sqrt{4} = 100^{cc}$. Toleranța nu poate fi depășită și nici nu este depășită pe nici una din coloanele *3* sau *4*.

Pentru obținerea unui unghi se vor scădea valorile corectate ale vizelor respective. De exemplu unghiul *CED* va fi:

$$ED - EC = 72^{g}\,62^{c}\,19^{cc} - 330^{g}\,99^{c}\,72^{cc}$$

pentru a se putea face scăderea se va adăuga un cerc întreg, astfel că:

$$472^{g}62^{c}19^{cc} - 330^{g}99^{c}72^{cc} = 141^{g}62^{c}47^{cc}.$$

În cazul teodolitelor Theo, T_1T_2 și *DK* se obține cîte o singură valoare în tur.

Măsurarea unghiurilor de mai multe ori se face atunci cînd cu ajutorul instrumentului ce se lucrează nu se poate obține precizia necesară dintr-o singură măsurătoare și, în general, atunci cînd se urmărește o precizie mare, cum ar fi în geodezie etc.

Metoda topografică de măsurare a unghiurilor de mai multe ori este *metoda reiterației*. Această metodă constă din mai multe serii cu origini diferite pe limb. Originile și respectiv intervalul i între origini se calculează cu relația:

$$i = \frac{400^{g}}{m \cdot n} \tag{2.41}$$

în care:

m — reprezintă numărul microscoapelor;
n — numărul reiterațiilor care trebuie făcute.

În cazul instrumentelor cu citire centralizată de tip T_2 și *DK*, deși există un singur microscop la care se citește o singură valoare, aceasta reprezintă de fapt media între două poziții opuse ale limbului, astfel că se ia $m = 2$, ca și în cazul teodolitelor clasice cu două microscoape.

Dacă se fac patru reiterații, intervalul i dintre origini va fi:

$$i = \frac{400^{c}}{2 \cdot 4} = \frac{400}{8} = 50^{g}$$ adică originile vor fi 0^{g}, 50^{g}, 100^{g} și 150^{g}.

Carnetul de teren este asemănător. La sfîrșit se face media reiterațiilor.

2.351 **Măsurarea unghiurilor verticale.** Pentru măsurarea unghiurilor verticale se vizează cu firul nivelor. După cum gradația zero a eclimetrului se găsește pe orizontală sau pe verticală, citirea dă unghiul vertical ce arată înclinarea φ a vizei față de orizontală, respectiv unghiul zenital z (fig. 2.97).

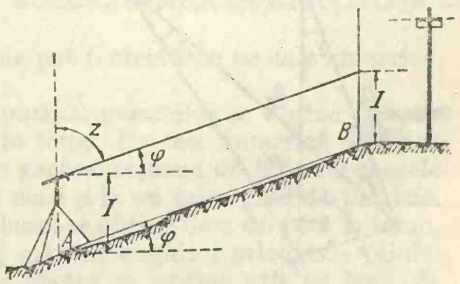


Fig. 2.97 — Măsurarea unghiurilor verticale

Pentru obținerea unghiurilor verticale necesare reducerii distan-

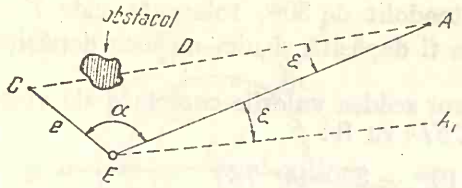


Fig. 2.98 — Centrarea vizelor

ţelor este necesar să se vizeze la înălţimea I a instrumentului. Pentru nevoile nivelmentului se poate viza la orice înălţime deasupra punctului cu condiţia ca aceasta să fie cunoscută. Pentru procedare uniformă, în cazul semnalelor se vizează la baza capului negru, iar în cazul mirelor la înălţimea aparatului. Vizarea cu luneta în ambele poziţii elimină erorile instrumentale şi le micşorează pe cele accidentale.

2.352. Centrarea vizelor şi a unghiurilor. Dacă viza spre punctul A (fig. 2.98) nu poate fi făcută din cauza unui obstacol (arbore, piciorul piramidei etc.) se va staţiona excentric în E de unde se va viza atît la C cît şi la A.

Unghiul ε care reprezintă eroarea provocată de staţionarea excentrică se obţine din triunghiul CEA

$$\sin \varepsilon = \frac{e}{D} \sin \alpha \text{ sau } \varepsilon^{cc} = \rho^{cc} \frac{e}{D} \sin \alpha \qquad (2.42)$$

unde toate elementele sînt cunoscute : e şi α din măsurătoarea D din coordonate iar $\rho^{cc} = 636620^{cc}$.

Pentru încadrarea riguroasă a vizei în ansamblul vizelor făcute din centru sau pentru transportul tuturor unghiurilor măsurate excentric α în centru γ se vor efectua următoarele calcule (după figura 2.99) :

$$\gamma + \varepsilon_1 = \alpha + \varepsilon_2 \text{ de unde } \gamma = \alpha + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \qquad (2.43)$$

unde α se măsoară direct şi totodată $\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ iar ε_1 şi ε_2 se calculează cu relaţia (2.42). Dacă γ se scade din direcţia CB se obţine direcţia CA.

Dacă staţia este centrică dar semnalul este excentric (de elemente cunoscute) problema se tratează similar. După figura 2.100 se poate scrie de-a dreptul :

$$\varepsilon = \rho \frac{e}{D} \sin \beta$$

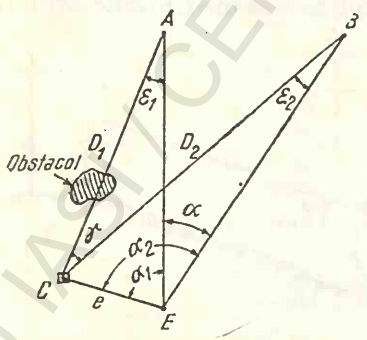


Fig. 2.99 — Centrarea unghiurilor

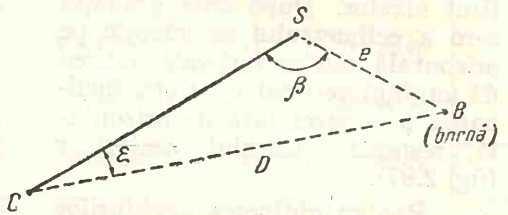


Fig. 2.100 — Semnal excentric

BCU IAŞI / CENTRUL UNIVERSITAR

Notă. În toate situaţiile trebuie să se întocmească schiţe pentru a nu se greşi. Semnul corecţiei unghiulare poate rezulta şi din calcule dar reiese mai simplu de pe schiţe.

Deoarece un capăt al vizei este întotdeauna semnalul la care se vizează, se recomandă ca şi staţia să se facă sub semnal şi nu pe bornă pentru a avea identitate între vizele reciproce.

Pentru centrarea vizelor a întocmit o nomogramă de calcul ing. Croitoru.

2.36. PRECIZIA MĂSURĂRII UNGHIURILOR

Făcîndu-se abstracţie de erorile instrumentale a căror cauză şi efect au fost analizate, aici se vor discuta numai erorile accidentale, deci inclusiv eroarea de diviziune a cercurilor e_d.

Erorile unghiulare mai sînt cauzate de erorile de centrare e_s a instrumentului în staţie şi a semnalului e_S sau jalonului vizat. Fiecare viză este afectată de erori de vizare e_v şi citire e_c a gradaţiilor. Efectul total al acestor erori asupra unei vize se calculează cu relaţia (1.77):

$$e_1 = \pm \sqrt{e_s^2 + e_S^2 + e_v^2 + e_c^2 + e_d^2}$$

Prin urmare eroarea ce va afecta un unghi ce se obţine din 2 vize va fi conform relaţiei (1.78): $e_2 = e_1 \sqrt{2}$.

Dacă unghiul se măsoară cu luneta în ambele poziţii se aplică relaţia (1.32):

$$e_3 = \pm \frac{e_2}{\sqrt{2}} = e_1$$

Dacă unghiul se măsoară de mai multe ori, de n ori, aplicînd relaţia (1.32) se obţine:

$$e_n = \frac{e_1}{\sqrt{n}} \qquad (2.44)$$

Aici trebuie avut în vedere că efectul erorilor de staţie e_s şi semnal e_S nu se micşorează cu repetarea măsurătorilor ci numai erorile de vizare e_v şi citire e_c precum şi erorile de diviziune dacă se schimbă poziţia limbului.

2.4. RIDICAREA ÎN PLAN

2.40. FELURILE RIDICĂRILOR ŞI SUCCESIUNEA OPERAŢIILOR

2.400. **Felurile ridicărilor.** Ridicările pot fi efectuate pe cale numerică, grafică, fotogrammetrică sau mixtă.

Ridicările sînt numerice atunci cînd poziţia punctelor se obţine pe cale de calcul funcţie de mărimile măsurate în teren. Pe cale numerică se ridică reţeaua geodezică de puncte precum şi în general reţeaua de îndesire şi acele suprafeţe ce trebuie reprezentate la scări mari şi la un mare grad de precizie.

Ridicările sînt grafice atunci cînd planul se obţine de-a dreptul la teren, pe o planşetă topografică, fără a se mai măsura unghiuri orizontale (direcţiile se trasează de-a dreptul pe plan). Planul se obţine atît pe bază de măsurători cît şi la vedere. Sînt indicate pentru ridicări de suprafeţe mari

la scări medii şi mici 1 : 5 000 — 1 :25 000 precum şi pentru ridicări de suprafeţe mici la scări mari.

Ridicările fotogrammetrice sînt ridicări ce se efectuează după fotografii speciale ale terenului. Sînt indicate în general pentru suprafeţe mari la orice scări între 1: 100 şi 1 : 100 000, dar mai ales pentru scările 1: 2 000 — 1 : 25 000.

Ridicările mixte vizează mai ales o categorie de ridicări fotogrammetrice (fotoplanuri ce redau numai planimetria) care urmează a se completa cu relieful prin ridicări cu planşeta topografică.

2.401. **Succesiunea operaţiilor într-o ridicare numerică.** Prima operaţie este aceea de a se lua informaţii de la organul de resort din M.A.I.A.A.privitor la ridicările existente în regiunea respectivă (dacă s-au mai făcut ridicări, cînd, de către cine, cu ce obiective şi la ce scară) şi privitor la reţeaua geodezică (dacă este determinată, dacă este definitivată inclusiv reţeaua de ordinul IV care împreună cu ordinele I, II şi III realizează o densitate de cel puţin un punct la 20 km², adică cel puţin 5 puncte pentru trapezul la scara 1 : 25 000 şi dacă este folosibilă. În conformitate cu dispoziţiile în vigoare este necesar chiar să se obţină avizul din partea M.A.I.A.A. (ca for coordonator) pentru orice lucrare mai importantă şi apoi să se depună un exemplar la M.A.I.A.A. Prin aceasta se evită repetarea şi paralelismul ridicărilor.

O dată obţinută încuviinţarea ridicării şi punctele reţelei geodezice (coordonatele lor şi descrierile topografice adică descrierile poziţiilor lor pe teren cu schiţe) se poate trece la organizarea propriu-zisă a ridicării adică la întocmirea proiectului ridicării inclusiv a devizului. Prin proiect se stabilesc punctele de îndesire a reţelei de sprijin, traseele drumuirilor şi în general elementele specifice ale ridicării ca şi etapele de lucru.

Cu proiectul de îndesire a reţelei de sprijin se merge la teren unde, pe baza descrierilor topografice, se caută punctele vechi (punctele reţelei geodezice) şi se definitivează proiectul, funcţie de situaţia efectivă de pe teren. Totodată se stabileşte în fiecare punct semnalul (ca tip şi înălţime) ce va trebui plantat.

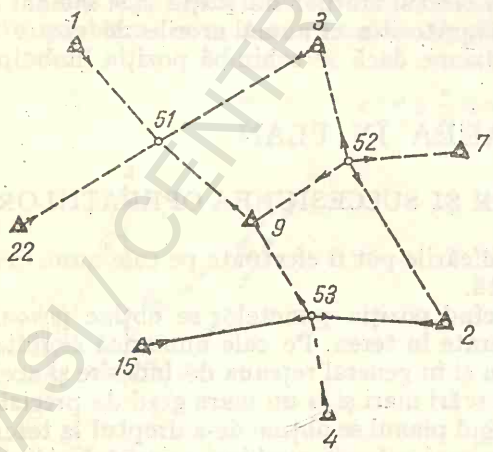


Fig. 2.101 — Indesirea prin intersecţii în cele trei variante:
51 — înainte; *52* — înapoi; *53* — combinată;

Îndesirea propriu-zisă se face prin puncte numite de intersecţie, deoarece punctele noi se obţin prin întretăierea unor vize care se iau în teren cu teodolitele. Intersecţia vizelor se poate face în trei variante: înainte, înapoi sau combinat (fig. 2.101).

Vizele se intersectează înainte atunci cînd sînt duse din puncte cunoscute (vechi) spre punctele noi care urmează a se determina (51), şi se intersectează înapoi cînd sînt, obţinute din puncte noi (52) spre puncte vechi. Intersecţia este combinată cînd foloseşte vize şi înainte şi înapoi (53).

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

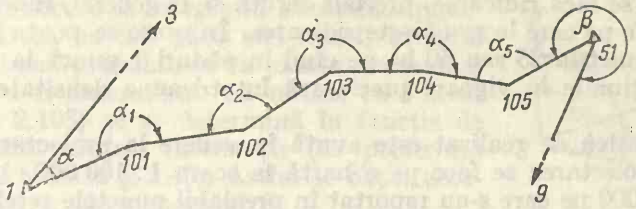


Fig. 2.102 — Principiul desfăşurării drumuirilor

Pe baza reţelei astfel îndesite se trce la ridicarea detaliilor prin drumuiri cu radieri. În cazul acesta, drumuirile se reazemă pe punctele reţelei de sprijin, sau îndesirile acesteia şi duc la determinarea de noi puncte, măsurînd unghiurile unor aliniamente şi lungimea lor (fig. 2.102).

Aliniamentele, a căror lungime se măsoară, sînt *1—101*, *101—102*, ... *105—51*, iar unghiurile sînt α_1, α_2, ..., α_5 şi în plus unghiurile α şi β pe care le fac aliniamentele de început *1—101* şi de sfîrşit *51—105* cu direcţiile cunoscute *1—3* şi respectiv *51—9*.

Din punctele reţelei de sprijin sau din punctele de drumuire, astfel determinate, pot fi ridicate puncte noi prin radieri, adică prin coordonate polare: unghi şi distanţă. Astfel, punctul *501* este determinat în funcţie de unghiul α_1 şi distanţa *101—501* etc. (fig. 2.103 construită după fig. 2.102).

Ridicarea unor detalii: colţuri de case, culturi, limite etc., se poate face şi prin măsurători simple prin coordonate echerice (fig. 2.104) sprijinite pe punctele reţelei de bază, inclusiv pe cele ridicate prin drumuiri, eventual chiar prin radieri. Dacă reţeaua geodezică de sprijin lipseşte, trebuie desfăşurată în prealabil o reţea de sprijin prin metode topografice.

2.41. ÎNDESIREA REŢELEI DE SPRIJIN PRIN INTERSECŢII

2.410. **Generalităţi. Proiectarea.** Aşadar, îndesirea reţelei geodezice pînă la densitatea reclamată de metodele intensive de ridicare se face prin intersecţii. Pentru a fi de competenţa topografului să efectueze îndesirea este necesar ca triangulaţia geodezică să fie închegată pînă la ordinul IV inclusiv, ordin ce asigură o densitate de cel puţin 1 punct la 20 km², ceea ce înseamnă o distanţă medie dintre puncte de 3—5 km. Îndesirea reţelei de ordinele I-IV prin intersecţii dă reţeaua de ordinul V a cărei densitate este funcţie directă de abundenţa şi distribuţia detaliilor de ridicat, de scara la care

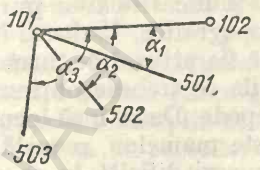


Fig. 2.103 — Principiul determinării punctelor prin radieri

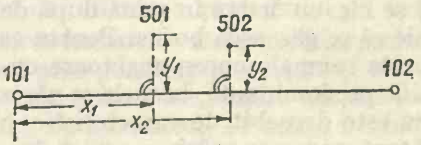


Fig. 2.104 — Principiul determinării punctelor prin abscise şi ordonate (coordonate echerice)

urmează să se facă ridicarea, precizia cerută şi, în general, funcţie de scopul şi obiectivele pe care le urmăreşte ridicarea. În oraşe se poate cere o densitate de 1 punct la 25 sau 50 ha pe cînd în păduri 1 punct la 200 sau 400 ha. Instrucţiunile în vigoare precizează întotdeauna densitatea ce trebuie asigurată.

Densitatea de realizat este avută în vedere la proiectarea reţelei de îndesire. Proiectarea se face pe o hartă la scara 1 : 100 000, 1 : 50 000 sau chiar 1 : 25 000 pe care s-au raportat în prealabil punctele reţelei geodezice. Totodată, pentru a se putea proiecta numărul de puncte necesar, se recomandă ca pe hartă să fie aplicat un cadrilaj de pătrate de suprafeţe egale cu suprafaţa ce trebuie dotată cu un punct, adică cu suprafeţe de 25, 50 respectiv 200 sau 400 ha. Prin urmare, harta ce redă formele de teren (prin curbe de nivel) permite proiectarea punctelor, în general pe înălţimi, încît să existe vizibilităţi la punctele din jur funcţie de care se vor determina. Cadrilajul arată cadrul în care trebuie să apară punctele pentru a se obţine o îndesire omogenă. Pentru ca determinarea să se facă în bune condiţii este bine dacă un număr cît mai mare de puncte se determină prin intersecţii combinate, dar în orice caz primele puncte de îndesire şi în general punctele să se determine din intersectarea a 4 vize cît mai bine răspîndite în jurul punctului (în toate cele 4 cadrane).

Este evident că proiectarea făcută la birou pe hartă se face cu anumite rezerve deoarece nu există certitudinea că toate punctele proiectate pot fi efectiv plantate în locurile respective şi că într-adevăr toate vizele pot fi făcute aievea.

De aceea este necesar să se facă definitivarea proiectului la teren.

Operaţia de corectare şi definitivare a proiectului, mai bine zis a anteproiectului unei reţele de îndesire, se face în teren cu harta în mînă, deodată cu operaţia de recunoaştere a terenului şi identificarea punctelor vechi.

Se observă aşadar că operaţia de parcurgere şi recunoaştere a terenului de ridicat este o operaţie complexă şi are în vedere mai multe obiective. În primul rînd, natural, se face cunoştinţă directă cu terenul, cînd se poate aprecia în ce măsură harta corespunde terenului şi în ce măsură elementele din teren ce nu figurează pe hartă, sau sînt insuficient definite, vor determina modificări substanţiale sau de mică importanţă în legătură cu proiectul. Este vorba în special de păduri şi înălţimea lor, dacă punctele predominante sînt acoperite sau nu, dacă sînt construcţii etc. Totodată se vor identifica limitele terenului de ridicat.

Pentru a se putea definitiva proiectul este necesar, mai întîi să se caute punctele vechi, în funcţie de care urmează să se stabilească şi apoi să se determine punctele noi.

2.411. **Căutarea punctelor vechi.** Căutarea şi identificarea punctelor vechi se fac cu harta în mînă după descrierile topografice. La locul indicat trebuie să se găsească borna. Pentru ca bornele să fie utilizabile, urmează a se planta semnale corespunzătoare cu vizibilităţile ce trebuie obţinute. În poziţiile predominante, bornele se găsesc foarte repede. Dacă însă locul indicat nu este deosebit de caracteristic, adică nu este mamelon, movilă sau o ridicătură oarecare, găsirea punctului poate fi uneori dificilă în special în teren acoperit. În asemenea situaţii se va căuta să se observe în direcţia punctelor vechi cu care punctul a avut legătură şi să se caute acolo unde l-am fi

BCU CLUJ / UNIVERSITY LIBRARY

plantat noi pentru a se integra în ansamblul punctelor vechi. Dacă nu este găsit nici astfel, în locul bănuit ca cel mai probabil, se va planta un semnal ce urmează a fi determinat. Să notăm cu S acest semnal (fig. 2.105) ce se determină în funcție de punctele vechi printr-o intersecție (de preferință înapoi) (vezi § 2.412 și 2.43). Astfel se obțin coordonatele x_s și y_s ale punctului S.

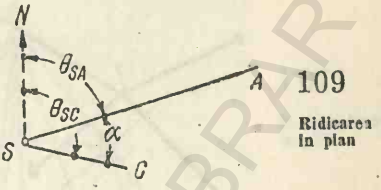


Fig. 2.105 — Căutarea unui punct vechi

Elementele necesare precizării pe teren a punctului căutat C și anume orientarea θ_{sc} și distanța SC, se obțin prin calcul funcție de coordonatele punctelor S și C. Întrucît punctul C nu se vede este necesar ca direcția $S\,C$ să fie legată de o direcție de referință, de exemplu SA (A fiind un punct al rețelei de sprijin folosit la calculul punctului S). Din diferența orientărilor se obține unghiul $\alpha = \theta_{SC} - \theta_{SA}$.

Dacă se staționează cu teodolitul în punctul S și se vizează la A și dacă la viza SA se adaugă, în aparat, unghiul α, luneta teodolitului se va dirija tocmai în direcția SC. Pe această direcție se va găsi punctul căutat C la distanța d_{SC} aplicată cu panglica. Dacă aolo nu se găsește borna este semn că ea s-a pierdut și se va căuta bornajul de la subsol prin săpare. Dacă se găsește borna de la subsol înseamnă că punctul nu este pierdut și urmează a se reinstala o bornă la verticala lui și apoi a se semnaliza pentru a putea fi utilizat în lucrările de îndesire. Dacă distanța SC este foarte mică (pînă la 2—3 m) orientarea SC poate fi aplicată cu busola de mînă. Dacă nu se găsește nici bornajul de la subsol, punctul trebuie considerat definitiv pierdut.

Orientarea θ_{SC} se obține din coordonate cu relația:

$$\operatorname{tg} \theta_{SC} = \frac{y_C - y_S}{x_C - x_S} \tag{2.45}$$

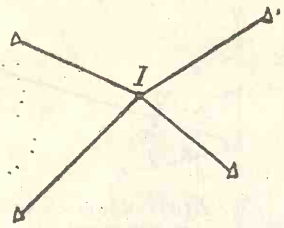
iar distanța de aplicat SC cu relația:

$$d_{SC} = \sqrt{(x_C - x_S)^2 + (y_C - y_S)^2} \tag{2.46}$$

Pentru a se putea conta în mod sigur pe punctele rețelei geodezice identificate, mai este necesar să se verifice identitatea lor, adică dacă nu au fost mișcate sau deplasate în decursul anilor și dacă coordonatele de care se dispune sînt bune. Pentru aceasta se vor măsura unghiurile în fiecare din punctele vechi (din fiecare punct vechi se va viza la punctele vechi din jur). Este necesar ca unghiurile măsurate să corespundă cu cele deduse din coordonate în limitele unor toleranțe care în general sînt prescrise (nu trebuie să depășească cîteva zeci de secunde).

Abia acum se cunosc punctele rețelei geodezice de sprijin pe care se contează efectiv și se poate trece la definitivarea proiectului de îndesire.

2.412. **Definitivarea proiectului de îndesire.** Definitivarea proiectului de îndesire se face parcurgînd terenul prin punctele proiectate și observînd dacă punctele îndeplinesc condițiile unor bune determinări. Aceste condiții sînt: locul să fie accesibil și staționabil cu teodolitul, să existe vizibilitățile necesare unei bune determinări (din 4 puncte vechi) și să poată sprijini la rîndul lui determinarea altor puncte precum și ridicările de detaliu. În general aceste condiții sînt îndeplinite de locurile predominante, dar în mod efectiv



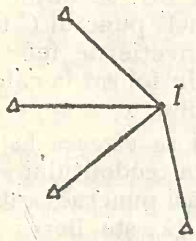


Fig. 2.106 — Punct de intersecție bine plasat

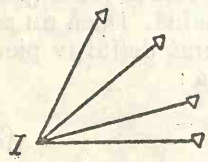


Fig. 2.107 — Punct de intersecție plasat defectuos

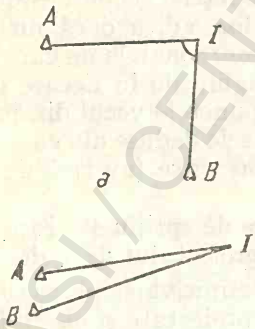


Fig. 2.108 — Unghi de intersecție:
a — favorabil; *b* — nefavorabil

și sigur poziția exactă a punctelor nu poate fi stabilită decît în teren cînd se fixează precis locul de plantare.

În privința precizării care s-a făcut că trebuie să existe vizibilitățile necesare unei bune determinări, trebuie reținut că în general un punct se determină bine prin intersecții dacă este plasat aproximativ în mijlocul punctelor din care se determină sau altfel spus, dacă punctele vechi din care se va determina sînt plasate în jurul punctului de determinat cît mai uniform distribuite și dacă fac unghiuri bune de intersecție.

În figura 2.106 se arată un bun plasament al punctului nou, iar în figura 2.107 un plasament defectuos. Unghiurile de intersecție sînt bune dacă direcțiile se intersectează sub unghiuri apropiate de cele drepte (100^g) (fig. 2.108, *a*) și necorespunzătoare dacă se intersectează ca în fig. 2.108.*b*.

În privința punctelor vechi și noi se face mențiunea că un punct nou nu se poate determina decît din puncte vechi, însă orice punct nou determinat devine vechi și poate participa la determinarea punctelor încă necalculate.

După definitivarea proiectului de îndesire urmează plantarea semnalelor conform celor arătate la § 2.02 semnalizarea punctelor.

2.413. **Măsurarea unghiurilor.** Pentru a se măsura unghiurile necesare determinării punctelor trebuie întocmit un plan de observații și determinare. Lucrările pentru întocmirea acestui plan încep, într-un fel, o dată cu întocmirea anteproiectului cînd punctele se plasează pe hartă nu numai în așa fel încît să se obțină densitatea cerută, ci să aibă și determinare. Primul punct se va proiecta aproximativ la mijlocul distanței dintre punctele vechi pentru a „frînge" distanțele relativ mari dintre punctele rețelei geodezice pentru care motive se numește punct de frîngere (punctul *6* în fig. 2.109). Al doilea punct se plasează aproximativ la mijlocul distanței dintre punctele geodezice și punctul de frîngere (punctul *2* în fig. 2.109) etc. Deci proiectarea punctelor se face avînd în vedere în permanență să fie pe deplin determinabile. Cu ocazia definitivării proiectului pe teren se înregistrează, într-un carnet, toate vizibilitățile din fiecare punct. Cu aceste date se întocmește o schiță a punctelor, aproximativ la scara, pe care se desenează toate vizibilitățile. În principiu, vizibilitățile dintre punctele vechi se desenează într-o culoare

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

(de exemplu neagră), iar cele dintre punctele noi precum și cele dintre punctele noi și cele vechi în altă culoare (de exemplu roșie). Deoarece uneori vizibilitatea este numai într-un sens, linia se va duce plină de la punctul de unde există vizibilitate pînă la jumătatea distanței la celălalt punct, iar în rest se desenează cu linie întreruptă.

Plecînd de la schița vizibilităților se întocmește planul de observații și în linii mari chiar planul de determinare, adică succesiunea de determinare a punctelor.

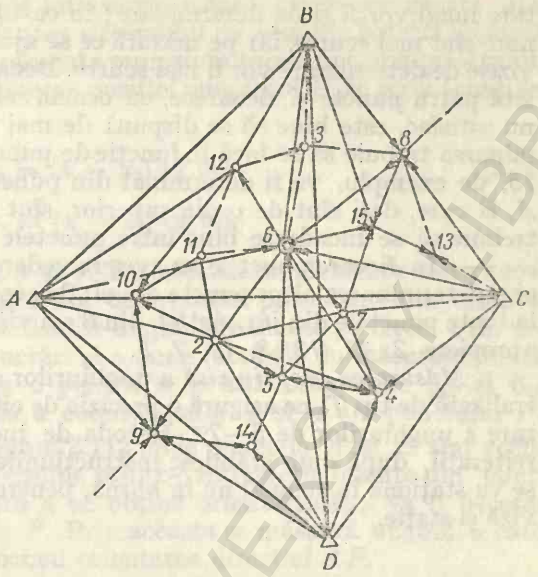


Fig. 2.109 — Schița vizelor și succesiunea de determinare a punctelor

În figura 2.109 se dă de fapt schița vizelor (planul de observații) cu proiectul de determinare a punctelor. De pe schița vizibilităților, care cuprinde deci toate vizibilitățile, se vor extrage pentru a fi observate, numai acele puncte, respectiv acele vize care vor fi necesare la orientarea vizelor în stație, la determinarea punctului și la determinarea altor puncte. Succesiunea de determinare pe care ne-o propunem se desprinde cu ușurință după îngroșările vizelor lîngă punct. Astfel, primul punct ce se va determina va fi punctul de frîngere *6* apoi *2, 4, 7, 12, 5, 8, 9, 10, 11, 3, 15* etc. De, aici se înțelege că îndesirea se face progresiv. Nu este însă sigur că determinarea va urma riguros această succesiune, deoarece pot surveni surprize: nu este exclus ca anumite vize, după ce vor fi fost făcute, să se constate la calcule că nu satisfac sub raportul preciziei, cînd va fi necesar să se schimbe ordinea de determinare. De aceea, schița de determinare definitivă va putea fi întocmită numai după calculul întregii îndesiri. Astfel, la întocmirea planului de observații (schița vizelor) este necesar să se aibă în vedere următoarele:

— Nu se vor lua în plan toate vizibilitățile, deoarece ar necesita prea multe observații la teren.

— Vizele se orientează bine în stație dacă sînt lungi cînd punctarea și vizarea se fac în bune condiții, iar eroarea liniară de vizare reprezintă o eroare unghiulară mică. De aceea, în fiecare punct se va căuta să existe două-trei vize lungi pentru orientare. În cazul punctului de frîngere *6* se observă că vizele sînt toate lungi, în cazul punctului *2* vizele sînt în general lungi, dar s-a vizat și spre *D* pentru a avea o viză foarte lungă; în cazul punctului *15* s-au luat vizele de orientare la *C* și *B* etc.

— Vizele de determinare trebuie să fie plasate cît mai bine în jurul punctului, să fie cel puțin 3—4 și să fie cît mai scurte. Condițiile acestea nu pot fi întotdeauna asigurate întocmai. În cazul punctului *6* vizele de orien-

tare lungi vor fi și de determinare; în cazul punctului *2*, vizele de determinare sînt mai scurte, iar pe măsură ce se ajunge la punctele ultime *11, 3, 15* vizele de determinare vor fi mai scurte. Deoarece determinarea efectivă necesită patru puncte și, deoarece, cu ocazia calculului se va constata că unele nu satisfac, este bine să se dispună de mai multe vize. În orice caz, determinarea trebuie să se facă în funcție de punctele cele mai apropiate. Punctul *15*, de exemplu, va fi determinat din punctele din jur, *7, 6, 8, C* și nu din *A, B* care, deși sînt de ordin superior, sînt prea depărtate, iar punctele noi trebuie să se încadreze bine între punctele din imediata apropiere.

— În fiecare punct se va avea în vedere nu numai buna lui determinare, ci și determinarea altor puncte din el; de aceea, ca regulă generală, se va viza la toate punctele din jur. Astfel, din 6 s-a vizat la toate punctele din imediata apropiere *2, 11, 12, 3, 15, 7, 5*.

Măsurarea propriu-zisă a unghiurilor se face cu teodolite cu citire centralizată de tip T_2 ce asigură o precizie de citire de 2^{cc} și o precizie de măsurare a unghiurilor de $5—7^{cc}$. Metoda de lucru este a reiterațiilor, cîte 2—3 reiterații, după cum stabilesc instrucțiunile. Dacă semnalul este excentric se va staționa în semnal nu în bornă, pentru a se asigura identitatea dintre viză și stație.

2.42. INTERSECȚIA ÎNAINTE

2.420. **Cazul general.** Prin intersecție înainte, se determină poziția în plan, în special a punctelor care nu pot fi staționate cu teodolitul ca: semnale instalate pe arbori, turlele clădirilor, bisericilor etc.

Se știe că un punct este determinat de intersecția a două drepte. Dacă poziția acestor drepte este definită în plan, înseamnă că implicit și poziția punctului de intersecție este definită. O dreaptă este determinată de două puncte sau de un punct și o direcție. În cadrul calculului numeric este necesar ca dreptele să fie exprimate sub formă de ecuații.

Ecuația unei drepte determinate de două puncte se deduce ușor după figura 2.110. În triunghiurile asemenea $1PP_0$ și 122_0 raporturile catetelor dau:

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1} \quad \text{sau} \quad \frac{x-x_1}{y-y_1}=\frac{x_2-x_1}{y_2-y_1} \tag{2.47}$$

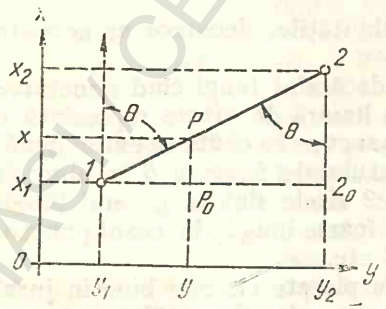


Fig. 2.110 — Schema pentru obținerea ecuației unei drepte

Orice punct al dreptei *1—2* satisface ecuația (2.47). Totodată se observă că raportul catetelor reprezintă o linie trigonometrică și anume tg sau ctg. Prin urmare relația (2.47) poate fi scrisă sub forma (2.48).

$$\frac{x-x_1}{x-y_1}=\frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}=\operatorname{ctg}\theta \text{ sau}$$

$$\operatorname{tg}\theta_{1-2}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{ și} \tag{2.48}$$

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{y-y_1}{x-x_1} \text{ sau } y-y_1=(x-x_1)\operatorname{tg}\theta \tag{2.49}$$

BCU IAȘI / CENTRUL UNIVERSITAR

Aşadar, poziţia punctului de intersecţie a două drepte exprimate prin ecuaţiile lor va rezulta din rezolvarea sistemului de ecuaţii. Soluţia comună a celor două ecuaţii cu două necunoscute reprezintă tocmai poziţia punctului. În cazul figurii 2.111, pentru obţinerea poziţiei punctului P, se scriu ecuaţiile dreptelor $1P$ şi $2P$.

$$y - y_1 = (x - x_1) \operatorname{tg} \theta_{1P} \tag{2.50}$$

$$y - y_2 = (x - x_2) \operatorname{tg} \theta_{2P}$$

Singurele necunoscute sînt x şi y. Toate celelalte elemente sînt cunoscute: coordonatele punctelor *1* şi *2* din determinări precedente, iar orientările dreptelor θ_{1P} şi θ_{2P} din măsurătorile unghiulare făcute pe teren. Prin urmare se disting două etape de lucrări şi anume lucrările de măsurătoare ce trebuie făcute în punctele *1* şi *2* pentru a se afla orientările θ_{1P} şi θ_{2P} şi lucrările de calcul propriu-zis a coordonatelor x şi y ale punctului P.

Să considerăm cazul din figura 2.112 unde punctele A şi B sînt vechi iar punctul P urmează să se determine printr-o intersecţie înainte din punctul A şi dintr-un alt punct. Pentru a se obţine orientarea θ_{AP} va fi necesar să se vizeze din A la B şi apoi la P. Prin aceasta se măsoară unghiul α care adăugat la orientarea θ_{AB} dă tocmai orientarea direcţiei AP.

$$\theta_{AP} = \theta_{AB} + \alpha \tag{2.51}$$

Deci ca regulă generală, totdeauna cînd se staţionează cu teodolitul într-un punct, prima grijă pe care trebuie s-o aibă operatorul este (după calarea aparatului) să vizeze la un punct vechi. Dacă punctul staţie este cunoscut (cazul intersecţiei înainte) el, împreună cu punctul vechi vizat, reprezintă o direcţie şi deci o viză de referinţă de orientare cunoscută, la care se poate adăuga apoi unghiul măsurat. Astfel se obţine orientarea unei direcţii spre un punct nou.

Pentru ca această regulă să fie valabilă întotdeauna, unghiul α se măsoară vizîndu-se mai întîi punctul B şi abia după aceea punctul nou P, independent de mărimea unghiului. Dacă θ_{AP} rezultă mai mare de 400^g se va suprima un cerc întreg, adică 400^g (fig. 2.112, *b*). Evident că scăzînd unghiul α_c (complementar) din orientarea AB se obţine de asemenea orientarea AP (fig. 2.112, *b*). Dacă pe direcţia veche B s-a vizat cu orientarea

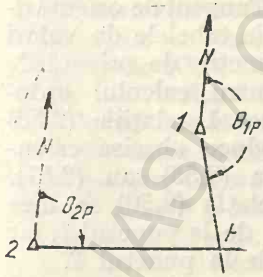


Fig. 2.111 — Intersecţia înainte

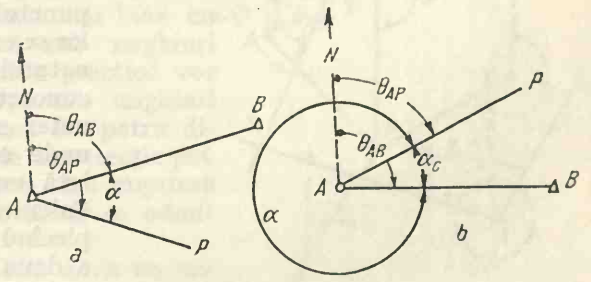


Fig. 2.112 — Orientarea vizelor pentru intersecţie

introdusă în teodolit, pe direcţia nouă se va citi de-a dreptul orientarea respectivă (nouă).

O schemă de ansamblu care arată luarea vizelor necesare din teren şi intersectarea lor este dată în figura 2.113 unde:

$$\theta_{1P} = \theta_{1-3} + \alpha \tag{2.52}$$

$$\theta_{2P} = \theta_{2-4} + \beta$$

Introducîndu-le în ecuaţiile dreptelor *1P* şi *2P* se obţin ecuaţiile:

$$y - y_1 = (x - x_1) \operatorname{tg} \theta_{1P} \tag{2.50}$$

$$y - y_2 = (x - x_2) \operatorname{tg} \theta_{2P}$$

Rezolvînd sistemul se obţine:

$$y_2 - y_1 = x \operatorname{tg} \theta_{1P} - x \operatorname{tg} \theta_{2P} + x_2 \operatorname{tg} \theta_{2P} - x_1 \operatorname{tg} \theta_{1P} \tag{2.53}$$

apoi

$$x(\operatorname{tg} \theta_{2P} - \operatorname{tg} \theta_{1P}) = y_1 - y_2 + x_2 \operatorname{tg} \theta_{2P} - x_1 \operatorname{tg} \theta_{1P} \tag{2.54}$$

şi

$$x = \frac{y_1 - y_2 + x_2 \operatorname{tg} \theta_{2P} - x_1 \operatorname{tg} \theta_{1P}}{\operatorname{tg} \theta_{2P} - \operatorname{tg} \theta_{1P}} \tag{2.55}$$

Aceasta este coordonata x a punctului P pe care introducînd-o în ecuaţiile (2.50) rezultă coordonata y a punctului P.

$$y = (x - x_1) \operatorname{tg} \theta_{1P} + y_1 \tag{2.56}$$

$$y = (x - x_2) \operatorname{tg} \theta_{2P} + y_2$$

Se observă că relaţia (2.55) poate fi pusă şi sub forma:

$$x = \frac{y_2 - y_1 + x_1 \operatorname{tg} \theta_{1P} - x_2 \operatorname{tg} \theta_{2P}}{\operatorname{tg} \theta_{1P} - \operatorname{tg} \theta_{2P}} \tag{2.57}$$

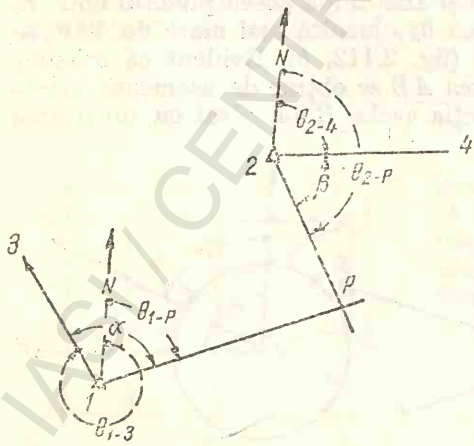


Fig. 2.113 — Intersecţia înainte inclusiv vizele de orientare

Lucrînd cu aceste relaţii se calculează mai întîi abscisa x a punctului P. Tangentele orientărilor se extrag din tabelele de valori naturale în funcţie de orientările cunoscute. Pentru calculul ordonatei se utilizează relaţiile (2.56) unde se introduce abscisa calculată cu relaţia (2.55) sau (2.57). Calculul cu relaţia (2.56) se face plecînd o dată de la punctul *1*, iar a doua oară de la punctul *2*.

Ambele relaţii trebuie să dea acelaşi rezultat, deoarece utilizează

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

aceleași elemente ce au servit la calculul abscisei. Uneori cele două relații (2.55) pot da oarecare diferențe provenite din rotunjiri de calcul sau din insuficient de precisa extragere a tangentelor din tabele. Se știe că tangenta supraunitară nu asigură cu suficientă precizie zecimala a șasea necesară în aceste calcule.

Dacă orientările au valori apropiate de 100^g și 300^g tangenta este nefavorabilă deoarece dă valori foarte mari (tind spre infinit) cu variații foarte mari pentru variațiile mici de orientări ceea ce duce la o scădere a preciziei calculului. Se știe însă că atunci cînd tangenta are valori mari, cotangenta are valori mici convenabile pentru calcul. Dacă în relațiile (2.55) și (2.56) se înlocuiește: $\operatorname{tg}\theta$ cu $\frac{1}{\operatorname{ctg}\theta}$ rezultă:

$$y = \frac{x_2 - x_1 + y_1 \operatorname{ctg} \theta_{1P} - y_2 \operatorname{ctg} \theta_{2P}}{\operatorname{ctg}\ \theta_{1P} - \operatorname{ctg}\ \theta_{2P}} \tag{2.58}$$

$$\begin{aligned} x &= (y - y_1) \operatorname{ctg}\ \theta_{1P} + x_1 \\ x &= (y - y_2) \operatorname{ctg}\ \theta_{2P} + x_2 \end{aligned} \tag{2.59}$$

Dar intersectarea unui punct numai din două direcții poate duce la o determinare unilaterală care în plus este lipsită de control. Pentru a avea o verificare a calculului [a doua relație din grupul (2.56) sau (2.59) este numai de calcul nu și de teren] precum și pentru a se avea o încadrare armonioasă a punctului nou în ansamblul punctelor vechi, punctul nou va trebui să mai fie intersectat de încă două direcții independente (fig. 2.114) din direcții aproximativ opuse. Desigur că poziția rezultată din cea de a doua intersecție nu va putea fi identică cu prima atît din cauză că la baza elementelor ce intră în calcul (orientările) stau măsurătorile unghiulare ce sînt afectate de erori, cît și din cauză că celelalte elemente de calcul, coordonatele punctelor vechi (de sprijin) au și ele lipsurile (erorile) lor de determinare. Determinarea se consideră bună dacă diferențele între cele două rînduri de coordonate nu depășesc toleranțele.

În general la noi se consideră că o diferență maximă de 30 cm este admisibilă. Prin facerea mediei între valorile obținute se obține o valoare medie, desigur mai probabilă care se va încadra între toate punctele din jur.

Intersecția se face cu atît mai bine cu cît direcțiile se intersectează sub unghiuri apropiate de 100^g. Desigur că în practică vor fi greu de realizat intersecții sub unghiuri foarte favorabile și întotdeauna din patru direcții. De aceea unghiurile de intersecție pot fi considerate favorabile dacă sînt cuprinse între 35^g și 165^g și totodată evident se admit și numai trei direcții.

Alegerea vizelor favorabile dintr-un ansamblu de direcții este o problemă importantă.

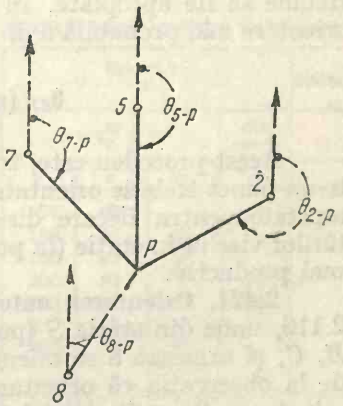


Fig. 2.114 — Dispozitivul de intersecție la aplicația numerică

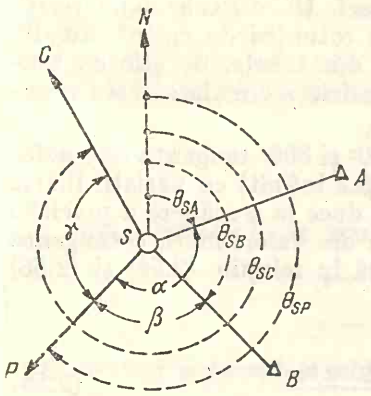


Fig. 2.115 — Orientarea vizelor după mai multe direcţii

Dacă un punct nou primeşte următoarele vize orientate:

$\theta_1 = 35^g$; $\theta_2 = 105^g$; $\theta_3 = 220^g$; $\theta_4 = 390^g$

Intersecţiile pot fi grupate astfel:

θ_1 cu θ_4 care se intersectează sub un unghi de 45^g

θ_2 cu θ_3 care se intersectează sub un unghi de 115^g

θ_1 cu θ_2 care se intersectează sub un unghi de 70^g

Nu este admisibil să se facă următoarele grupări θ_1 cu θ_3 care se intersectează sub un unghi de 185^g sau 15^g.

θ_3 cu θ_4 care se intersectează sub un unghi de 170^g sau 30^g.

În plus se ţine seama şi de lungimea vizelor. Pentru determinare se vor lua vizele cele mai scurte.

Notă. Orientarea simplă a vizelor de intersecţie se face conform celor arătate în figurile 2.112 şi 2.113. Pentru a avea pe de o parte un control împotriva greşelilor, iar pe de alta posibilitatea de a micşora eroarea de orientare, se recomandă să se ia două sau mai multe vize de orientare (fig. 2.115). Astfel din staţia S se vizează la punctele cunoscute A, B, C precum şi la punctul necunoscut P. Orientarea vizei SP se obţine în funcţie de fiecare viză cunoscută sau împreună:

$$\theta_{SP}^{A} = \theta_{SA} + \alpha$$

$$\theta_{SP}^{B} = \theta_{SB} + \beta$$

$$\theta_{SP}^{C} = \theta_{SC} - \gamma$$

Valorile obţinute pentru orientarea direcţiei SP din cele trei relaţii trebuie să fie apropiate. În cazul acesta se face media lor obţinîndu-se o orientare mai probabilă a direcţiei SP.

$$\theta_{SP}\ (\text{medie}) = \frac{\theta_{SP}^{A} + \theta_{SP}^{B} + \theta_{SP}^{C}}{3}$$

Acest procedeu este, totuşi, destul de greoi în special atunci cînd dintr-un punct trebuie orientate mai multe vize, cînd asemenea calcule trebuie repetate pentru fiecare direcţie nouă de orientat. De aceea, calculul orientărilor vizelor în staţie (în punctele vechi) se face după un alt procedeu mult mai productiv.

2.421. **Orientarea automată a vizelor.** Să presupunem cazul din figura 2.116, unde din staţia S (punct vechi) există vize spre trei puncte vechi A B, C, şi urmează a se orienta vizele spre puncte noi *1*, *2*, *3* şi *4*. Se pleacă de la observaţia că orientarea oricărei direcţii vechi sau noi este egală cu orientarea θ_0 a direcţiei întîmplătoare a originii 0^g a limbului la care se adaugă viza citită pe limb spre direcţia în cauză (unghiurile α_A, α_1, α_2 etc.).

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Astfel:

$$\theta_{SA} = \theta_0 + \alpha_A; \quad \theta_{S1} = \theta_0 + \alpha_1 \text{ etc.}$$

Evident că θ_0 nu este cunoscut în mod nemijlocit. Dar θ_0 poate fi calculat în funcţie de orientările direcţiilor cunoscute din coordonate *SA*, *SB*, *SC* şi vizele (citirile) înscrise în carnet în dreptul direcţiilor respective. Într-adevăr:

$$\theta_0^A = \theta_{SA}^A - \alpha_A; \quad \theta_0^B = \theta_{SB} - \alpha_B;$$

$$\theta_0^C = \theta_{SC} - \alpha_C$$

de unde:

$$\theta_0 = \frac{\theta_0^A + \theta_0^B + \theta_0^C}{3} = \frac{[\theta - \alpha]}{n}$$

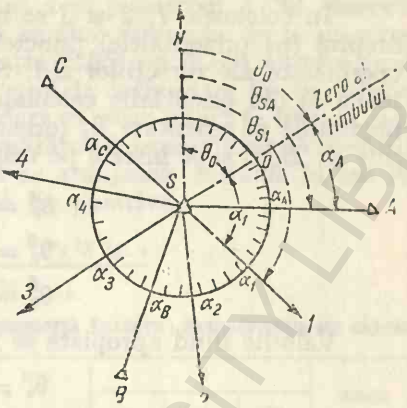


Fig. 2.116 — Orientarea automatizată a vizelor

Bineînţeles că $\theta_0^A \approx \theta_0^B \approx \theta_0^C$. Între aceste valori poate şi trebuie să existe o oarecare nepotrivire din cauză că în calculul lor intervin mărimile măsurate α_A, α_B, α_C, deci afectate de erori.

Dacă diferenţele nu depăşesc o anumită toleranţă, se face media lor şi se obţine astfel o valoare θ_0 mai probabilă. Calculul în continuare al orientărilor direcţiilor: θ_{S1}; θ_{S2} etc., se face prin simpla adunare a valorii θ_0 la vizele (citirile) din dreptul direcţiilor de orientare $\theta_{S1} = \theta_0 + \alpha_1$; $\theta_{S2} = \theta_0 + \alpha_2$ etc.

Acest calcul este deci foarte simplu şi totodată foarte economic în comparaţie cu cel arătat în figura 2.115. Totodată acest calcul se pretează la un automatism dacă se utilizează un formular de calcul tip.

Să considerăm cazul din figura 2.116. Datele măsurătorilor din teren sînt consemnate în tabelul 2.3.

Tabelul 2.3. **CALCULUL ORIENTĂRILOR PENTRU INTERSECŢII**

Staţia	Viza	Vize compensate în staţie α			Unghiul de orientare θ_0			Orientări θ				Schiţa
1	2	3			4 = 5 − 3			5 = θ_0^m + 3			din coord.	
		g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	cc	
	A	35	57	02	41	12	66	76	69		68	
	1	68	72	32				109	84	95		
	2	109	85	27				150	97	90		
S	B	165	49	99	41	12	51	206	61		90	
	C	212	85	46	41	12	72	253	98		18	
	3	256	48	78				297	61	41		
	4	289	26	25				330	38	88		
	A	35	57	02								

$$\theta_0^m = 41^g\,12^c\,63^{cc}$$

BCU IAŞI CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

În coloanele *1*, *2* și *3* se introduc datele din teren. În coloana *5* în dreptul (pe orizontalele) punctelor *A*, *B* și *C* se introduc orientările din coordonate ale direcțiilor *SA*, *SB* și *SC*. Dacă se scad vizele α (din coloana *3*) din orientările calculate din coordonate (din coloana *5*) se obțin unghiurile de orientare θ_0 (orientările direcției 0^g a limbului), după direcțiile *A*, *B*, *C* și se înscriu pe măsură ce se obțin în coloana *4*:

$$\theta_0^A = 41^g\ 12^c\ 66^{cc}$$

$$\theta_0^B = 41^g\ 12^c\ 51^{cc}$$

$$\theta_0^C = 41^g\ 12^c\ 72^{cc}$$

Valorile fiind apropiate se face media lor și se obține:

$$\theta_0''' = 41^g\ 12^c\ 63^{cc}$$

Valorile θ_0 se adaugă apoi tuturor vizelor spre punctele noi 1, 2, 3 și 4 se obțin astfel orientările observate ale acestor vize, orientări ce se înscriu în coloana *5*.

Dacă se procedează astfel cu toate punctele vechi se obțin, într-o primă etapă de calcul, orientările tuturor vizelor din punctele vechi.

În a doua etapă de calcul se trece efectiv la intersectarea vizelor orientate grupate după unghiuri convenabile.

Aplicație numerică la intersecția înainte. Se cere calculul prin intersecție înainte a punctului *4* din punctele *5*, *2*, *7* și *8* (fig. 2.114). Orientările direcțiilor fiind $\theta_{5-4} = 198^g39^c86^{cc}$; $\theta_{2-4} = 260^g16^c27^{cc}$; $\theta_{7-4} = 160^g60^c56^{cc}$ și $\theta_{8-4} = 30^g84^c26^{cc}$. Pentru alegerea direcțiilor care urmează a se intersecta, două cîte două, se face diferența pentru a se obține unghiurile de intersecție. Se observă că vizele din *5* și *2* formează un unghi de circa 62^g, iar cele din *7* și *8* unul de circa 130^g respectiv 70^g, deci unghiuri favorabile.

Calculul se face în mod organizat cu ajutorul mașinii de calculat și al tabelelor de valori naturale. Datele se înscriu într-un tabel de calcul, binecunoscut, stfel:

Pe același rînd se trec toate elementele privind o viză și anume: în coloana *1* se notează punctul *5*, în coloana *2* se înscrie *x*-ul punctului *5*, în coloana *4*, *y*-ul, iar în coloana *5* orientarea. În rîndul al treilea se scriu întocmai datele privitoare la punctul *2* în același mod. În rîndurile *4* și *7* se scriu datele privitoare la cea de a doua intersecție dintre vizele *7* și *8*.

Urmează să se stabilească dacă se lucrează cu formulele (2.57) sau (2.58), adică dacă se lucrează cu tg sau cu ctg. În general, pentru valorile orientărilor apropiate de 0 și 200^g se va folosi linia trigonometrică tangentă, iar pentru cele apropiate de 100 și 300^g cotangenta.

Linia trigonometrică este dată de orientarea cea mai apropiată de 0^g; 100^g; 200^g sau 300^g. În cazul primei intersecții se are în vedere $\theta_{5-4} = 198^g$ care va da o valoare naturală mică dacă se ia tg deoarece $\text{tg}\ 198^g = -\text{ctg}\ 98^g$. În cazul celei de a doua intersecții θ_{8-4} este mai aproape de 0^g decît θ_{7-4} de 200^g, prin urmare se va lucra și aici cu tg θ. Pentru a se consemna acest lucru se scrie tg θ în rîndul punctului *4* pe coloana *3* și se extrag valorile naturale ce se scriu în coloană în dreptul orientărilor repective. Calculul se face așadar cu grupul de relații (2.55) și (2.56) sau (2.57) și

(2.56). În primul rînd se va calcula aşadar x-ul punctului *4*. Se observă că toate coordonatele sînt pozitive. Dacă se face diferenţa de la numitor în aşa fel încît să fie pozitivă, deci ori relaţia (2.55) ori (2.57) numărătorul va deveni neapărat pozitiv. Dacă se lucrează la întîmplare fie cu relaţia (2.55), fie cu (2.57), adică dacă se va considera ca prim punct *5*, într-un caz, sau *2* în celălalt, s-ar putea să se obţină numărătorul negativ (complementul) ceea ce complică calculul. Pentru început se aranjează formula în aşa fel încît diferenţa valorilor naturale ale tg să fie pozitive.

$$x_4 = \frac{y_5 - y_2 + x_2 \operatorname{tg} \theta_{2-4} - x_5 \operatorname{tg} \theta_{5-4}}{\operatorname{tg} \theta_{2-4} - \operatorname{tg} \theta_{5-4}}$$

Tabelul 2.4 **INTERSECŢIA ÎNAINTE: DISPOZITIVUL DE CALCUL**

Pct	x	tg θ sau ctg θ	y	θ			Schiţa
				g	c	cc	
1	2	3	4	5			6
5	501 3965,50	−0,0251 60	462 3407,84	198	39	86	
4		tg θ					
2	3222,75	+1,3838 05	4608,82	260	16	27	
7	3838,74	−0,7121 08	2411,29	160	60	56	
4		tg θ					
8	0736,99	+0,5263 11	2580,97	30	84	26	

Calculul se face cu maşina. Cu zero la toate ferestruicile se clapează y_5 la inscriptor şi se însumează cu căruciorul în poziţia *7* (poziţie cerută de produsul x. tg θ care dă opt zecimale). Apoi se scade y_2 în aceeaşi poziţie. Urmează efectuarea produsului $x_2 \operatorname{tg} \theta_{2-4}$ prin claparea lui x_2 şi învîrtirea manivelei pînă ce la inscriptor apare tg θ_{2-4}. După ce s-a efectuat şi produsul $-x_5 \operatorname{tg} \theta_{5-4}$, însumat, la totalizator se obţine numărătorul iar la înregistratorul de ture, numitorul. Urmează împărţirea prin claparea numitorului, ştergerea de la înregistrator şi scăderea progresivă potrivit regulii de împărţire.

Efectuîndu-se calculele se obţin valorile x_4 în coloana *2* o dată din intersectarea direcţiilor *5-4* cu *2-4* şi apoi *7-4* cu *8-4*. În coloana *4* se obţin valorile y_4. Cele două rînduri de valori din aceeaşi căsuţă sînt date de cele două relaţii ale formulelor (2.56) şi pot diferi cu atîtea unităţi cu cîţi întregi diferă cele două valori naturale ce participă la calcule, adică, în cazul de faţă cu *1*. Între cele două valori din aceeaşi căsuţă se preferă cea dată de linia trigonometrică cea mai mică.

Valorile definitive ale punctului intersectat se obţin din media intersecţiilor. Prin urmare coordonatele punctului *4* vor fi:

$$x_4 = 5012383{,}57 \text{ m şi } y_4 = 4623447{,}60 \text{ m}$$

Notă. Dacă se dispune de un calculator, chiar minicalculator, cum este Olivetti, odată programul întocmit şi introdus, operaţiile durează practic atît cît durează înscrierea datelor în calculator.

Tabelul 2.5 INTERSECȚIA ÎNAINTE: TABEL FINAL

Pct.	x	tg θ sau ctg θ	y	θ			Schița
				g	c	cc	
1	2	3	4	5			6
5	501 3965,50	−0,025160	462 3407,84	198	39	86	
4	2383,62	tg θ	3447,$^{64}_{63}$				
2	3222,75	+1,383805	4608,82	260	16	27	
7	3838,74	−0,712108	2411,29	160	60	56	
4	2383,52	tg θ	3447,$^{56}_{56}$				
8	0736,99	+0,526311	2580,97	30	84	26	

2.43. INTERSECȚIA ÎNAPOI

2.430. **Generalități.** Intersecția înapoi este cunoscută sub diferite nume și are multe rezolvări. La noi este cunoscută sub numele de Pothénot, intersecția înapoi, intersecție indirectă, retrointersecție și problema hărții.

Problema constă din staționarea cu teodolitul în punctul ce urmează a se determina și vizarea la minimum trei puncte cunoscute. În funcție de unghiurile măsurate se calculează poziția punctului staționat.

Metoda se aplică întotdeauna cînd trebuie determinate noi puncte de îndesire, dar în zona respectivă nu există vizibilitate decît spre puncte cunoscute dar inaccesibile ca turnuri de clădiri înalte, semnale în arbori etc., precum și întotdeauna cînd ulterior, în faza de ridicare a detaliilor, se simte nevoia unui punct determinat mai precis.

Metoda fiind atractivă sub raportul măsurătorilor în teren a preocupat pe mulți topografi și matematicieni care au căutat soluții de calcul mai simple.

La noi cu această problemă s-au ocupat și au stabilit metode de calcul: O. Martinian, Garodetzki și Demianov, Emanoil etc. Cea mai cunoscută rezolvare a acestei probleme este aceea a lui Delambre.

2.431. *Rezolvarea Delambre.* Să presupunem că din punctul necunoscut *P* s-a vizat la punctele cunoscute *1*, *2*, *3* și *4* (fig. 2.117). Unghiurile măsurate sînt α, β, și γ.

BCU Cluj / Central University Library

Conform rezolvării lui Delambre, într-o primă fază de calcul, se vor lua în considerarea punctele *1*, *2* şi *3* şi se vor scrie ecuaţiile dreptelor *1-P*; *2-P* şi *3-P*, adică:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= (x - x_1)\ \mathrm{tg}\ \theta_{1P} \\ y - y_2 &= (x - x_2)\ \mathrm{tg}\ \theta_{2P} \\ y - y_3 &= (x - x_3)\ \mathrm{tg}\ \theta_{3P} \end{aligned} \qquad (2.60)$$

Se observă că sistemul este incompatibil, deoarece cuprinde trei ecuaţii cu cinci necunoscute. Dacă se iau în considerare unghiurile α şi β se observă că orientările θ_{2P} şi θ_{3P} pot fi exprimate în funcţie de orientarea θ_{1P} şi unghiurile α şi β, ceea ce înseamnă că sistemul devine un sistem compatibil, adică de trei ecuaţii cu trei necunoscute, x, y, şi θ_{1P}.

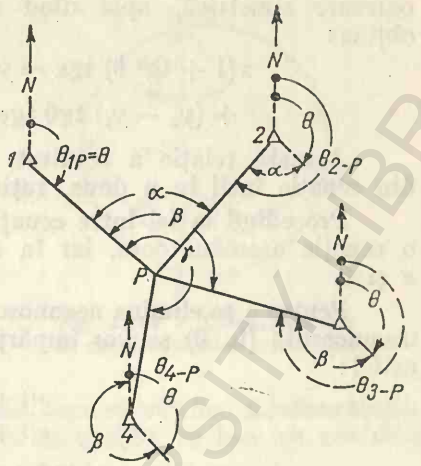


Fig. 2.117 — Dispozitivul general al unei intersecţii înapoi

Într-adevăr, dacă notăm pentru simplificare, $\theta_{1P} = \theta$ avem:

$$\begin{aligned} \theta_{1P} &= \theta \\ \theta_{2P} &= \theta + \alpha \\ \theta_{3P} &= \theta + \beta \end{aligned} \qquad (2.61)$$

Prin urmare sistemul (2.60) devine:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= (x - x_1)\ \mathrm{tg}\ \theta \\ y - y_2 &= (x - x_2)\ \mathrm{tg}\ (\theta + \alpha) \\ y - y_3 &= (x - x_3)\mathrm{tg}\ (\theta + \beta) \end{aligned} \qquad (2.62)$$

Sistemul se poate rezolva prin substituţie. Cea mai simplă rezolvare se obţine atunci cît prima necunoscută calculată este θ respectiv tg θ. Dacă θ cunoscut se introduce în relaţiile (2.61) apoi (2.62) înseamnă că problema intersecţiei înapoi este adusă la stadiul intersecţiei înainte.

Pentru rezolvarea sistemului (2.62) se iau mai întîi în considerare primele două ecuaţii unde după înlocuirea tg $(\theta + \alpha)$ cu expresia dezvoltată:

$$\mathrm{tg}(\theta + \alpha) = \frac{\mathrm{tg}\ \theta + \mathrm{tg}\ \alpha}{1 - \mathrm{tg}\ \theta\ \mathrm{tg}\ \alpha} \qquad (2.63)$$

se scoate y din prima ecuaţie şi se înlocuieşte în a doua obţinîndu-se:

$$[y_1 + (x - x_1)\ \mathrm{tg}\ \theta - y_2](1 - \mathrm{tg}\ \theta\ \mathrm{tg}\ \alpha) = (x - x_2)(\mathrm{tg}\ \theta + \mathrm{tg}\ \alpha) \qquad (2.64)$$

Desfăcînd parantezele, reducînd termenii asemenea şi trecînd termenii care conţin necunoscute x în membrul întîi, grupîndu-i într-o formă

oarecare simetrică, apoi dînd factor comun în mod convenabil se obţine:

$$x(1 + \operatorname{tg}^2\theta)\operatorname{tg}\alpha = y_1 - y_2 + (x_2 - x_1)\operatorname{tg}\theta + \\ + (y_2 - y_1)\operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\alpha + (x_2 - x_1\operatorname{tg}^2\theta)\operatorname{tg}\alpha \tag{2.65}$$

Această relaţie a rezultat, aşadar, din substituirea necunoscutei y din ecuaţia întîi în a doua, raţionalizînd-o.

Procedînd la fel între ecuaţiile (1) şi (3) din sistemul (2.62), rezultă o ecuaţie asemănătoare, iar în ansamblu un sistem de două ecuaţii în x şi θ.

Pentru a se elimina necunoscuta x şi a se obţine o ecuaţie cu o singură necunoscută (în θ) se vor împărţi cele două ecuaţii membru cu membru astfel:

$$\frac{x(1 + \operatorname{tg}^2\theta)\operatorname{tg}\alpha}{x(1 + \operatorname{tg}^2\theta)\operatorname{tg}\beta} = \\ = \frac{y_1 - y_2 + (x_2 - x_1)\operatorname{tg}\theta + (y_2 - y_1)\operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\alpha + (x_2 - x_1\operatorname{tg}^2\theta)\operatorname{tg}\alpha}{y_1 - y_3 + (x_3 - x_1)\operatorname{tg}\theta + (y_3 - y_1)\operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\beta + (x_3 - x_1\operatorname{tg}^2\theta)\operatorname{tg}\beta} \tag{2.66}$$

Făcînd simplificările din primul membru, apoi împărţind ambii numărători cu $\operatorname{tg}\alpha$ şi ambii numitori cu $\operatorname{tg}\beta$ şi făcînd înlocuirile:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha} \text{ şi } \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta} \text{ rezultă:} \tag{2.67}$$

$$1 = \frac{(y_1 - y_2)\operatorname{ctg}\alpha + (x_2 - x_1)\operatorname{tg}\theta\operatorname{ctg}\alpha + (y_2 - y_1)\operatorname{tg}\theta + (x_2 - x_1\operatorname{tg}^2\theta)}{(y_1 - y_3)\operatorname{ctg}\beta + (x_3 - x_1)\operatorname{tg}\theta\operatorname{ctg}\beta + (y_3 - y_1)\operatorname{tg}\theta + (x_3 - x_1\operatorname{tg}^2\theta)}$$

Reducînd termenii asemenea şi grupînd după $\operatorname{tg}\theta$ se obţine:

$$\operatorname{tg}\theta[(x_2 - x_1)\operatorname{ctg}\alpha + y_2 + (x_1 - x_3)\operatorname{ctg}\beta - y_3] = \\ = (y_2 - y_1)\operatorname{ctg}\alpha - x_2 + (y_1 - y_3)\operatorname{ctg}\beta + x_3 \tag{2.68}$$

de unde:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{(y_2 - y_1)\operatorname{ctg}\alpha + (y_1 - y_3)\operatorname{ctg}\beta + x_3 - x_2}{(x_2 - x_1)\operatorname{ctg}\alpha + (x_1 - x_3)\operatorname{ctg}\beta - y_3 + y_2} \tag{2.69}$$

În această expresie singura necunoscută este θ care de fapt este θ_{1P}. Valoarea orientării θ se extrage din tabelele de valori naturale şi se introduce în relaţiile (2.61) pentru a se obţine şi orientările direcţiilor θ_{2P} şi θ_{3P}. De fapt prin aceasta se termină prima fază de calcul, aceea de determinare a orientărilor direcţiilor de intersecţie. Faza a doua de calcul şi ultima, constă din calculul coordonatelor punctului P prin intersectarea înainte a vizelor orientate, intersecţii ce se vor face cu grupul de relaţii (2.55) şi (2.56) de la intersecţia înainte. Se vor intersecta acele direcţii care fac unghiuri bune. Drept control, intersecţiile vizelor *1P* cu *2P* precum şi *1P* cu *3P* sau *2P* cu *3P* trebuie să dea exact acelaşi rezultat, deoarece intersecţia înapoi pe trei vize reprezintă o determinare cu minimum de elemente. Aceasta înseamnă că nu sînt date în supranumerar care să vină în contradicţie prin erorile ce se comit la măsurători. De aceea, acesta nu este decît un

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

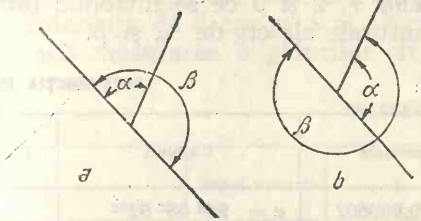


Fig. 2.118 — Caz particular de intersecție înapoi cu unghiurile alese:
a — nefavorabil; *b* — favorabil

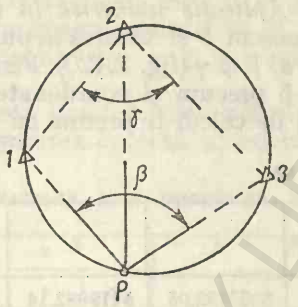


Fig. 2.119 — Cercul periculos în cazul unei intersecții înapoi

control asupra calculului. Controlul complet care să verifice și măsurătorile în teren, precum și identitatea punctelor de sprijin, se face cu cea de-a patra viză.

Pentru a putea fi utilizată în intersecție este necesar ca și aceasta să fie orientată. Conform figurii 2.117 și în spiritul relațiilor (2.61) se observă că $\theta_{4-P} = \theta + \gamma$.

Intersecția ce se va face între această viză și una convenabilă ca unghi de intersecție (de exemplu viza *3P* de pe figura 2.117) va da coordonate diferite de cele obținute din intersecțiile primelor trei direcții însă diferența nu trebuie să fie mai mare decît toleranța stabilită pentru intersecții (de exemplu ± 15 cm față de medie).

Notă: În privința celor trei vize ce se vor lua pentru calculul tg 0, se va căuta să se evite ca vreunul din unghiurile α sau β să aibă valori apropiate de 200^g, care dau ctg0 nefavorabilă.

Dacă se dispune de numai trei vize, adică de date la limită, și dacă unghiurile sînt ca în figura 2.118, *a*, cînd $\alpha = 75^g$, iar $\beta = 198^g$, se observă că ctg 198^g va avea o valoare mult prea mare.

În cazul acesta, unghiurile vor fi alese altfel și anume ca în figura 2.118 *b*, unde $\alpha = 123^g$ și $\beta = 325^g$, adică unghiuri pentru care ctg este mică. Dacă totuși uneori nu se poate găsi o soluție satisfăcătoare pe calea aceasta, se poate utiliza o altă relație ce derivă tot din relația (2.69) prin substituirea $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$ și $\operatorname{ctg}\beta = \frac{1}{\operatorname{tg}\beta}$ cînd va rezulta:

$$\operatorname{tg}\theta_{1P} = \frac{(y_2-y_1)\operatorname{tg}\beta + (y_1-y_3)\operatorname{tg}\alpha + (x_3-x_2)\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{(x_2-x_1)\operatorname{tg}\beta + (x_1-x_3)\operatorname{tg}\alpha + (y_2-y_3)\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta} \tag{2.70}$$

Dacă suma unghiurilor $\beta + \alpha = 200^g$ ca în figura 2.119, problema este nedeterminată, deoarece patrulaterul *1 2 3 P* devine inscriptibil. Acest lucru se știe dacă se determină prin calcul unghiul γ care se obține din diferența orientărilor $\gamma = \theta_{2-1} - \theta_{2-3}$ ce se calculează din coordonatele punctelor *1*, *2* și *3* cu relația (2.48):

$$\operatorname{tg}\theta_{2-1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \text{ și } \operatorname{tg}\theta_{2-3} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

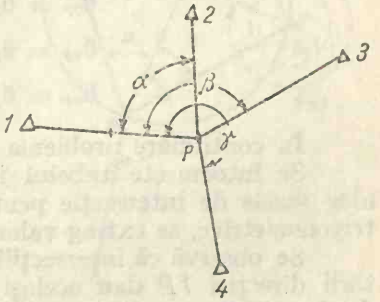


Fig. 2.120 — Aplicație numerică la intersecția înapoi Delambre

Aplicație numerică la intersecția înapoi. Din staționarea în punctul necunoscut P și vizarea la punctele cunoscute *1*, *2*, *3* și *4* au rezultat unghiurile α, β și γ (fig. 2.120). Pentru calculul direcției *1P* se utilizează unghiurile α și β precum și coordonatele punctelor *1*, *2* și *3* ce se introduc într-un tabel de calcul împreună cu valorile naturale ale ctg de α și β.

Tabelul 2.6 **INTERSECȚIA ÎNAPOI**

Punctul	x	y	Valori naturale	Unghiuri	Schița
1	5025462,05	5419982,14	ctg $\alpha = +0{,}068607$	$\alpha = 95^g\ 63^c\ 92^{cc}$	
2	7045,62	22264,75	ctg $\beta = -1{,}642400$	$\beta = 165^g\ 18^c\ 25^{cc}$	
3	5773,48	24142,81		$\gamma = 283^g\ 16^c\ 27^{cc}$	
4	2983,46	22061,36			

Calculul se face cu mașina de calculat separat pentru numărător și apoi separat pentru numitor cu relația (2.69) rezultînd:

$$\operatorname{tg}\theta_{1P} = \frac{+5717{,}94743227}{-1257{,}92338101}$$

Pentru a se obține o valoare trigonometrică mică se va face împărțirea numitorului cu numărătorul, adică se va lua ctg θ_{1P}.

$$\operatorname{ctg}\ \theta_{1P} = \frac{-1257{,}92338101}{+5717{,}94743227} = -0{,}219996$$

Valoarea cotangentei fiind negativă este semn că ne găsim în cadranele II sau IV și se va căuta în tabele la tg și găsim:

$$\theta_{1P} = 113^g\ 78^c\ 58^{cc}$$

Acestei orientări i se va adăuga unghiul α_z apoi β și γ conform celor arătate la relația (2.61).

$$\theta_{2P} = \theta_{1P} + \alpha = 209^g\ 42^c\ 50^{cc}$$

$$\theta_{3P} = \theta_{1P} + \beta = 278^g\ 96^c\ 83^{cc}$$

$$\theta_{4P} = \theta_{1P} + \gamma = 396^g\ 94^c\ 85^{cc}$$

În continuare problema se tratează ca o intersecție înainte.

Se întocmește tabelul intersecției înainte, după indicațiile date, se aleg vizele de intersecție pentru a face unghiuri bune, se stabilesc liniile trigonometrice, se extrag valorile naturale și se calculează.

Se observă că intersecțiile din vizele ce au participat la calculul orientării direcției *1P* dau același rezultat (riguros identic pe x și diferit cu două unități pe y din cauza valorilor mari ale liniilor trigonometrice) lucru absolut logic deoarece determinarea din vizele *1-2-3* este la limită și prin

BCU IAȘI / CENTRUL DE ÎNVĂȚĂMÂNT LIBRARY

urmare are un caracter pur matematic, pe cînd introducere celei de a patra viză introduce elemente supranumerare în determinarea punctului P, ceea ce face să se manifeste erorile de măsurare a unghiurilor α, β și γ precum și erorile de poziție ale punctelor de sprijin.

Diferența de 6 cm pe x și 18 cm pe y este absolut tolerabilă și confirmă atît măsurarea unghiurilor cît și desfășurarea corectă a calculelor.

Tabelul 2.7 CALCULUL COORDONATELOR PRIN INTERSECȚII ÎNAINTE

	x	Valori naturale	y	0			Schița
				g	c	cc	
1	5025462,05	−4,545528	5419982,14	113	78	58	
P	5026,14	tg 0	21963,57				
2	7045,62	+0,149139	22264,75	209	42	50	
P	5026,14	tg 0	21963,55				
3	5773,48	+2,916025	24142,81	278	96	83	
P	5026,08	tg 0	21963,38				
4	2983,46	−0,047970	22061,36	396	94	85	

2.432. **Rezolvarea lui Collins.** Se consideră din nou punctul P de determinat din care s-a vizat la punctele cunoscute *1, 2, 3, 4* (fig. 2.121). Pentru început se prind în calcul punctele *1, 2, 3*. Prin *1, 3* și P se duce un cerc ce taie dreapta *P-2* într-un punct C numit punctul lui Collins. Unind punctele *1* cu *3* și *1* cu C se observă că $\sphericalangle 1PC = \sphericalangle 13C = \alpha$ ca avînd unghiuri înscrise în cerc și care subîntind același arc de cerc. De asemenea $\sphericalangle CP3 = \sphericalangle C13 = \beta$.

Din coordonatele punctelor cunoscute se calculează orientarea dreptei *1 — 3* cu relațiile (2.48). Funcție de orientarea dreptei *1—3* și unghiurile α și β se pot calcula orientările dreptelor *1—C* și *3—C*:

$$\theta_{1C} = \theta_{1-3} - \beta$$
$$\theta_{3C} = \theta_{3-1} + \alpha \qquad (2.71)$$

Prin intersectarea înainte a vizelor orientate *1-C* și *3-C* care trec prin punctele cunoscute *1* și *3* se determină coordonatele punctului C cu relațiile (2.55) și (2.56).

Din coordonatele punctelor *2* și C se calculează orientarea dreptei *2-C* cu relațiile (2.48) orientare egală cu orientarea dreptei *2—P*.

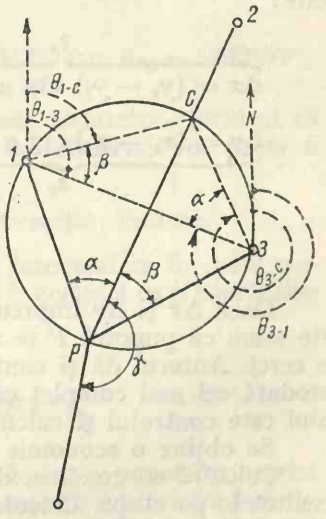


Fig. 2.121 — Intersecția înapoi cu punctul lui Collins

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

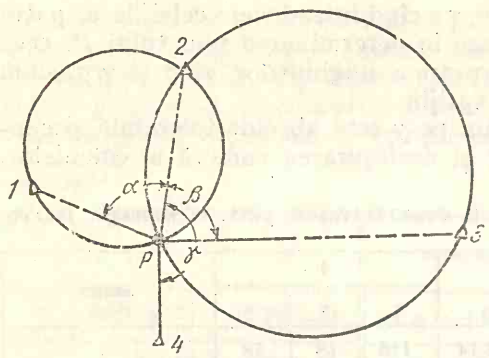


Fig. 2.122 — Dispozitivul Martinian cu aplicație numerică

Orientările celorlalte drepte $1-P$ și $3-P$ se obțin funcție de orientarea dreptei $2-P$ și unghiurile α și β, adică:

$$\theta_{1P} = \theta_{2P} - \alpha$$
$$\theta_{3P} = \theta_{2P} + \beta \qquad (2.72)$$

Coordonatele punctului P se obțin din intersecția înainte, două cîte două, a celor trei direcții $1P$, $2P$ și $3P$ ce trec prin punctele cunoscute 1, 2 și respectiv 3. Cele trei intersecții trebuie să dea riguros aceleași coordonate deoarece determinarea este la limită (funcție de minimum de elemente). Controlul se face folosind viza a patra.

Se observă că $\theta_{4P} = \theta_{2P} + \gamma$. Intersecînd direcția $4P$ cu direcția ce face unghi convenabil, de exemplu, $2P$ sau $3P$ trebuie să se obțină aceleași coordonate dar în limitele toleranțelor.

2.433. **Dispozitivul Martinian.** Cu ajutorul dispozitivului de calcul al profesorului ing. Octav Martinian se ajunge mai repede la rezultate. În cazul acesta unghiurile de calcul α și β sînt cele din figura 2.122. Relațiile cu ajutorul cărora se calculează punctul P sînt:

$$x_p = x_2 - r \cdot \Delta y$$
$$y_p = y_2 + r \cdot \Delta x \qquad (2.73)$$

unde:

$$\Delta x = \overbrace{(y_2 - y_1)\ \operatorname{ctg}\alpha - x_1 + x_2}^{\delta_x} - x_2 + x_3 + (y_2 - y_3)\operatorname{ctg}\beta$$
$$\Delta y = \underbrace{(x_1 - x_2)\operatorname{ctg}\alpha - y_1 + y_2}_{\delta_y} - y_2 + y_3 + (x_3 - x_2)\operatorname{ctg}\beta \qquad (2.74)$$

și

$$r = \frac{\Delta y\ \delta x + \Delta x\ \delta y}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \qquad (2.75)$$

Dacă Δx și Δy împreună au valori apropiate de zero, sau chiar zero este semn că punctul P se află în apropiere de cercul periculos (sau chiar pe cerc). Autorul dă și controlul pe trei vize, însă cel mai bun control și totodată cel mai complet care duce și la o determinare mai bună a punctului este controlul și calculul cu a patra viză.

Se obține o economie de calcul importantă.

Calculul se conduce după un formular în care se înscriu datele și rezultatele pe etape. Calculul începe cu relațiile (2.74) cînd se obțin valorile δx, Δx, δy și Δy. Imediat se calculează raportul r cu relația (2.75) și tocmai la urmă coordonatele punctului cu relațiile (2.73).

BCU IAȘI CENTRALA CARTE

Aplicație numerică la dispozitivul Martinian cu datele de mai sus de la intersecția înapoi. Prin urmare, coordonatele punctelor *1, 2, 3* și *4* sînt cele din tabelul 2.6, iar unghiurile:

$$\alpha = 95^g\ 63^c\ 92^{cc} \qquad \operatorname{ctg}\alpha = +\ 0{,}068607$$
$$\beta = 69^g\ 54^c\ 33^{cc} \qquad \operatorname{ctg}\beta = +\ 0{,}518595$$
$$\gamma = 187^g\ 52^c\ 35^{cc}$$

se obține:

$$\delta x = \quad 1740{,}17 \quad \delta y = 2173{,}97$$
$$\Delta x = -\ 505{,}92 \quad \Delta y = 3392{,}30$$
$$r = \frac{7003033{,}5934}{11763654{,}3364} = 0{,}595311$$
$$X_p = 5025026{,}146$$
$$Y_p = 5421963{,}570$$

Adică coordonatele care s-au obținut și cu procedeul lui Delambre din primele trei vize.

Controlul general se face cu cea de a patra viză care introdusă în calcul va da posibilitatea obținerii unei valori mai probabile. Dar pentru a se introduce cea de a patra viză este necesar să se cunoască orientarea uneia din drepte și unghiul pe care-l face dreapta respectivă cu viza a patra. Conform demonstrației:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\operatorname{ctg}\theta_{P2}.$$

În cazul exemplului dat se obține:

$$\frac{3392{,}30}{-505{,}92} = -\operatorname{ctg}\theta_{P2} \text{ sau } \frac{505{,}92}{3392{,}30} = \operatorname{tg}\theta_{P2} = 0{,}149138 \text{ sau } \theta_{P2} = 9^g42^c50^{cc},$$

adică tocmai orientarea ce se obține și prin metoda Delambre. Evident că adăugînd unghiul $\gamma = 187^g52^c35^{cc}$ se obține $\theta_{P1} = 196^g94^c85^{cc}$ ce poate fi utilizat cu viza:

$$\theta_{P3} = \theta_{P2} + \beta = 78^g96^c83^{cc} \text{ într-o intersecție înainte.}$$

În exemplu de față, orientările au rezultat întocmai ca în cazul metodei Delambre astfel că și rezultatele finale vor fi aceleași ca și concluziile în privința toleranțelor și a valorii medii.

2.44. INTERSECȚIA COMBINATĂ

Intersecția combinată este o metodă de îndesire a punctelor rețelei de sprijin combinată din cele două intersecții descrise: intersecția înainte și intersecția înapoi. Prin urmare punctele ce se determină prin intersecții combinate au o determinare mai bună deoarece utilizează atît măsurători

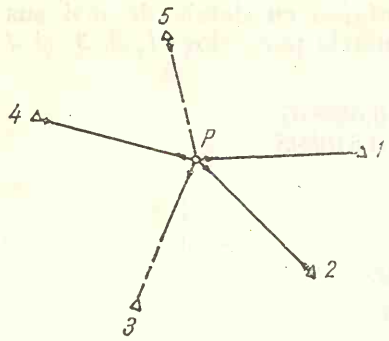


Fig. 2.123 — Intersecția combinată

din punctele vechi spre punctele de determinat, ca la intersecția înainte, cît și unghiurile măsurate în punctele de determinat, ca la intersecția înapoi.

În figura 2.123 se arată schița generală a unei intersecții combinate pentru determinarea punctului *P* din punctele cunoscute *1, 2, 3, 4* și *5*. Vizele sînt reciproce pe direcțiile *P1, P2* și *P4* și unilaterale pe direcțiile *P3* și *P5*. Cu cît este mai mare numărul vizelor, al direcțiilor ce leagă punctul nou *P* de punctele vechi, cu atît va fi mai bună determinarea. Desigur că sînt de preferat cît mai multe vize reciproce.

Calculul unui punct prin intersecție combinată se face în două etape: în prima se calculează orientările vizelor, iar în a doua se calculează coordonatele punctului nou prin intersectarea înainte a vizelor orientate.

Calculul orientărilor vizelor începe cu calculul orientărilor în punctele vechi conform celor arătate în figura 2.116, calculul automatizat al orientărilor utilizînd formularul de calcul arătat în tabelul 2.3. Dacă ne referim la figura 2.123, înseamnă că prin acest calcul se obțin orientările θ_{1P}, θ_{2P}, θ_{4P} și θ_{5P} orientări numite din afară (exterior) ce se notează θ^e_{1P}, θ^e_{2P}, θ^e_{4P} și θ^e_{5P}. În continuare urmează să se calculeze orientările direcțiilor funcție de vizele (unghiurile) măsurate în punctul *P* (adică din interior). Calculul este la fel cu precedentul (efectuat în punctele vechi) cu deosebirea că acolo se utilizau vizele din puncte și orientările direcțiilor vechi din coordonate, iar aici se utilizează vizele din punctul *P* și orientările din afară calculate în tabelul 2.3.

Orientările definitive pentru calculul coordonatelor punctului nou prin intersecții înainte se obțin din media celor două rînduri de orientări obținute, adică a orientărilor din afară și a orientărilor din interior.

Să considerăm cazul din figura 2.124 reluat după figura 2.123.

Sînt valabile constatările făcute în figura 2.116 și anume că orientarea oricărei direcții vizate este egală cu orientarea θ_0 a direcției originii la care se adaugă citirea (α) spre punctul respectiv

$$\theta^i_{P1} = \theta_0 + \alpha^i_1;$$

$$\theta^i_{P2} = \theta_0 + \alpha_2 \text{ etc.}$$

În cazul din figura 2.116 și aici, trebuia calculată mai întîi

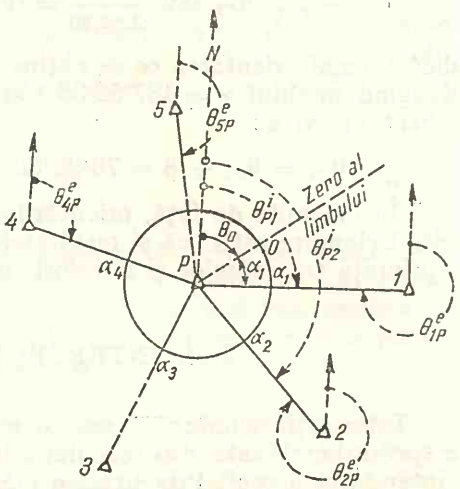


Fig. 2.124 — Orientarea vizelor din interior

orientarea direcției 0 a limbului. Pentru aceasta se folosesc orientările (vizelor reciproce) calculate din punctele vechi spre P și anume din *1*, *2* și *4*, cînd se obține:

$$\theta_0^1 = \theta_{P1} - \alpha_1;\ \theta_0^2 = \theta_{P2} - \alpha_2 \text{ și } \theta_0^4 = \theta_{P4} - \alpha_4$$

Dacă valorile astfel obținute sînt cuprinse în toleranță se face media lor:

$$\theta_0^m = \frac{\theta_0^1 + \theta_0^2 + \theta_0^4}{3}.$$

Cu acestea se calculează orientările din P (din interior) $\theta_{P1}^i = \theta_0^m + \alpha_1$;

$$\theta_{P2}^i = \theta_0^m + \alpha_2;\quad \theta_{P3}^i = \theta_0^m + \alpha_3;\quad \theta_{P4}^i = \theta_0^m + \alpha_4,$$

Se observă că s-a obținut și orientarea θ_{P3} care nu era orientată dinafară.

Pentru a se obține orientările definitive urmează să se facă doar media dintre orientările calculate din interior cu cele calculate din exterior. De exemplu θ_{P1} (mediu) $= \frac{\theta_{1P}^e \pm 200^g + \theta_{P1}^i}{2} = \frac{\theta_{P1}^e + \theta_{P1}^i}{2}$. Se constată că media se va putea face doar pe direcțiile *P1*, *P2* și *P4*, adică pe direcțiile cu vize reciproce. Celelalte direcții *P3* și *P5* au doar orientare unilaterală: din interior prima și din exterior a doua.

La alegerea orientărilor pentru intersecțiile înainte se vor prefera orientările cu vize reciproce dacă fac unghiuri bune și distanțele sînt scurte. În caz contrar se vor lua și direcții cu orientare unilaterală. De aceea, cel puțin în cazul punctelor ce trebuie să aibă o determinare mai precisă, se cere să existe cît mai multe vize reciproce. În cazul analizat au fost trei vize reciproce, dar s-ar putea să fie și numai două, iar la limită una singură (fig. 2.125). Prin urmare și aici ca în orice determinare la limită nu va fi control (la orientări) și nici posibilitatea obținerii unei valori mai probabile prin facerea mediei. În cazul figurii 2.125 orientarea direcției 0 adică θ_0 se obține numai după direcția *P1* și cu ajutorul orientării θ_0 se vor orienta vizele din interior *P1*, *P3* și *P5*.

Aplicație numerică privitoare la calculul orientărilor din interior și calculul orientărilor medii definitive. Să considerăm cazul din figura 2.123. Vizele sînt trecute în tabelul 2.8 coloana *3*. În coloana *5* (dinafară) se introduc orientările calculate în punctele de sprijin (în tabelul 2.8).

Orientările din cele trei puncte (dinafară) introduse în acest tabel după ce s-au inversat cu 200^g sînt: $\theta_{P1}^e = 52^g68^c74^{cc}$; $\theta_{P2}^e = 105^g79^c56^{cc}$ și $\theta_{P3}^e = 248^g41^c51^{cc}$.

Prin scăderea din acestea a vizelor corespunzătoare se obțin unghiurile de orien-

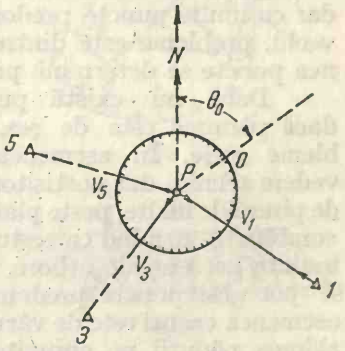


Fig. 2.125 — Intersecția combinată la limită

tare din coloana *4*. Fiind apropiate ca mărime se face media lor şi se obţine $\theta_0 = 14^g26^c07^{cc}$. Cu această valoare şi vizele din coloana *3* se obţin prin adunare, tocmai orientările din interior. Aceste valori sînt înscrise în coloana *5* cu specificaţia ,,din interior", la secunde.

Tabelul 2.8 CALCULUL ORIENTĂRILOR PENTRU INTERSECŢII COMBINATE

Staţia	Viza	Vize compensate în staţie V(α)			Unghiuri de orientare θ_0			Orientări θ				Orientări definitive			Schiţa
										din interior	din afară				
1	2	3			4 = 5 − 3			5 = θ_0^m + 3				6			
		g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	cc	g	c	cc	
	1	38	42	76	14	25	98	52	68	83	74	52	68	79	
	2	91	53	48	14	26	08	105	79	55	56	105	79	55	
	3	143	67	42				157	93	49		157	93	49	
P	4	234	15	34	14	26	17	248	41	41	51	248	41	46	
	5	—	—	—	—	—	—	379	35		92	379	35	92	
				θ_0^m	14	26	07								

Orientările definitive pentru calculul punctului *P* prin intersectarea vizelor orientate se obţin din media orientărilor ,,din interior" cu cele ,,din-afară" (coloana *5*). Acolo unde există o singură orientare, fie din interior fie din exterior, se va lua aceea. Astfel se obţin orientările din coloana *6* definitive, care se grupează după unghiuri favorabile şi distanţe apropiate, se introduc în tabelul de intersecţii înainte (2.4) şi se calculează.

2.45. INTERSECŢII FORESTIERE ŞI LA LIMITĂ

2.450. **Intersecţii forestiere.** Îndesirea reţelei de sprijin în terenurile acoperite (cu păduri) poate fi de la caz la caz uşoară, grea sau foarte grea.

În terenurile foarte accidentate, sau chiar numai uşor accidentate, dar cu multe puncte predominante staţionabile, cu vizibilităţi spre puncte vechi, problema este dintre cele mai simple şi totodată frumoasă. Asemenea puncte se determină prin intersecţii combinate.

Dacă nu există puncte predominante sau cu vizibilităţi, sau dacă pădurea este de şes, îndesirea reţelei de sprijin poate pune probleme grele. În asemenea cazuri, o soluţie foarte bună din punct de vedere tehnic, dar costisitoare, este aceea a construirii unui anumit număr de piramide înalte, peste plafonul pădurii, care să se determine prin intersecţii combinate, urmînd ca restul punctelor necesare să se obţină prin intersecţii înainte pe semnale arbore. Adeseori, în terenurile cu oarecare accidentaţie, se pot găsi puncte predominante acoperite, în pădure mică sau rară. În asemenea cazuri este de văzut dacă nu se pot crea culoare de observaţie prin tăierea pădurii pe anumite direcţii, fireşte, pe direcţiile punctelor vechi.

Intersecţiile forestiere tipice sînt intersecţiile înainte pe semnale în arbore. Fiecare semnal va fi astfel plantat încît să fie perfect determina-

BCU "CAROL I" BUCUREŞTI LIBRARY

bil, adică să poată fi vizat din patru direcţii (puncte) cunoscute care se intersectează sub unghiuri favorabile. Dacă situaţia nu o permite în condiţii economice şi adeseori se întîmplă acest lucru, un număr oarecare de puncte de intersecţie poate fi determinat chiar şi numai din trei vize.

În figurile 2.126, 2.127 şi 2.128 se exemplifică cîteva cazuri de intersecţii înainte pe semnale în arbore. În cazul din figura 2.126 punctele de intersecţie se determină din punctele reţelei de sprijin vechi sau îndesite de pe versantul opus de unde există vizibilitate.

Pentru a se asigura lucrării un randament maxim, este necesar ca întreaga reţea de îndesire să fie plantată la început (dintr-o dată), astfel încît plantarea să fie făcută în întregime în momentul cînd încep observaţiile. În felul acesta se asigură lucrării o unitate deplină, există posibilitatea obţinerii tuturor vizelor necesare unor bune determinări şi totodată se evită determinările unilaterale prin intersecţii înapoi. Observarea semnalelor în arbore pe timp de vînt este absolut interzisă.

Intersecţiile înapoi să rămînă ca o rezervă tehnică pentru determinarea de noi puncte de îndesire, în procesul desfăşurării drumuirilor, sau chiar a ridicării detaliilor, dacă situaţia o cere şi dacă fireşte există posibilitatea. Este cazul determinării unor puncte pentru a se închide unele drumuiri ce altfel ar deveni prea lungi, sau a redeterminării unui punct vechi ce a dispărut între timp, sau a determinării unui punct într-un loc unde iniţial ar fi fost necesar să fie determinat un punct nou, dar condiţiile din teren erau defavorabile, iar între timp au devenit favorabile (s-a tăiat o parte din pădure, a survenit o răritură puternică etc.).

2.451. **Intersecţii la limită.** Se numesc intersecţii la limită acele intersecţii care se efectuează funcţie de cel mai mic număr de vize posibile.

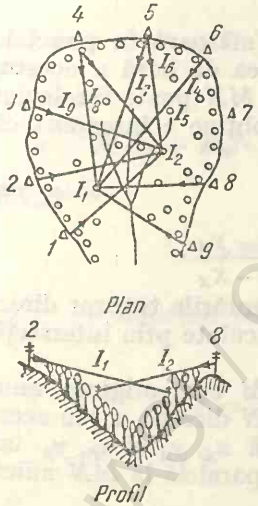


Fig. 2.126 — Intersecţii forestiere înainte în terenuri accidentate

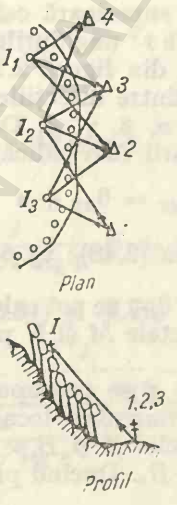


Fig. 2.127 — Intersecţii forestiere înainte în terenuri foarte accidentate

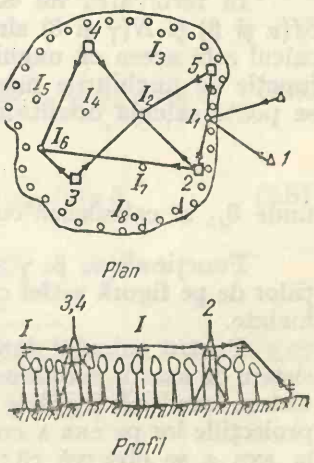


Fig. 2.128 — Intersecţii forestiere în regiuni de şes

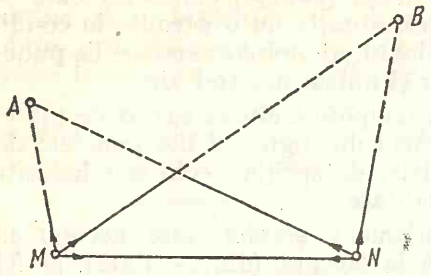


Fig. 2.129 — Problema Hansen

Din categoria intersecţiilor prezentate, o intersecţie la limită ar fi intersecţia din două vize în cazul intersecţiei înainte, intersecţia din trei vize în cazul intersecţiei înapoi şi intersecţia cu o singură viză reciprocă şi un singur unghi măsurat în punctul de determinat în cazul intersecţiei combinate.

În asemenea situaţii determinarea se face fără control. Controalele ce se fac totuşi sînt controale parţiale ce se referă doar la calcule nu şi la operaţiile de ansamblu ce includ şi măsurarea unghiurilor.

Dacă se mai adaugă faptul că punctele astfel determinate nu sînt propriu-zis puncte de îndesire ci puncte determinate unilateral şi faptul că planează o oarecare incertitudine asupra valabilităţii lor, se recomandă ca asemenea intersecţii să fie folosite (dacă cumva instrucţiunile o permit) cu maxim de prudenţă şi numai în caz de forţă majoră.

Cazuri de intersecţie la limită ar fi şi intersecţiile înapoi cu puncte duble cunoscute sub denumirea de problema H a n s e n şi problema M a r e k.

2.452. **Problema Hansen.** Dacă în zona de lucru reţeaua de sprijin este reprezentată numai de două puncte A şi B, fie nestaţionabile (turnuri), fie fără vizibilitate între ele, se pot obţine noi puncte prin intersecţie înapoi dacă se staţionează cu teodolitul în două puncte M şi N în aşa fel alese încît să existe vizibilitate între ele dar şi la punctele A şi B (fig. 2.129). În literatură se cunosc mai multe soluţii ale problemei dintre care una a lui H a n s e n apoi a lui O. M a r t i n i a n. Aici se va da rezolvarea lui K a d n e r O t o k a r care ne pare superioară celorlalte.

În rezolvarea lui K a d n e r unghiurile ce se măsoară în punctele $M(\alpha$ şi $\beta)$ şi $N(\gamma$ şi $\delta)$ sînt cele din figura 2.130. Ideea de bază a acestui calcul este aceea că unghiul ε dintre direcţiile AB şi MN poate fi calculat funcţie de unghiurile măsurate α, β, γ, δ. Dacă se obţine ε înseamnă că se poate calcula orientarea laturii MN adică:

$$\theta_{MN} = \theta_{AB} + \varepsilon \tag{2.76}$$

unde θ_{AB} se calculează cu relaţia (2.48): $\operatorname{tg} \theta_{AB} = \dfrac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$.

Funcţie de α, β, γ şi δ şi θ_{MN} se pot calcula orientările tuturor direcţiilor de pe figură astfel că punctele M şi N pot fi calculate prin intersecţii înainte.

Pentru calculul unghiului ε se presupune că M este originea unui sistem de axe de coordonate rectangulare locale cu MN direcţia x. În acest sistem local coordonatele punctelor A şi B se notează x_A, y_A şi x_B, y_B iar proiecţiile lor pe axa x cu A_0 şi B_0. Ducînd prin A o paralelă la MN adică la axa x se observă că:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \tag{2.77}$$

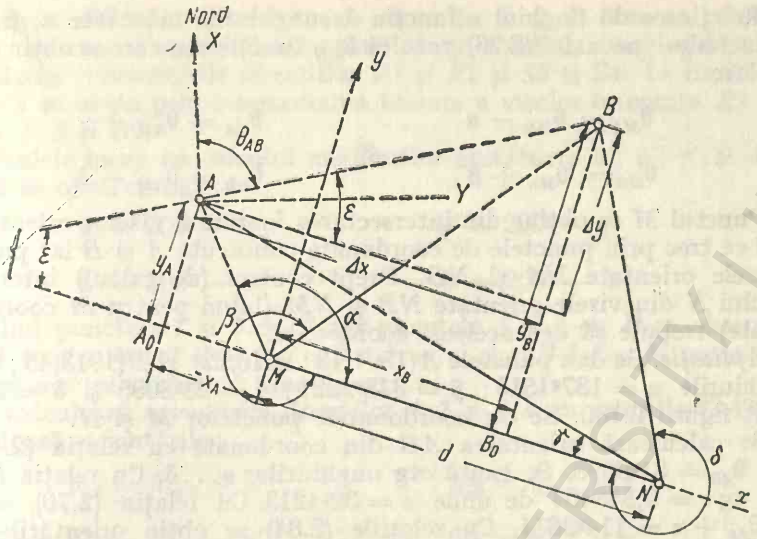


Fig. 2.130 — Problema Hansen, rezolvarea Kadner Otokar

Urmărind să se exprime valorile din relația (2.77) se notează $MN=d$ și se scrie:

$$d = A_0N - A_0M = y_A \cdot \operatorname{ctg}\gamma - (-y_A \cdot \operatorname{ctg}\alpha) = y_A \cdot \operatorname{ctg}\gamma - (-x_A) \qquad (2.78)$$

de unde:

$$y_A = \frac{d}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\gamma} \quad \text{și} \quad x_A = d - y_A \operatorname{ctg}\gamma \qquad (2.79)$$

totodată

$$d = MB_0 + B_0N = -y_B \cdot \operatorname{ctg}\beta - y_B \cdot \operatorname{ctg}\delta = x_B - y_B \cdot \operatorname{ctg}\delta \qquad (2.80)$$

de unde:

$$y_B = -\frac{d}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\delta} \quad \text{și} \quad x_B = d + y_B \cdot \operatorname{ctg}\delta \qquad (2.81)$$

Introducînd relațiile (2.81) și (2.79) în (2.77) se obține:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{-\dfrac{d}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\delta} - \dfrac{d}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\gamma}}{d - \dfrac{d}{\operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\delta} \cdot \operatorname{ctg}\delta - d + \dfrac{d}{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\gamma} \cdot \operatorname{ctg}\gamma} \qquad (2.82)$$

și

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta + \operatorname{ctg}\gamma + \operatorname{ctg}\delta}{\operatorname{ctg}\alpha \operatorname{ctg}\delta - \operatorname{ctg}\beta \operatorname{ctg}\gamma} \qquad (2.83)$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Relaţie ce dă unghiul ε funcţie de unghiurile măsurate α, β, γ şi δ. Introducîndu-l pe ε în (2.76) rezultă θ_{MN} funcţie de care se obţin celelalte orientări:

$$\theta_{MA} = \theta_{MN} - \alpha \qquad \theta_{NA} = \theta_{NM} + \gamma$$
$$\text{şi} \tag{2.84}$$
$$\theta_{MB} = \theta_{MN} + \beta \qquad \theta_{NB} = \theta_{NM} - \delta$$

Punctul M se obţine din intersectarea înainte a vizelor orientate MA şi MB ce trec prin punctele de coordonate cunoscute A şi B iar punctul N din vizele orientate NA şi NB. Drept control (de calcul) intersectarea punctului N din vizele orientate NB şi NM (luînd pentru M coordonatele calculate) trebuie să dea aceleaşi coordonate.

Aplicaţie. Se dau punctele $A(1501{,}13\,;\,2010{,}22)$ şi $B(1913{,}45\,;\,3424{,}44)$ şi unghiurile $\alpha = 137^g1515$; $\beta = 348^g2221$; $\gamma = 23^g8085$ şi $\delta = 281^g7543$ potrivit figurii 2.130. Se cer coordonatele punctelor M şi N.

Se calculează orientarea AB din coordonate cu relaţia (2.48) şi se obţine $\theta_{AB} = 81^g9398$. Se caută ctg unghiurilor $\alpha \ldots \delta$. Cu relaţia (2.83) se obţine $\operatorname{tg}\varepsilon = 0{,}558404$ de unde $\varepsilon = 32^g4213$. Cu relaţia (2.76) se obţine $\theta_{MN} = \theta_{AB} + \varepsilon = 114^g3611$. Cu relaţiile (2.84) se obţin orientările $\theta_{MA} = 377^g2096$; $\theta_{MB} = 62^g5832$; $\theta_{NA} = 338^g1696$; $\theta_{NB} = 32^g6068$.

Cu relaţiile (2.55) şi (2.56), utilizînd tabele de calcul de genul tabelelor 2.4 şi 2.5 se obţin coordonatele punctelor $M(1076{,}91\,;\,2168{,}92)$ şi N $(917{,}31\,;\,2864{,}38)$ la intersecţia direcţiilor MA cu MB şi respectiv NA cu NB. Pentru verificarea calculului se intersectează direcţiile MN cu BN. Se obţin exact aceleaşi coordonate N.

Notă. O rezolvare remarcabilă a problemei lui H a n s e n este şi aceea prin transcalculare (vezi § 5.311).

2.453. **Problema Marek.** Punctele cunoscute sînt pe de o parte *1* şi *2* iar pe de alta *3* şi *4* iar punctele de determinat R şi S din care există vizibilităţile de pe figura 2.131, adică din R la *1*, *2* şi S iar din S la *3*, *4* şi R. Se măsoară aşadar unghiurile α, β, γ şi δ. Ideea de calcul este următoarea. Se consideră duse cercurile prin punctele *1*, *2*, R pe de o parte şi *3*, *4*, S pe de alta, întocmai ca la rezolvarea lui Collins § 2.432. Se prelun-

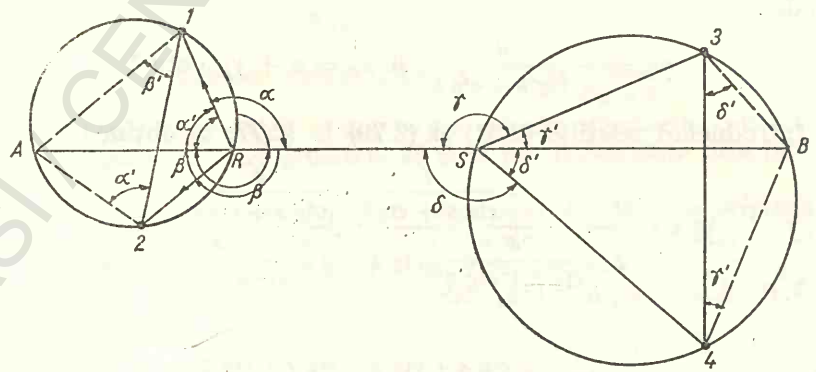


Fig. 2.131 — Problema Marek

geşte dreapta RS pînă intersectează cercurile A şi B care se calculează ca puncte pe cerc. Cunoscînd orientarea dreptei RS ca fiind egală cu AB se pot calcula şi orientările direcţiilor $R1$ şi $R2$ şi $S3$ şi $S4$. În final, punctele R şi S se obţin prin intersectarea înainte a vizelor orientate $R1$ şi $R2$ respectiv $S\ 3$ şi $S4$.

Calculele încep cu calculul unghiurilor ajutătoare α', β', γ' şi δ'. De pe figură se observă că:

$$\alpha' = 200^g - \alpha; \qquad \gamma' = 200^g - \gamma$$
$$\beta' = 200^g - \beta; \qquad \delta' = 200^g - \delta \tag{2.85}$$

Unind punctele *1* şi *2* cu A iar punctele *3* şi *4* cu B se observă că $\sphericalangle A\ 2\ 1 = \alpha'$; $\sphericalangle A\ 1\ 2 = \beta'$; $\sphericalangle B\ 4\ 3 = \gamma'$ şi $\sphericalangle B\ 3\ 4 = \delta'$ ca unghiuri înscrise în cerc ce subîntind arce de cerc.

Se calculează orientările dreptelor *1 2* şi *3 4* cu relaţiile (2.48) apoi se calculează orientările:

$$\theta_{1A} = \theta_{1-2} + \beta' \qquad \theta_{3B} = \theta_{3-4} - \delta'$$
$$\theta_{2A} = \theta_{2-1} - \alpha' \qquad \theta_{4B} = \theta_{4-3} + \gamma' \tag{2.86}$$

Se calculează coordonatele A prin intersectarea înainte a direcţiilor orientate *1 A* şi *2 A* ce trec prin punctele de coordonate cunoscute *1* şi *2* şi a coordonatelor punctului B prin intersectarea înainte a direcţiilor orientate *3 B* şi *4 B*.

Se calculează orientarea dreptei AB din coordonate cu relaţia (2.48). Funcţie de orientarea dreptei RS egală cu a dreptei AB, se calculează orientările dreptelor *R 1*, *R 2*, *S 3* şi *S 4*.

$$\theta_{R1} = \theta_{RS} - \alpha \qquad \theta_{S3} = \theta_{SR} + \gamma$$
$$\theta_{R2} = \theta_{RS} + \beta \qquad \theta_{S4} = \theta_{SR} - \delta \tag{2.87}$$

La intersecţia dreptelor orientate *R 1* şi *R 2* ce trec prin punctele de coordonate cunoscute *1* şi respectiv *2*, rezultă coordonatele lui R. La fel se obţin coordonatele punctului S din intersectarea dreptelor orientate *S 3* cu *S 4*.

Drept control (de calcul), punctele A, R, S şi B trebuie să fie coliniare, respectiv suprafaţa închisă de ele să fie nulă.

Notă. Există şi variante ale problemei Marek ca şi variante ale problemei Hansen de altfel.

2.454. **Observaţii asupra intersecţiilor.** Sub raportul preciziei sînt preferate intersecţiile combinate cu cît mai multe vize reciproce şi din cît mai multe direcţii. De aceea, primele puncte de îndesire (de frîngere) ca şi în general, toate punctele foarte importante, a căror poziţie trebuie determinată cu mare precizie şi pot fi staţionate, se vor determina ca intersecţii combinate.

Intersecţiile înainte şi înapoi desfăşurate în condiţii clasice (cu vize suficiente pentru control şi pentru a se face medii) sînt metode curente pentru determinarea de noi puncte de îndesire, fiecare în condiţii specifice.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

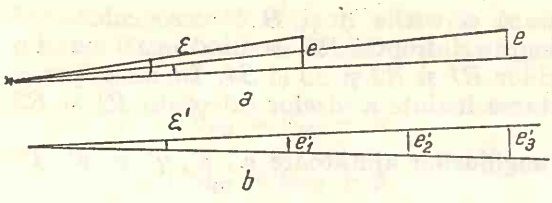


Fig. 2.132 — Lungimea vizelor
a — de orientare; *b* — de determinare

Astfel, prin intersecţii înainte se determină punctele nestaţionabile ca turnuri, semnale arbore etc., iar prin intersecţii înapoi se determină punctele importante după ce s-a determinat reţeaua de îndesire.

Intersecţiile la limită, în toate variantele lor, trebuie să reprezinte, în mod normal, doar metode de rezervă la care se va apela cu toată prudenţa şi numai în cazuri extreme.

Vizele de orientare vor fi cît mai lungi, pe cînd, vizele de determinare vor fi cît mai scurte. Vizele de orientare trebuie să fie lungi pentru că unei erori liniare de vizare e îi va corespunde o eroare unghiulară ε cu atît mai mică cu cît viza este mai lungă (fig. 2.132, *a*). Vizele de determinare trebuie să fie scurte deoarece unei erori de orientare ε' îi va corespunde o eroare liniară e' (de coordonate) cu atît mai mică cu cît viza este mai scurtă (fig. 2.132, *b*).

În privinţa unghiului pe care-l fac vizele de determinare, este evident că intersecţia este cu atît mai precisă (eroarea liniară e ca reflectare a erorii unghiulare ε cu atît mai mică) cu cît unghiul α pe care-l fac vizele este mai apropiat de unghiul drept (fig. 2.133, *a*). Invers, cu cît unghiul α diferă mai mult de unghiul drept, erorii unghiulare ε îi corespunde, la aceeaşi distanţă, o eroare liniară (de poziţie) mai mare (fig. 2.133, *b*).

Metoda intersecţiei poate servi şi la ridicarea detaliilor (vezi § 2.48).

2.46. DRUMUIREA

2.460. **Generalităţi.** Pe cîtă vreme prin intersecţii se realizează o primă îndesire a reţelei de sprijin, îndesire ce trebuie să ducă la o reţea de o densitate pe cît posibil omogenă, prin drumuiri se continuă determinarea de noi puncte de sprijin, însă nu în general ci, pe trasee în apropierea detaliilor de ridicat, pentru a servi direct metodelor propriu-zise de ridicare a detaliilor.

Drumuirile, cunoscute şi sub denumirea de poligonaţii, pot servi şi la determinarea unor reţele de sprijin independente (vezi § 2.52), ca şi la ridicarea efectivă a poziţiei unor puncte de detaliu.

2.461. **Aspecte generale şi condiţii.** O drumurire se sprijină pe două puncte ale reţelei îndesite, prin urmare inclusiv pe punctele de intersecţie. Metoda drumuirii constă în măsurarea pe teren a unghiurilor pe care le fac între ele aliniamentele ce constituie drumuirea, pre-

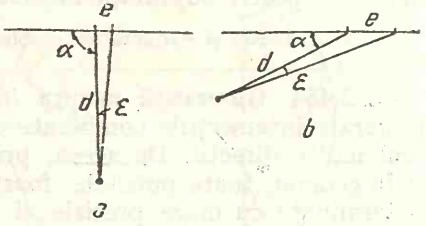


Fig. 2.133 — Eroare de poziţie funcţie de unghiul pe care-l fac vizele
a — unghi apropiat de unghiul drept, eroarea e mică; *b* — unghi depărtat de unghiul drept, eroare e mare

cum şi lungimile acestor aliniamente, adică laturile drumuirii. Prin urmare, metoda implică atît măsurători liniare cît şi măsurători unghiulare. În figura 2.134 se arată o drumuire desfăşurată între două puncte ale reţelei de sprijin şi mărimile măsurate. Unghiurile drumuirii α_1, α_2, α_3 şi α_4 definesc poziţiile laturilor drumuirii, unele faţă de altele, din aproape în aproape, pe cînd unghiurile α şi β precizează poziţiile laturilor de plecare şi închidere faţă de punctele reţelei de sprijin, adică faţă de direcţiile de referinţă. Este evident că poziţiile punctelor de drumuire sînt definite dacă se măsoară toate unghiurile α, α_1, α_2, α_3, α_4 şi β, precum şi distanţele *A—1, 1—2, 2—3, 3—4* şi *4—B*.

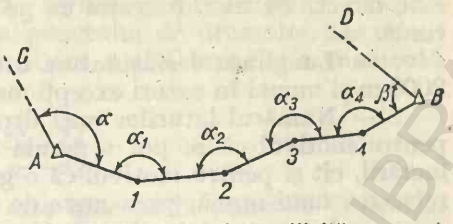


Fig. 2.134 — Drumuire sprijinită pe puncte ale reţelei de sprijin

Primele drumuiri, adică cele ce se desfăşoară între punctele reţelei de sprijin (inclusiv îndesire) se numesc drumuiri primare. Drumuirile ce se sprijină cel puţin la un capăt, pe puncte de drumuiri primare se numesc secundare. Există şi drumuiri terţiare. Precizia drumuirilor scade cu ordinul lor. De aceea, se recomandă să se lucreze în mod obişnuit cu drumuiri primare, eventual secundare şi numai în mod excepţional terţiare. În figura 2.135 se exemplifică desfăşurarea drumuirilor de diferite ordine.

Marcarea punctelor de drumuire se face cu ţăruşi eventual cu ţeavă (în intravilan) sau cu borne, după importanţa lor şi după caracterul de permanenţă pe care trebuie să-l aibă. Astfel, punctele de la încrucişări, punctele ce delimitează hotare etc., se marchează prin borne.

Condiţiile pe care trebuie să le îndeplinească o drumuire clasică. În punctele reţelei de sprijin să existe vizibilităţi spre alte puncte ale reţelei de sprijin pentru a se putea măsura unghiurile α şi β (fig. 2.134) şi astfel să se poată orienta laturile drumuirii.

— Punctele alăturate *1, 2, 3* etc., să fie în aşa fel alese încît între ele să existe o perfectă vizibilitate şi totodată distanţele să poată fi măsu-

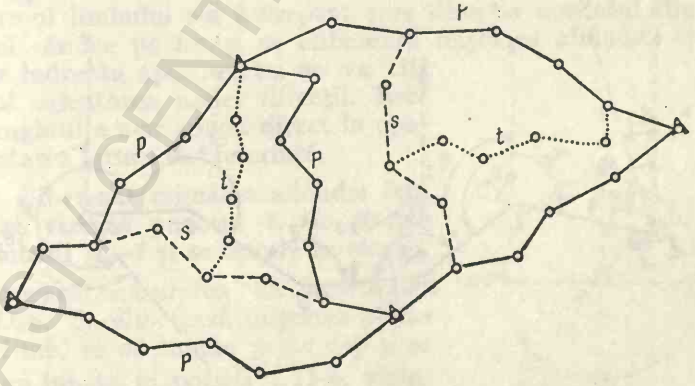


Fig. 2.135 — Drumuiri de diferite ordine în cadrul unei reţele de sprijin:
p — primare; *s* — secundare; *t* — terţiare

BCU IAŞI CENTRU DE LIBRARY

rate direct. De aici obligaţia ca pe acelaşi aliniament panta să fie continuă.

— Lungimea desfăşurată a drumuirii primare să nu fie mai mare de 2000 m şi numai în cazuri excepţionale 3000 m.

— Numărul laturilor unei drumuiri să nu fie mai mare de 30, atît pentru motivul că se pot acumula erori sau se poate reduce din precizia lucrării, cît şi pentru motivul că o greşală comisă este greu de găsit şi cere refacerea unui număr prea mare de lucrări.

— Lungimea laturilor efective de drumuire să nu fie mai mică de 50 m în teren şes sau 30 m în terenuri accidentate. Dacă totuşi terenul este de aşa natură încît obligă formarea de laturi mai scurte de 30 m, se vor lua toate precauţiile de centrare a instrumentului în staţie, de vizare şi citire a unghiurilor. În astfel de împrejurări jalonul va fi înlocuit cu o fişă care va fi ţinută pe punctul matematic al ţăruşului (cui), pentru a se viza corect. Lungimea laturilor drumuirii este bine să nu depăşească 200 m, maximum 300 m, chiar atunci cînd se pare că terenul ar favoriza lungimi mai mari. Dacă totuşi se aleg laturi de drumuire mai mari de circa 250 m se recomandă să se jaloneze aliniamentul şi să se segmenteze pentru a se lua panta în 2—3 puncte.

2.462. **Efectuarea măsurătorilor. Măsurarea unghiurilor drumuirii** se face cu teodolite a căror gradaţie şi sistem de citire să permită citirea directă a cel puţin 1^c (minut centesimal) respectiv 30″ sexa.

Măsurarea unghiurilor drumuirii se face cu scopul de a se ajunge la orientările laturilor drumuirilor. Important este să se cunoască orientarea primei laturi, deoarece în funcţie de aceasta şi de unghiurile care se măsoară se pot calcula orientările tuturor laturilor.

În cazul din figura 2.136 drumuirea se desfăşoară între punctele vechi A şi B. Dacă se staţionează în A şi se măsoară unghiul α pe care-l face prima latură de drumuire $A—1$ cu direcţia cunoscută AC, determinată de punctele vechi A şi C, se poate calcula orientarea laturii $A—1$. Într-a-

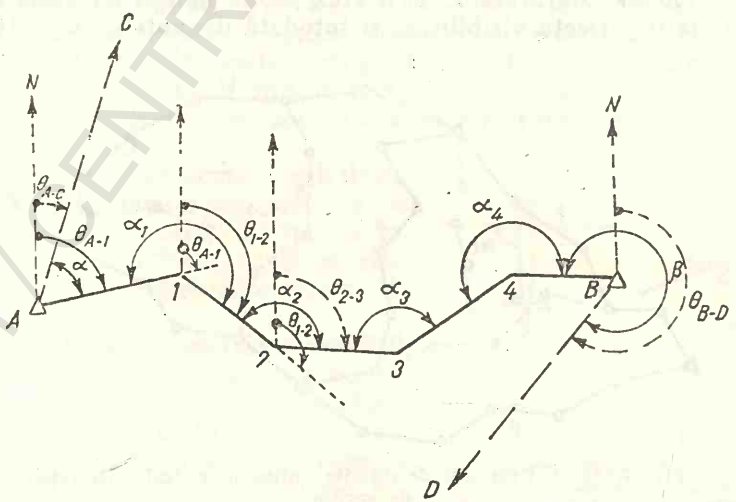


Fig. 2.136 — Drumuire primară

devăr $\theta_{A-1} = \theta_{A-C} + \alpha$ unde α, se obţine totdeauna prin vizarea mai întîi a punctului vechi şi abia după aceea a punctului de drumuire, iar orientarea θ_{AC} se obţine din coordonatele punctelor A şi C cu relaţia cunoscută (2.48):

$$\operatorname{tg} \theta_{A-C} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

Pentru o mai deplină siguranţă, este bine ca în punctele de sprijin să se vizeze spre două puncte vechi.

Operatorul se va deplasa apoi în fiecare vîrf de drumuire *1*, *2*, *3* etc. şi va măsura unghiurile α_1, α_2, α_3... pe care le fac aliniamentele între ele, două cîte două. Se va viza mai întîi înapoi, adică spre punctul ce s-a staţionat precedent şi apoi spre punctul dinainte.

Măsurarea propriu-zisă a unghiurilor drumuirii se face cu luneta în ambele poziţii. Întrucît în fiecare punct se măsoară un singur unghi, nu mai este necesar să se facă închiderea pe tur de orizont, ci pe viza a doua se va da luneta peste cap şi se va reveni pe viza întîi în sensul invers mersului acelor ceasornicului.

În practică se aplică mai ales două metode de măsurare a unghiurilor şi anume, metoda unghiurilor şi metoda orientărilor.

Metoda unghiurilor este cea descrisă cînd prima viză se face fie cu zerourile în coincidenţă, fie cu o valoare întîmplătoare. Unghiurile pot fi măsurate cu orice goniometru care asigură precizia necesară.

Metoda orientărilor directe constă din măsurarea de-a dreptul a orientării fiecărui aliniament, din aproape în aproape, funcţie de orientarea laturii de referinţă din punctul de plecare. Metoda asigură controlul închiderii pe orientări (unghiuri), o dată cu ultima viză din punctul de închidere. Se poate aplica numai cu teodolite care au mişcare generală.

Se presupune drumuirea sprijinită pe punctele A şi B (fig. 2.136).

— Se staţionează în punctul A şi se introduce în teodolit orientarea laturii $A-C$, dedusă din coordonate. Se vizează punctul vechi C cu citirea θ_{A-C} în aparat, acţionîndu-se numai şuruburile mişcării generale. Prin aceasta, zero-ul limbului s-a îndreptat spre direcţia nordului (fig. 2.137). Dacă limbul rămîne pe loc şi se eliberează mişcarea alidadei, spre orice direcţie s-ar îndrepta apoi luneta, se va citi de-a dreptul orientarea acelei direcţii. Este ca şi cum unghiul α s-ar aduna direct în aparat, la orientarea laturii de referinţă.

— Se eliberează mişcarea alidadei faţă de limb şi se vizează punctul *1*. Se citeşte orientarea laturii $A-1$ şi se înscrie în carnet.

— Urmează măsurarea cu luneta în poziţia a II-a. Se eliberează mişcarea alidadei faţă de limb, se dă luneta peste cap şi se fac citirile cu luneta în poziţia a II-a, vizîndu-se mai întîi în direcţia *1*, apoi în direcţia de origine C, cînd se face şi controlul.

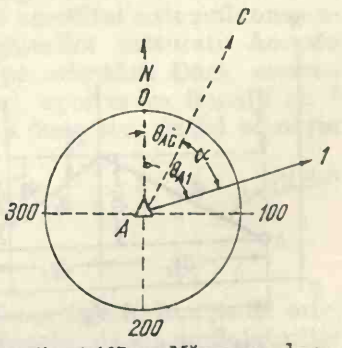


Fig. 2.137 — Măsurarea de-a dreptul a orientărilor laturilor

— Măsurătorile în punctul *A* se termină cu luneta în direcţia *A—1* cu orientarea *1—A* în aparat (deoarece luneta se găseşte în poziţia a II-a).

— Se mută aparatul în punctul *1*, limbul fiind fix faţă de alidadă. Pentru a se putea manevra aparatul (adică pentru a se putea cala şi viza) se eliberează mişcarea generală.

— Se vizează apoi spre punctul *A* (înapoi), cînd la limb se va citi exact orientarea laturii care a rămas în aparat, adică θ_{1-A}.

Toate măsurătorile care se vor face din punctul *1*, se execută cu limbul nemişcat, deoarece este orientat.

— Se eliberează alidada de limb şi se vizează punctul *2* spre care se va citi exact orientarea *1—2*. Urmează vizările cu luneta în poziţia cealaltă. Operaţiile în punctul *1* se termină cu viza spre punctul următor *2*. Operaţia se repetă în fiecare punct.

În punctul *B*, după ce s-a vizat punctul *4*, se deblochează alidada faţă de limb şi se vizează spre *D*. În aparat va trebui să se găsească orientarea laturii *B-D* în limitele toleranţelor de închidere pe orientări: în caz contrar, s-a strecurat o greşeală, care trebuie căutată, iar dacă nu se găseşte, se va repeta operaţia.

Toleranţa admisă pentru închiderea azimutală a drumurilor este dată de relaţia $T = e\sqrt{n}$ unde *e* se ia de obicei 1,5 iar *n* reprezintă numărul staţiilor drumuirii.

Se măsoară şi unghiurile verticale pentru reducerea distanţelor la orizont.

Măsurarea laturilor drumuirii se face direct pe teren cu o panglică de oţel. Tehnica măsurării este cea dată la § 2.210.

Pentru a se identifica greşelile ce eventual s-ar comite la măsurarea directă a laturilor este bine să se facă controlul prin măsurare indirectă (la stadie).

Într-un foarte mare număr de cazuri, laturile drumuirii se măsoară numai indirect. Acesta este în general cazul ridicărilor în terenuri accidentate şi acela al ridicărilor a căror precizie este asigurată astfel. Ridicările cu măsurarea indirectă a laturilor vor fi tratate la capitolul 4.0.

2.463. **Calculul drumuirii.** Operaţiile de calcul ţintesc coordonatele punctelor de drumuire în cadrul reţelei de sprijin.

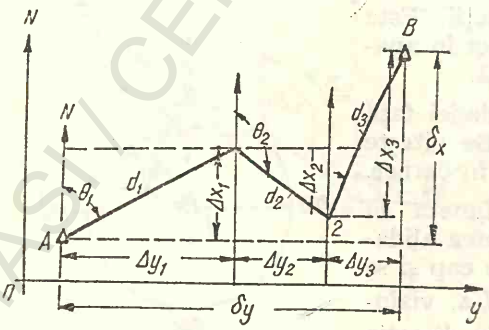


Fig. 2.138 — Calculul coordonatelor punctelor de drumuire

Calculul începe cu reducerea distanţelor la orizont şi cu facerea mediilor unghiurilor (orientărilor) măsurate.

Reducerea la orizont a distanţelor măsurate cu panglica se face, cu relaţia (2.15): $d_0 = d \cos\varphi$ unde *d* este distanţa măsurată iar φ unghiul de pantă. Dacă unele distanţe s-au măsurat indirect, distanţa redusă măsurată la stadia verticală, se obţine cu relaţia $d_0 = K.H \cos^2\varphi$, unde *K* este constanta stadimetrică, iar *H* numărul generator.

BCU IAŞI / CENTRUL DE CERCETARE LIBRARY

Calculul propriu-zis al drumuirilor se desfăşoară în două etape şi anume:

— calculul şi compensarea orientărilor laturilor drumuirii şi
— calculul şi compensarea coordonatelor drumuirii.

Calculul şi compensarea orientărilor. Pentru a se putea calcula coordonatele punctelor de drumuire este necesar să se cunoască nu numai lungimile laturilor, ci şi orientarea lor. Orientarea laturilor drumuirii se face în funcţie de unghiurile măsurate. După figura 2.136 se observă că orientarea primei laturi a drumuirii se obţine în funcţie de orientarea direcţiei de referinţă AC şi unghiul α; adică $\theta_{A-1}=\theta_{A-C}+\alpha$. După cum se ştie, orientarea direcţiei de referinţă AC se obţine din coordonatele punctelor A şi C cu relaţia (2.48), iar unghiul α s-a măsurat la teren. În funcţie de latura orientată $A\ 1$ şi unghiul α_1, se obţine apoi orientarea laturii următoare: $\theta_{1-2}=\theta_{A-1}\pm 200^g+\alpha_1$ şi aşa mai departe. Prin urmare se poate scrie:

$$\begin{aligned}
\theta_{A-1} &= \theta_{A-C} + \alpha \\
\theta_{1-2} &= \theta_{A-1} \pm 200^g + \alpha_1 \\
\theta_{2-3} &= \theta_{1-2} \pm 200^g + \alpha_2 \\
\theta_{3-4} &= \theta_{2-3} \pm 200^g + \alpha_3 \\
\theta_{4-B} &= \theta_{3-4} \pm 200^g + \alpha_4 \\
\theta_{B-D} &= \theta_{4-B} \pm 200^g + \beta
\end{aligned} \qquad (2.88)$$

Aşadar, din aproape în aproape, se calculează orientările tuturor laturilor şi se ajunge să se calculeze astfel şi orientarea unei direcţii cunoscute, a direcţiei de referinţă BD. Prin urmare direcţia de referinţă, de închidere, BD serveşte drept control.

Faţă de orientarea direcţiei de referinţă BD calculată din coordonate θ^c_{B-D} cea obţinută din drumuire θ^d_{B-D}, trebuie să se potrivească în anumite limite. Toleranţele admise la închiderea azimutală a drumuirilor sînt date de instrucţiuni. Dacă eroarea de închidere $e=\theta^d_{B-D}-\theta^c_{B-D}\leqslant T$, eroarea este admisibilă şi urmează a se corecta. Operaţia de corectare, numită compensare, este necesară pentru a se micşora nepotrivirea unghiulară dintre ultima latură a drumuirii şi latura (direcţia) de control, nepotrivire ce provine din însumarea erorilor de măsurare a unghiurilor drumuirii. Compensarea se poate face în multe feluri. La noi este acreditat sistemul compensării egale, adică al corectării egale a tuturor unghiurilor măsurate. Aceasta revine la aplicarea corecţiei în mod progresiv pe orientări. Dacă eroarea este e, se va împărţi la n (numărul unghiurilor), apoi se va înmulţi cu 1 şi se va corecta orientarea primei laturi, cu 2 a doua etc. Astfel se obţin

$$c_1 = -\frac{e}{n}\cdot 1;\quad c_2 = -\frac{e}{n}\cdot 2;\quad c_3 = -\frac{e}{n}\cdot 3 \qquad (2.89)$$

$$c_n = -\frac{e}{n}\quad n = -e.$$

Calculul coordonatelor punctelor de drumuire se face în funcţie de orietările compensate ale laturilor drumuirii şi în funcţie de lungimile laturilor reduse la orizont.

Mai întîi se calculează coordonatele relative cu relaţiile (1.6)

$$\Delta_x = d.\cos\theta \quad \text{şi} \quad \Delta_y = d.\sin\theta$$

Dacă ne referim la figura 2.138 se poate scrie în concret:

$$\Delta x_1 = d_1 \cos\theta_1; \qquad \Delta y_1 = d_1 \sin\theta_1$$
$$\Delta x_2 = d_2 \cos\theta_2; \qquad \Delta y_2 = d_2 \sin\theta_2 \tag{2.90}$$

etc.

Controlul calculului relativelor şi al închiderii pe coordonate se face însumînd algebric relativele pe x şi pe y. Suma pe x adică $\Sigma\Delta_x$ şi suma pe y adică $\Sigma\Delta_y$ se confruntă cu diferenţele dintre coordonatele punctelor de sprijin pe x şi respectiv pe y care sînt $\delta x = x_B - x_A$ şi $\delta y = y_B - y_A$. Diferenţele reprezintă erorile de închidere pe x şi respectiv pe y şi provin din acumularea erorilor de măsurare a lungimilor laturilor drumuirii şi a unghiurilor dintre laturi şi sînt:

$$e_x = \Sigma\Delta x - \delta x \quad \text{şi} \quad e_y = \Sigma\Delta y - \delta y \tag{2.91}$$

iar eroarea totală

$$e_t = \pm\sqrt{e_x^2 + e_y^2} \tag{2.92}$$

Eroarea totală nu trebuie să depăşească toleranţele prescrise de instrucţiuni.

Dacă condiţia de închidere este îndeplinită, adică dacă erorile de închidere sînt mai mici decît toleranţele, se trece la compensarea drumuirii, operaţie ce constă din corectarea relativelor cu cantităţi proporţionale.

Se cunosc mai multe metode de compensare.

Compensarea în funcţie de distanţe. Erorile pe x şi pe y se împart la lungimea desfăşurată a drumuirii pentru a se obţine eroarea unitară, adică:

$$\frac{e_x}{\Sigma d} = \frac{e_x}{D} \text{ şi } \frac{e_y}{\Sigma d} = \frac{e_y}{D} \tag{2.93}$$

Corecţiile ce se aduc relativelor sînt proporţionale cu aceste cantităţi şi evident cu mărimea laturilor. În principiu:

$$C\,\Delta x_i = -\frac{e_x}{D}\,.\,d_i \text{ şi } C\Delta y_i = -\frac{e_y}{D}\,.\,d_i \tag{2.94}$$

sau în concret la figura 2.138

$$C\Delta x_1 = -\frac{e_x}{D}.d_1;\ C\Delta x_2 = -\frac{e_x}{D}.d_2;\ldots$$
$$C\Delta y_1 = -\frac{e_y}{D}.d_1;\ C\Delta y_2 = -\frac{e_y}{D}.d_2;\ldots \tag{2.96}$$

Compensarea în funcţie de relative se face la fel, însă eroarea unitară pe x şi y se calculează în funcţie de suma absolută a relativelor, adică:

$$\frac{e_x}{\Sigma|\Delta x|} \text{ şi } \frac{e_y}{\Sigma|\Delta y|} \tag{2.97}$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În acest caz corecţiile ce se aduc relativelor vor fi:

$$C\Delta x_1 = -\frac{e_x}{\Sigma|\Delta x|}\cdot\Delta x_1;\quad C\Delta x_2 = -\frac{e_x}{\Sigma|\Delta x|}\cdot\Delta x_2;\ \ldots$$
$$C\Delta y_1 = -\frac{e_y}{\Sigma|\Delta x|}\cdot\Delta y_1;\quad C\Delta y_2 = -\frac{e_y}{\Sigma|\Delta y|}\cdot\Delta y_2;\ \ldots \qquad (2.98)$$

Relativele corectate, printr-una din metodele arătate sau prin altele se vor aduna apoi succesiv şi cumulat coordonatelor primului punct de sprijin al drumuirii. Astfel se obţin coordonatele absolute, definitive ale punctelor de drumuire.

$$\begin{array}{lll} x_1 = x_A + \Delta x_1; & y_1 = y_A + \Delta y_1 \\ x_2 = x_1 + \Delta x_2; & y_2 = y_1 + \Delta y_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots & \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ x = x_{n-1} + \Delta x_n; & y_n = y_{n-1} + \Delta y_n \end{array} \qquad (2.99)$$

Drumuirea fiind compensată, coordonatele celui de al doilea punct de sprijin astfel calculate, din aproape în aproape, trebuie să fie identice cu coordonatele lui (din reţeaua de sprijin).

Aplicaţie numerică la calculul unei drumuiri (tabelul 2.9).

S-a luat în considerare o drumuire în cazul cel mai general, adică cu unghiurile măsurate. Carnetul de teren cu datele măsurătorilor este completat cu formularul de calcul.

În coloana *1* se trec staţiile, iar în coloana *2* vizele. În coloana *3* se înscriu distanţele măsurate în teren. Adeseori pentru control se măsoară distanţa şi la stadie. Dacă panta este mare, nu trebuie să surprindă o distanţă mai mare la stadie deoarece se ştie că distanţele trebuie să fie comparabile reduse la orizont, ori distanţele măsurate la stadie se reduc cu $\cos^2\varphi$ nu cu $\cos\varphi$ ca în cazul celor măsurate direct.

În coloana *4* se înscrie unghiul de pantă măsurat la teren. Tot aici va apare şi $\cos\varphi$ ce se extrage din tabele pentru a servi la reducerea distanţelor la orizont.

În coloana *5* se înscriu citirile la limb. Unghiurile orizontale α vor rezulta din diferenţa celor două citiri. Dacă pe prima direcţie se vizează cu zero atunci pe a doua se citeşte de-a dreptul unghiul α.

Prin urmare coloanele *1—5* cuprind datele măsurătorilor din teren. Cu coloana *6* încep calculele.

În coloana *6* se calculează orientările laturilor. Orientarea de referinţă θ_{4-5} calculată din coordonate se trece în rîndul de sus. Conform relaţiilor stabilite $\theta_{4-101} = \theta_{4-5} + \alpha$. Unghiul se obţine din diferenţa celor două citiri din coloana *5*. Astfel se obţine orientarea $\theta_{4-101} = 79^g43^c26^{cc}$. La această orientare inversată cu 200^g se adaugă unghiul α din $101 = 263^g71^c60^{cc} - 26^g48^c20^{cc}$. Deci $\theta_{101-102} = 279^g43^c26^{cc} + 237^g23^c40^{cc} = 516^g66^c66^{cc}$ etc. Cu maşina de calculat totul se petrece mai simplu deoarece de la θ_{4-101} la $\theta_{101-102}$ se ajunge însumînd viza 101-102 şi scăzînd-o pe 101—4. Calculul continuă astfel pînă în punctul *8* unde pe direcţia de control se găseşte o diferenţă de 2^c76^{cc}, eroare ce este tolerabilă, deoarece toleranţa calculată cu relaţia $T = 1^c50^{cc}\cdot\sqrt{n}$ este mai mare: $T = 3^c68^{cc}$. Compensarea se face proporţional pe orientări, aşa cum se arată în subsolul tabelului şi în coloana *6*.

În coloana *7* se introduc valorile naturale ale liniilor trigonomterice $\cos\theta$ şi $\sin\theta$ ale orientărilor compensate.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 2.9.

Schița	Stații	Punct vizat	Distanțe citite d	Unghiuri de pantă $\frac{\varphi}{\cos\varphi}$	Unghiuri orizontale α	Orientări θ	cos θ sin θ
			m	g c cc	g c cc	g c cc	g c cc
0	1	2	3	4	5	6	7
		5			00 01 50	376 78 26	
	4	101	96,45	+2 45 00	102 66 50	79 43 26	
						−46	+0,317 550
				0,999260		79 42 80	+0,948 242
		4			26 48 20		
	101	102	85,15	+1 21 50	263 71 60	116 66 66	
						−92	−0,258 678
				0,999818		116 65 74	+0,965 964
		101			105 17 40		
	102	103	68,72	+0 18 00	382 26 80	193 76 06	
						−1 38	−0,995 180
				0,999996		193 74 68	+0,098 067
		102			10 26 70		
	103	104	78,28	−2 06 50	202 44 50	185 93 86	
						−1 84	−0,975 643
				0,999474		185 92 02	+0,219 366
	104	103			55 17 80		
		8	102,24	−5 68 40	290 81 60	221 57 66	
						−2 30	−0,943 233
				0,99 60 22		221 55 36	−0,332 132
		104			240 81 40		
	8	7			111 42 70	292 18 96	
						−2 76	
						292 16 20	

Eroarea de închidere pe orientare $e = 292^g18^c96^{cc} - 292^g16^c20^{cc}$

$e = 2^c76^{cc}$

Toleranța $T = 1^c50^{cc}\ \sqrt{6} = 3^c68^{cc}$. Deci $e < T$

Corecția $C = -e = -2^c76^{cc} : 6 = 46^{cc}$.

$D = 430{,}35\ \ \Sigma\Delta x = -232{,}18 \quad \delta x = x_8 - x_4 = -232{,}36$

$\Sigma\Delta y = +163{,}70 \quad \delta y = y_8 - y_4 = +163{,}79$

$e_x = \Sigma\Delta x - \delta x = -232{,}18 - (-232{,}36) = +0{,}18$

$e_y = \Sigma\Delta y - \delta y = +163{,}70 - 163{,}79 = -0{,}09$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Distanța redusă la orizont tg φ	Coordonate în plan				Cote	Punct
	Relative		Absolute		Δz	
	Δx	Δy	x	y	z	
m	m	m	m	m	m	
8	9	10	11	12	13	14
			4 285,67	1 345,17	645,48	4
96,38	+30,61	+91,39			+3,71	
	− 0,04	+ 0,02			−0,02	
0,038 504	+30,57	+91,41	4 316,24	1 436,58	649,17	101
85,13	−22,02	+82,23			+1,62	
	− 0,04	+ 0,02			−0,02	
+0,019 088	−22,06	+82,25	4 294,18	1 518,83	650,77	102
68,72	−68,39	+ 6,74			+0,19	
	− 0,03	+ 0,01			−0,01	
+0,002 827	−68,42	+ 6,75	4 225,76	1 525,58	650,95	103
78,24	76,33	+17,16			−2,54	
	− 0,03	+ 0,02			−0,01	
−0,032 448	−76,36	+17,18	4 149,40	1 542,76	648,40	104
101,83	−96,05	−33,82			−9,12	
	− 0,04	+ 0,02			−0,02	
−0,089 522	−96,09	−33,80	4 053,31	1 508,96	639,26	8

$$e_t = \pm \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \approx 0{,}20$$

T ședes $= 0{,}0045\sqrt{D} + 3/5200D = 0{,}33$. Deci $e_t < T$ și se va compensa

$$C_x = -\frac{0{,}18}{430{,}35} = -0{,}000\,418 \text{ — corecție unitară pe } x.$$

$$C_y = -\frac{-0{,}09}{430{,}35} = +0{,}000\,209 \text{ — corecție unitară pe } y.$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În coloana *8* se obţine distanţa redusă la orizont prin multiplicarea distanţei înclinate din coloana *3* cu cos φ din coloana *4*. În coloana *8* mai apare tg φ pentru calculul diferenţelor de nivel.

În coloanele *9* şi *10* se introduc cu semnul lor, coordonatele relative rezultate din înmulţirea distanţelor reduse din coloana *8* cu valorile naturale din coloana *7*. Suma relativelor pe x adică $\Sigma\Delta x = 232,18$ se confruntă cu $\delta x = x_8 - x_4$, adică cu diferenţa coordonatelor pe x şi se obţine eroarea de închidere pe x egală cu $e_x = +0,18$ m. Pe y se obţine $e_y = -0,09$ m. Tot în coloanele *9* şi *10* se introduc corecţiile calculate în funcţie de distanţe.

Prin însumarea relativelor corectate se obţin exact diferenţele dintre coordonate.

Coordonatele definitive ale punctelor de drumuire se obţin în coloanele *11* şi *12* prin însumarea la coordonatele punctului de plecare (*4*), cu semnul lor, în mod succesiv, a coordonatelor relative corectate. Calculînd astfel trebuie să se obţină verificarea exactă pe coordonatele punctului de închidere care în acest exemplu este *8*. Deci în final la $x_{104} = 4149,40$ se adaugă $\Delta x = -96,09$ şi dă 4053,31 adică tocmai coordonata pe x a punctului *8*.

Calculul diferenţelor de nivel şi al cotelor făcut în coloana *13* cu elemente din coloana *8* va fi arătat în partea a treia a acestui manual capitolul Nivelmentul.

Calculul drumuirilor cu ajutorul tabelelor de coordonate sau cu ajutorul nomogramelor. Calculele care implică numere formate din cifre puţine se pretează a se face în bune condiţii prin mijloace mai simple; tabele directe de calcul, nomograme, rigle de calcul etc.

Cu ajutorul tabelelor de coordonate Sanfelici, Ciurileanu Agapie etc. se obţin de-a dreptul distanţele reduse şi diferenţele de nivel în funcţie de distanţele măsurate şi unghiurile de pantă φ precum şi relativele pe x şi y în funcţie de distanţele reduse şi orientările laturilor. În cazul drumuirilor, calculul cu tabele suplineşte în bune condiţii maşina de calculat şi tabelele de valori naturale.

Modul de utilizare a oricărei tabele este totdeauna bine explicat şi exemplificat în tabela respectivă.

Calculul cu nomograme este mai expeditiv şi totodată mai puţin precis, de aceea nu este recomandat pentru calculul drumuirilor clasice cu distanţe măsurate direct. În asemenea situaţii se folosesc uneori, dar numai pentru controlul în mare al calculelor efectuate prin metode precise.

2.464. **Căutarea greşelilor.** Dacă la măsurătoare sau la înscrierea datelor în carnet, s-a greşit o singură dată, fie la unghiuri (orientări), fie la distanţe, locul greşelii poate fi identificat la birou.

O greşeală de măsurare a unghiurilor se constată la închiderea pe orientări. Pentru a se stabili locul greşelii se face calculul coordonatelor punctelor. Dacă greşeala s-a produs în punctul *3* şi are mărimea e (fig. 2.139) în loc să se ajungă prin calculul drumuirii în punctul de spijin B, se ajunge în B' prin *4'*. Prin urmare, în final, efectul liniar a erorii unghiulare e va fi BB'. Descoperirea punctului unde s-a măsurat, sau s-a înregistrat greşit unghiul, se poate face în multe moduri.

BCU "I. IONESCU DE LA BRAD" IAŞI
UNIVERSITY LIBRARY

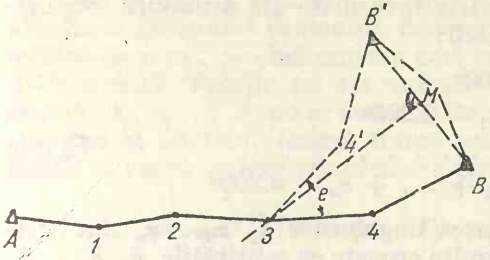


Fig. 2.139 — Descoperirea greşelii de unghi

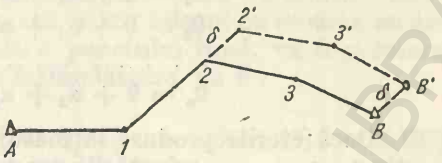


Fig. 2.140—Descoperirea greşelii de distanţă

O metodă este aceea de a se construi graficul drumuirii în funcţie de coordonatele calculate. Perpendiculara ridicată în M pe mijlocul distanţei BB' va trece prin punctul în care s-a greşit sau prin imediata lui apropiere, în cazul acesta prin *3*, din cauză că ambele puncte B şi B' pot fi interpretate că se găsesc pe cercul descris din punctul *3* cu raza $3B$.

O eventuală greşeală de distanţă se constată de asemenea după calculul coordonatelor punctelor. În cazul figurii 2.140 greşeala de distanţă δ s-a produs asupra laturii *1—2* paralelă cu direcţia BB'.

Identificarea unghiului sau a distanţei greşite arată operatorului mărimea ce trebuie remăsurată. Prin aceasta se face economie de timp în sensul că nu obligă la remăsurarea tuturor mărimilor ce constituie drumuirea.

O eventuală greşeală de calcul se poate produce la calculul relativelor în sensul că se aplică greşit semnele sau se inversează liniile naturale (sinusul cu cosinusul). O greşeală din prima categorie se constată repede dacă se observă relativa a cărei valoare luată cu semn schimbat elimină greşeala. Greşeala din a doua categorie se identifică prin observarea relativelor care inversate elimină greşeala. Bineînţeles că inversările de semne sau valori nu se fac automat. Trebuie reflectat dacă într-adevăr greşelile sînt cele identificate, la prima vedere.

Întotdeauna cînd închiderea drumuirii nu se face în toleranţă, se va verifica mai întîi cu atenţie calculul şi numai dacă nu s-a găsit o greşeală de calcul se va căuta greşeala de măsurătoare.

Dacă nu s-a greşit la calcule şi nu s-a descoperit nici greşeala de măsurătoare este semn că sînt mai multe greşeli şi este necesară reluarea măsurătorilor la teren.

2.465. **Propagarea erorilor.** Pentru a se putea examina cu mai multă uşurinţă, propagarea erorilor într-o drumuire, se va lua cazul particular al unei drumuiri drepte cînd se poate face discriminare între efectul erorilor cauzate de măsurarea unghiurilor şi efectul cauzat de măsurarea distanţelor. Erorile provenind din măsurarea unghiurilor vor da un efect transversal, pe cînd erorile care însoţesc măsurarea distanţelor se vor manifesta în lung. Se consideră cazul unei drumuiri cu laturile d egale, deci $D = n.\ d$.

Propagarea erorilor unghiulare. Dacă se notează cu θ_1, $\theta_2 \ldots$ θ_n orientările laturilor drumuirii, cu θ orientarea vizei de referinţă, cu α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_n$

unghiurile măsurate între aliniamentele învecinate ale drumuirii, orientările laturilor vor fi după relaţiile (2.88):

$$\begin{aligned}
\theta_1 &= \theta + \alpha_1 - 200^g \\
\theta_2 &= \theta + \alpha_1 + \alpha_2 - 2.200^g \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\theta_n &= \theta + \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n - n.200^g
\end{aligned} \tag{2.100}$$

Dacă erorile produse la măsurarea unghiurilor α_1, $\alpha_2 \ldots \alpha_n$ sînt respectiv e_1, e_2, ... e_n, orientările vor rezulta eronate cu cantităţile δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_n$. Relaţiile (2.100) vor deveni:

$$\begin{aligned}
\theta_1 + \delta_1 &= \theta + \alpha_1 + e_1 - 200^g \\
\theta_2 + \delta_2 &= \theta + \alpha_1 + e_1 + \alpha_2 + e_2 - 2 \cdot 200^g \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\theta_n + \delta_n &= \theta + \alpha_1 + e_1 + \alpha_2 + e_2 + \ldots + \alpha_n + e_n - n \cdot 200^g
\end{aligned} \tag{2.101}$$

scăzînd (2.100) din (2.101) rezultă

$$\begin{aligned}
\delta_1 &= e_1 \\
\delta_2 &= e_1 + e_2 \\
&\cdots\cdots\cdots \\
\delta_n &= e_1 + e_2 + \ldots + e_n
\end{aligned} \tag{2.102}$$

Să calculăm abscisa y_n a punctului final. Însumînd expresiile relativelor pe abscisă, la abscisa punctului de plecare, se obţine:

$$y_n = y_1 + d \sin \theta_1 + d \sin \theta_2 + \ldots + d \sin \theta_n \tag{2.103}$$

Dacă se iau în considerare erorile δ ale orientărilor se obţine abaterea pe abscisă care se va nota cu u.

$$y_n + u = y_1 + d \sin (\theta_1 + \delta_1) + d \sin (\theta_2 + \delta_2) + \ldots + d \sin (\theta_n + \delta_n)$$

dezvoltînd sinusul după T a y l o r şi grupînd:

$$\begin{aligned}
y_n + u = y_1 &+ d \sin \theta_1 + d \sin \theta_2 + \ldots + d \sin \theta_n + \\
&+ d \cdot \delta_1 \cos \theta_1 + d \cdot \delta_2 \cos \theta_2 + \ldots + d \cdot \delta_n \cos \theta_n
\end{aligned} \tag{2.104}$$

Făcînd diferenţa dintre expresiile (2. 104) şi (2. 103) rezultă eroarea $u = d\ (\delta_1 \cos \theta_1 + \delta_2 \cos \theta_2 + \ldots + \delta_n \cos \theta_n)$.

Dacă drumuirea se desfăşoară pe direcţia x, orientările laturilor sînt apropiate de 0^g, cînd $\cos \theta \to 1$, se obţine:

$$u = d\ (\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_n) \tag{2.105}$$

În acest caz eroarea pe y este chiar eroarea transversală adică totală.

Dacă în expresia erorii se introduc valorile din (2. 102) şi se grupează, rezultă:

$$u = d\ [e_1 n + e_2 (n - 1) + e_3 (n - 2) + \ldots + e_n] \tag{2.106}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

de unde se degajă concluzia că unghiurile trebuie măsurate cu o deosebită atenţie la începutul drumuirii, deoarece eroarea e_1 a primului unghi α_1 intervine de n ori, pe cînd eroarea care caracterizează unghiul α nu intervine decît o dată. Relaţia nu are valoare practică din cauză că erorile accidentale $e_1, e_2 \ldots e_n$ nu se cunosc. De aceea se vor înlocui cu eroarea medie $\pm e$ cînd şi abaterea liniară transversală a punctului final, va fi o eroare medie ce conform legii adunării erorilor întîmplătoare, va fi:

$$a^2 = d^2 \frac{e^2}{\rho^2} [n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \ldots + 2^2 + 1^2] \qquad (2.107)$$

în care $\rho = 636\,620^{cc}$. Deoarece suma unei serii de forma

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \Sigma n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \qquad (2.108)$$

se poate înlocui:

$$a = \pm d \frac{e}{\rho} \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}} \qquad (2.109)$$

Dacă se ţine seama că $D = n \cdot d$ se obţine

$$a = \pm D \frac{e}{\rho} \sqrt{\frac{(n+1)(2n+1)}{6 \cdot n}} \qquad (2.110)$$

Termenii 1 pot fi neglijaţi dacă n este mare

$$a = \pm D \frac{e}{\rho} \sqrt{\frac{n}{3}} \qquad (2.111)$$

Dacă drumuirea se compensează pe orientări (unghiuri), şi n este mare, relaţia (2.111) devine:

$$a = \pm D \frac{e}{\rho} \sqrt{\frac{n}{12}} \qquad (2.112)$$

Legea propagării erorilor unghiulare este defavorabilă deoarece eroarea creşte nu numai cu e şi D, ci şi cu $\sqrt{n}$ adică cu numărul de staţii (laturi). De aceea se recomandă număr mic de puncte (n mic) cînd evident laturile trebuie să fie lungi.

Propagarea erorilor de distanţă. Propagarea erorilor accidentale are loc după relaţia (1.78):

$$e_t = e \cdot \sqrt{n}; \quad e_t = \frac{e}{\sqrt{d}} \cdot \sqrt{D} = e' \cdot \sqrt{D}$$

iar erorile sistematice se propagă după relaţia (1.11)

$$e_{st} = e_s \cdot n; \quad e_{st} = \frac{e_s}{d} \cdot D = e'_s \cdot D$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Întrucît, *pe ansamblu*, intervin erori multiple care se propagă defavorabil, deoarece efectul lor este proporţional nu numai cu D sau $\sqrt{D}$ ci, unele şi cu $\sqrt{n}$, se recomandă ca drumuirile să nu fie lungi în schimb laturile să fie lungi şi să se lucreze cu multă atenţie cu aparatura corespunzătoare.

2.47. DRUMUIRI ÎN CAZURI PARTICULARE

2.470. **Drumuiri fără vize de orientare într-unul din punctele de sprijin.** Vizele de orientare în punctele reţelei de sprijin înspre puncte vechi oferă nu numai posibilitatea orientării laturilor drumuirii, ci şi controlul măsurării unghiurilor drumuirii şi al calculului orientărilor. Lipsind vizele de orientare în unul din punctele de sprijin înseamnă că lipseşte controlul şi totodată posibilitatea de a se face compensarea pe orientări (fig. 2. 141). Ceea ce este important este că există vize de orientare în unul din punctele reţelei de sprijin în funcţie de care se pot calcula orientările drumuirii. Imediat se trece la calculul coordonatelor în funcţie de orientările calculate. Dacă închiderea pe coordonate se face în toleranţe, înseamnă că toate operaţiile de măsurătoare şi calcul s-au făcut în condiţii bune şi se trece la compensarea lor (a coordonatelor).

În sectorul forestier asemenea drumuiri sînt frecvente, deoarece sînt multe puncte determinate prin intersecţii înainte pe semnale în arbore din care (proiecţiile la sol) nu există de obicei vizibilităţi spre alte puncte.

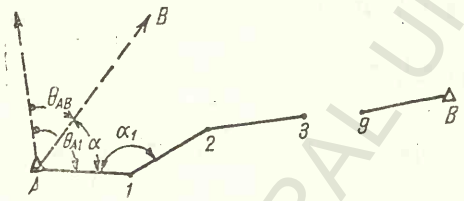


Fig. 2.141 — Drumuire fără viză de orientare într-unul din punctele de sprijin

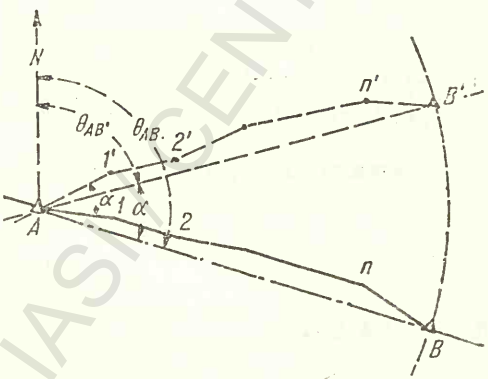


Fig. 2.142 — Drumuire fără viză de orientare în punctele de sprijin

2.471. **Drumuiri fără vize de orientare în punctele reţelei de sprijin.** Asemenea situaţii apar deseori în sectorul forestier cînd ambele puncte de sprijin au fost determinate prin i n t e r s e c ţ i i înainte pe semnale — arbore. De vreme ce în punctele reţelei de sprijin nu există vizibilităţi înspre puncte de sprijin, nici nu mai este nevoie să se staţioneze în ele cu teodolitul, deoarece singura raţiune a staţionării lor era măsurarea unghiurilor pe care le făceau laturile drumuirii cu laturile (direcţiile) de referinţă (vechi). Operaţiile de teren se desfăşoară în mod clasic, adică se măsoară cu atenţie toate unghiurile şi toate laturile. Calculul orientărilor laturilor drumuirii se face în funcţie de unghiurile dintre laturi şi orientarea primei laturi luată arbitrar. În funcţie de orientările astfel calculate şi distanţele reduse

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITARĂ LIBRARY

la orizont se calculează coordonatele relative. Se înţelege că nu se va obţine verificarea în limitele toleranţelor. Verificarea şi calculul definitiv al punctelor de drumuire pleacă de la ideea că dacă unghiurile şi laturile drumuirii s-au măsurat corect, înseamnă că drumuirea este determinată sub raport geometric însă este rău orientată. Asta înseamnă că punctul B' calculat trebuie să se găsească pe cercul de rază AB dus din punctul A. Deci verificarea se face confruntînd distanţele AB şi AB' calculate din coordonate, care trebuie să se potrivească în limitele toleranţelor stabilite la închiderea pe coordonate. Corecţia unghiulară α, de adus orientărilor laturilor drumuirii calculate AB', pentru a se avea drumuirea reală AB se obţine din diferenţa orientărilor laturilor AB şi AB', adică $\alpha = \theta_{AB} - \theta_{AB'}$ calculată din coordonatele punctelor A, B şi B'. Cu orientările laturilor corectate se calculează din nou coordonatele punctelor drumuirii cînd închiderea pe coordonate trebuie să se facă în toleranţe şi se va compensa clasic. Pentru a avea totuşi orientarea chiar aproximativă a primei laturi a drumuirii se măsoară orientarea ei cu busola de buzunar.

2.472. **Drumuiri de precizie.** Drumuirile de precizie implică efectuarea la un grad de precizie mai mare a măsurătorii tuturor mărimilor (a laturilor şi a unghiurilor). Totodată este evident că trebuie să existe identitate cît mai perfectă între punctele drumuirii staţionate şi vizate. Dacă laturile drumuirii sînt lungi este nevoie să se utilizeze teodolite de precizie şi evident instrumente precise, pentru măsurarea distanţelor. Dacă laturile drumuirii sînt scurte, este necesar să se utilizeze teodolitele cu ambaza detaşabilă şi trei trepiede în loc de unul, cînd ele servesc nu numai staţionării cu teodolitul, ci şi vizării pe panourile de vizare instalate în ambazele fixate pe ele. Prin urmare se utilizează trepiedul şi în punctele drumuirii „precedente" şi „următor" celui ce se staţionează. Cînd se duce teodolitul în punctul „următor" acolo se va instala pe trepiedul şi ambaza ce a servit şi vizării, prin urmare staţia cu viza vor fi identice.

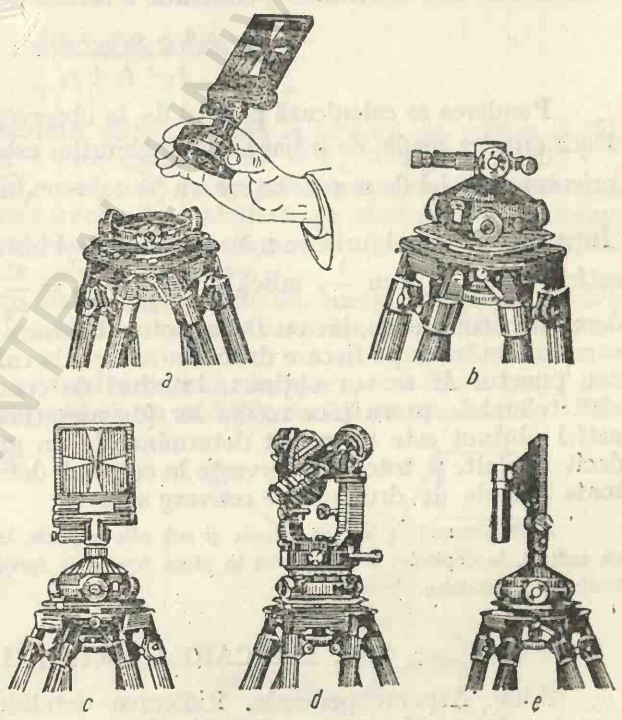


Fig. 2.143 — Echipament de drumuire cu staţie şi viză identică

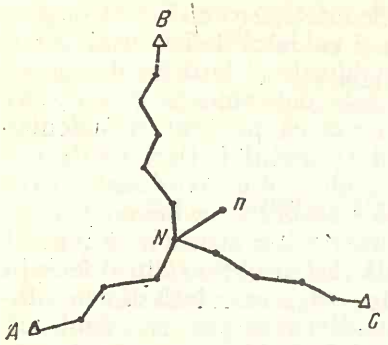


Fig. 2.144 — Drumuiri cu puncte nodale

În figura 2.143 se arată un echipament de drumuire cu stație și viză identică.

2.473. **Drumuiri cu puncte nodale.** Dacă într-o zonă de lucru rețeaua de sprijin nu este suficient de densă și se ajunge la drumuiri de lungimi prea mari și nu există o posibilitate economică de îndesire, problema se va rezolva cu puncte nodale.

Dacă zona de lucru este A, B, C și în zona mijlocie se simte nevoia unui punct determinat cu mai mare precizie se vor desfășura drumuirile din punctele A, B și C spre zona punctului N (fig. 2.144). La 50 — 80 m de N se fixează țăruşul n bine vizibil din N. Aliniamentul Nn va fi orientat din trei drumuiri. Prin facerea mediei (a unei medii ponderate) celor trei orientări, dacă sînt apropiate în limitele toleranțelor, se obține o orientare medie ce joacă (pentru fiecare drumuire din cele trei), rolul orientării în cel de-al doilea punct de sprijin, adică a unei orientări de control și compensare. Dacă se notează cu θ_1 orientarea laturii Nn obținută pe traseul AN, cu θ_2 cea obținută pe traseul BN etc. orientarea ponderată a laturii de control:

$$\theta_{Nn} = \frac{p_1\theta_1 + p_2\theta_2 + p_3\theta_3}{p_1 + p_2 + p_3}.$$

Ponderea se calculează plecînd de la observația că este egală cu K/e_m^2. Dacă eroarea medie de măsurare a unghiurilor este e apoi eroarea medie de orientare a celei de a n-a laturi va fi $e_m = e\sqrt{n}$ astfel că $p = \frac{K}{e_m^2} = \frac{K}{e^2 \cdot n}$.

Întrucît toate unghiurile se măsoară cu același instrument, se poate lua $K = e^2$ astfel că $p = \frac{1}{n}$ sau $\frac{1}{D}$, adică $p_1 = \frac{1}{D_1}$; $p_2 = \frac{1}{D_2}$; etc. Cu p_i s-a notat ponderea fiecărui traseu, iar cu D s-a notat lungimea traseului. După compensarea orientărilor pe fiecare drumuire se trece la calculul coordonatelor. Pentru punctul M se vor obține trei rînduri de coordonate. Dacă diferențele sînt tolerabile se va face media lor (de asemenea ponderată). Punctul N astfel obținut este un punct determinat la un grad de precizie mai mare decît celelalte și totodată servește la calculul definitiv al punctelor de pe toate traseele de drumuiri ce converg spre el.

Notă. Drumuirile vor fi reluate și sub alte aspecte la § 2.482. Metoda drumuirilor cu radieri, la capitolul 2.5. Ridicări în afara rețelei de sprijin precum și la capitolul 4.0. Ridicări tahimetrice.

2.48. RIDICAREA DETALIILOR

2.480. **Aspecte generale.** Ridicarea detaliilor, ca operație finală în ceea ce privește efectuarea măsurătorilor în teren, se referă la determinarea pozițiilor caracteristice ale detaliilor din teren. Puncte caracteristice sînt

așa cum s-au definit la § 1.02, punctele de schimbare de direcție care, ca număr și poziție, sînt condiționate de precizia cerută și scara de reprezentare.

Metodele propriu-zise de ridicare a detaliilor sînt: a) metoda coordonatelor polare numită și a radierii sau a radiației și b) metoda coordonatelor rectangulare numită și metoda absciselor și ordonatelor, sau metoda coordonatelor echerice. Evident, detalii se pot ridica și prin intersecții sau drumuiri.

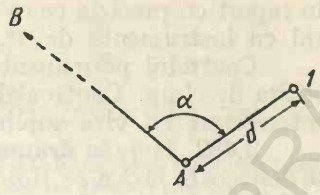


Fig. 2.145 — Punct determinat funcție de coordonate polare

2.481. **Metoda radierii.** Metoda se numește a radierii din cauză că punctele se determină radial. Metoda se numește și a coordonatelor polare, deoarece punctul *1*, ce se determină radial, este exprimat în funcție de unghiul polar α (pe care-l face direcția *A 1* cu direcția de referință *AB*) și raza vectoare *d* (fig. 2.145). Punctele *A* și *B* sînt puncte ale rețelei de sprijin sau îndesire adică puncte ale rețelei de bază, de intersecție sau drumuire.

Funcție de pozițiile cunoscute ale punctelor *A* și *B* și elementele măsurate α și *d* punctul *1* este complet definit și poate fi raportat. Dacă este nevoie, punctului *1* i se pot calcula și coordonatele rectangulare plane cu relația (1.6).

$$x_1 = x_A + d \cos \theta_{A-1}$$
$$y_2 = y_A + d \sin \theta_{A-1}$$

unde *d* este distanța măsurată direct, redusă la orizont cu relația (2.15), iar orientarea direcției *A 1* este egală cu $\theta_{A1} = \theta_{AB} + \alpha$ (fig. 2.146).

În general, vor primi coordonate rectangulare punctele de importanță mai mare, precum și cele cu caracter de stabilitate pe cînd punctele oarecare a căror poziție este suficient să apară pe plan vor fi raportate de-a dreptul în funcție de coordonatele polare respective.

În cazul determinării mai multor puncte din aceeași stație (fig. 2.147), toate vizele sînt cuprinse într-un tur de orizont care începe cu viza la punctul cunoscut *B*.

Un punct radial se determină cu atît mai precis cu cît distanța este mai mică. Practic se recomandă să nu se depășească distanța de 100—150m

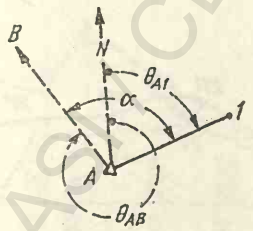


Fig. 2.146 — Orientarea vizei spre punctul radiat

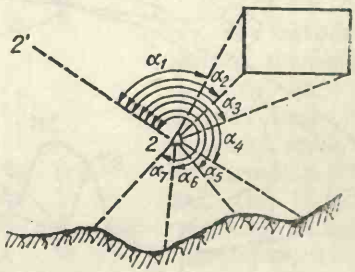


Fig. 2.147 — Ridicarea unor detalii prin radieri

BCUIAȘI CENTRU UNIVERSITAR LIBRARY

în raport cu precizia ce se urmăreşte. Măsurarea unghiurilor se face în general cu instrumente de 1c.

Controlul permanent al ridicărilor prin metoda radierii se face prin schiţa de cîmp. Controalele speciale, se pot face prin: dublă determinare, intersectare cu vize suplimentare şi măsurarea de distanţe între puncte.

2.482. **Metoda drumuirilor cu radieri.** Dacă unele drumuiri principale se desfăşoară fără a se ridica şi detalii, adeseori o dată cu parcurgerea drumuirilor se ridică şi punctele accesibile prin radiere.

Unghiurile drumuirii se măsoară întotdeauna cu luneta, în ambele poziţii, pe cînd unghiurile la punctele radiate se măsoară de obicei numai cu luneta în poziţia I.

Succesiunea operaţiilor în cazul drumuirilor cu radieri, avînd în vedere faptul că punctele de drumuire formează reţeaua de sprijin pentru punctele radiate este următoarea: la teren se vor măsura mai întîi, în fiecare punct de drumuire, toate elementele ce privesc drumuirea, adică unghiul dintre laturi, lungimile laturilor şi unghiurile de pantă şi abia apoi se iau elementele ce privesc punctele radiate. La birou se calculează mai întîi drumuirea şi apoi radierile (dacă este cazul) funcţie de coordonatele definitive ale punctelor drumuirii. Înscrierea datelor în carnetul de teren şi calcul se fac în formulare al căror model este prezentat în tabelul 2.9.

Ca totdeauna cînd se ridică detalii şi aici este necesar să se întocmească schiţe detaliate de teren pe cît posibil la o scară anumită. Trebuie să existe o grijă deosebită atît pentru întocmirea schiţei de teren cît şi pentru corespondenţa deplină dintre schiţă cu notaţiile din carnetul de teren în care se introduc datele.

Pentru a exista ordine în notaţii se recomandă ca punctele de îndesire prin intersecţii să se noteze cu numere de la 1 la 100, punctele de drumuire cu numere de la 100 la 500, iar punctele radiate cu numere de la 500 în sus. Uneori se obişnuieşte ca prima cifră a punctelor radiate să înceapă cu numărul de ordine al drumuirii dacă şi drumuirea la rîndul ei se notează cu numere formate din una sau cel mult două cifre.

În figura 2.148 se arată ridicarea unor detalii prin drumuire cu radieri.

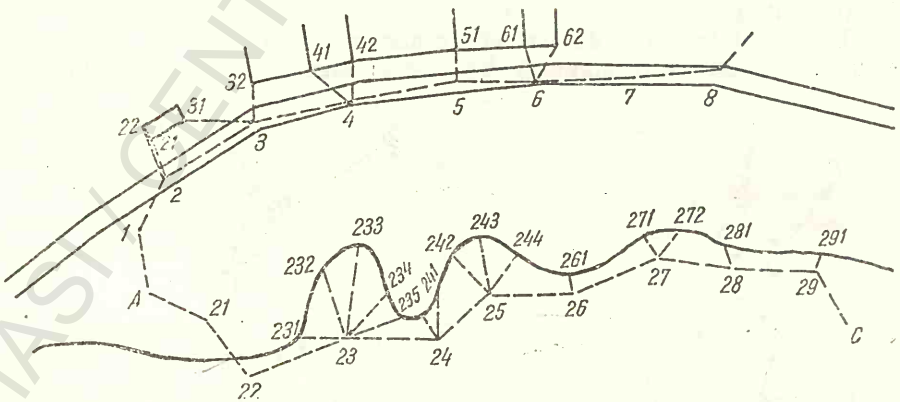


Fig. 2.148 — Ridicarea prin drumuiri cu radieri

BCU IAŞI CENTRU DE CARTE RARĂ

Ridicarea prin drumuiri principale cu radieri priveşte în principal detaliile cu caracter de permanenţă cum ar fi: limitele de hotare sau de proprietate, podurile, construcţiile, drumurile, căile ferate etc., precum şi bornele amenajistice, reperii fotogrammetrici în terenurile împădurite şi în ridicările la scări mari etc. Drumuirile secundare şi eventual terţiare cu radieri (cînd de fapt distanţele se măsoară pe cale indirectă în special distanţele la punctele radiate) vor servi la ridicarea detaliilor cu caracter de nepermanenţă cum ar fi rîpele, mlaştinile, potecile, drumurile şi construcţiile cu caracter temporar etc.

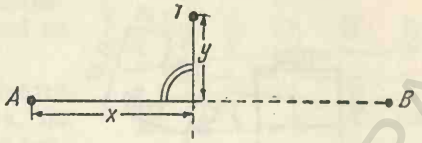


Fig. 2.149 — Determinarea unui punct prin abscisa şi ordonata lui

2.483. **Metoda absciselor şi ordonatelor.** Prin această metodă, poziţia unui punct de detaliu 1 se determină prin *ordonata lui y* (distanţa pînă la aliniamentul cunoscut *AB*) şi prin *abscisa lui x* (depărtarea piciorului perpendicularei la unul din punctele care determină aliniamentul de referinţă (de exemplu *A* din fig. 2.149).

Punctele de sprijin *A* şi *B* pentru ridicarea prin abscise şi ordonate trebuie să fie cel puţin puncte de drumuire. În raport cu precizia ce se urmăreşte şi atenţia ce se acordă determinării, punctele de sprijin pot fi determinate şi prin radieri la distanţe mici controlate.

Aşezarea pe aliniament şi definirea perpendicularei pe aliniament se face cu ajutorul echerelor.

Măsurarea distanţelor pe abscisă, se face de obicei cu panglica, iar pe ordonată cu panglica sau ruleta. Valorile distanţelor se înscriu de-a dreptul pe schiţă ca în figura 2.150 unde se ilustrează ridicarea unui contur oarecare faţă de aliniamentul *MN*. Pe abscisa fiecărui punct se înscrie întotdeauna depărtarea la acelaşi punct de referinţă *M*. Schiţa se întocmeşte pe cît posibil la o anumită scară (mare) de exemplu 1 : 500 în oraşe şi 1 : 1000 în cîmp.

Metoda este indicată în terenuri de şes şi uşor înclinate atît în cazul ridicărilor în oraşe (faţadele clădirilor) cît şi în cazul ridicării capetelor de parcelare sau a unor contururi sinuoase. În cazul ridicării clădirilor, laturile, o dată stabilite poziţiile a două colţuri, se iau cu ruleta şi se notează pe schiţă (fig. 2.151).

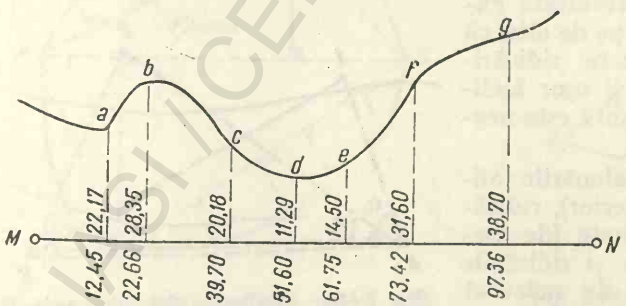


Fig. 2.150 — Metoda absciselor şi ordonatelor

Un caz particular al metodei este *metoda absciselor* cînd detaliile de ridicat sînt în linie dreaptă cum sînt unele capete de parcele şi unele faţade (fig. 2.152) cînd punctele de sprijin se determină chiar în această linie. În asemenea cazuri ordona-

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

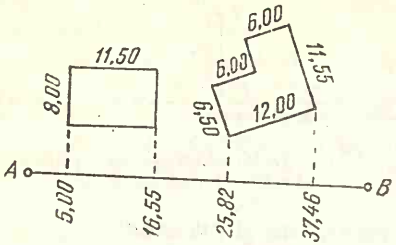


Fig. 2.151 — Ridicarea clădirilor

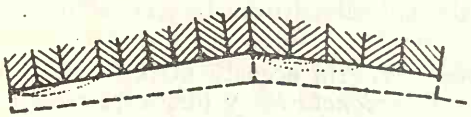


Fig. 2.152 — Ridicarea unei fațade prin abscise

ta fiind nulă, operația de măsurare cîștigă în operativitate și precizie deoarece totul se reduce la măsurarea distanțelor pe un aliniament.

2.484. **Ridicarea detaliilor prin intersecții.** Metoda intersecției se aplică rar la ridicarea detaliilor, totuși uneori este convenabilă, iar alteori este necesară.

Ridicarea detaliilor prin intersecții este convenabilă atunci cînd un punct de îndesire prin intersecție poate fi plasat chiar într-un punct de detaliu. Prin aceasta, o dată cu determinarea punctului de îndesire se determină și un punct de detaliu.

Metoda este indicată atunci cînd unele puncte de detaliu sînt greu accesibile din zona unde se desfășoară ridicarea detaliilor. Este cazul unor puncte de pe partea cealaltă a unei ape sau a unor puncte de rîpe etc. (fig. 2.153). În astfel de cazuri punctele respective dacă se vizează din două puncte de drumuire, sau în general din două puncte cunoscute, înseamnă că au determinare prin intersecție înainte.

2.49. ARPENTAJUL

2.490. **Generalități.** Măsurătorile topografice, în ansamblul lor, pot fi grupate în măsurători topografice propriu-zise și măsurători simple, numite și prin arpentaj.

Ridicările topografice propriu-zise, trebuie considerate acelea care țin seama de relief și în care se măsoară unghiuri și distanțe sau, eventual, chiar numai unghiuri.

Arpentajul constituie prima treaptă a topografiei. Prin arpentaj se înțeleg acele măsurători simple, care se efectuează numai cu instrumente de măsurat lungimi, eventual inclusiv echere. De aici rezultă pe de o parte că arpentajul duce la rezultate exclusiv planimetrice, iar pe de alta că arpentajul este caracteristic ridicărilor în terenurile de șes și ușor înclinate, unde efectul de pantă este neglijabil.

De arpentaj țin jalonările aliniamentelor (expuse anterior), ridicările prin abscise și ordonate (de asemenea expuse), precum și ridicările numai cu instrumente de măsurat lungimi.

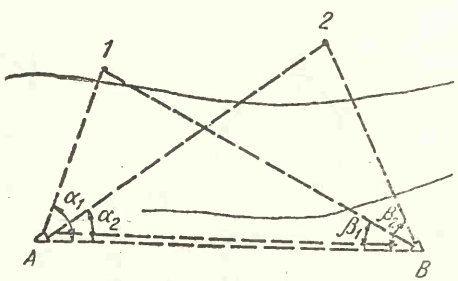


Fig. 2.153 — Ridicarea detaliilor prin intersecții

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Utilajul arpentorului este următorul: panglica, ruleta, echerul jaloanele şi firul cu plumb.

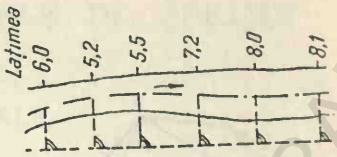


Fig. 2.154 — Ridicarea mijlocului unei ape cu măsurarea lăţimii ei

2.491. **Probleme de arpentaj.** Ridicarea pîraielor şi apelor mici se poate efectua, fie în varianta că se ridică marginile, adică toate punctele importante de schimbare de direcţie de pe ambele maluri fie că se ridică mijlocul apei şi se măsoară lăţimea (fig. 2.154).

Un astfel de mod de lucru poate fi însuşit şi la ridicarea drumurilor.

Ridicarea poienilor şi a trupurilor izolate de pădure. În figura 2.155 se arată ridicarea unei poieni prin abscise şi ordonate plecînd de la patrulaterul *A B C D* ale cărui laturi se măsoară direct. Pentru ca patrulaterul să fie bine definit, în cazul cînd nu s-a ridicat printr-o drumuire, trebuie măsurată şi o diagonală (*AC*). De fapt aici se putea proceda şi altfel, adică plecînd direct de pe baza *AC* faţă de care se pot determina punctele principale *B* şi *D* prin abscise şi ordonate.

Ridicarea unui trup izolat de pădure prin metode simple este ilustrată în figura 2.156. În jurul pădurii se construieşte triunghiul oarecare *A B C* de laturi măsurabile. Ridicarea punctelor de lizieră se face prin abscise şi ordonate.

Ridicarea poienilor folosind numai panglica şi ruleta. Ridicarea se face prin triunghiuri: fie construind un triunghi de bază peste care se vor construi alte triunghiuri (fig. 2.157) fie plecînd de la o bază faţă de care se vor determina majoritatea punctelor.

Cu instrumentele de măsurat distanţe se poate aplica şi metoda absciselor şi ordonatelor deoarece se pot construi triunghiuri dreptunghice (triunghiul de laturi *3, 4, 5* m).

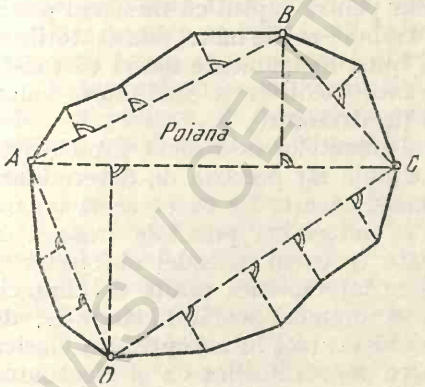


Fig. 2.155 — Ridicarea unei poieni prin abscise şi ordonate

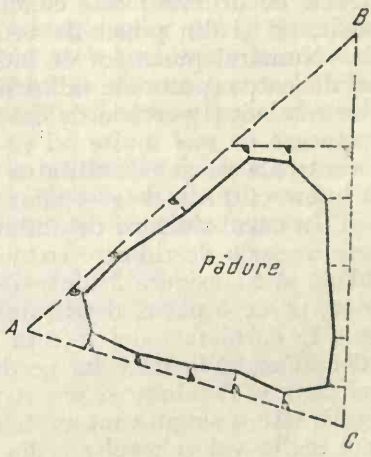


Fig. 2.156 — Ridicarea unei păduri prin abscise şi ordonate

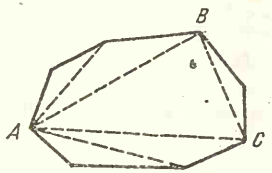


Fig. 2.157 — Ridicarea unei poieni prin triunghiuri

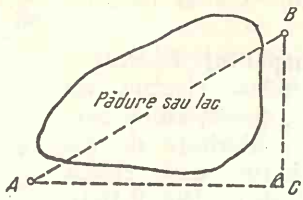


Fig. 2.158 — Determinarea distanței dintre punctele A și B

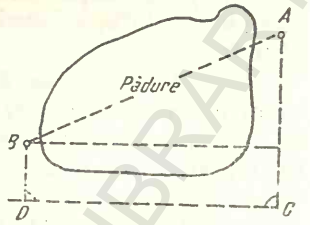


Fig. 2.159 — Determinarea distanței dintre punctele A și B

Determinarea distanței dintre două puncte A și B între care nu există vizibilitate sau pe traiectul cărora nu se poate măsura direct. Problema se poate rezolva prin construcții de unghiuri drepte și eventual unghiuri de 45° cu măsurarea unora din laturi (fig. 2.158 și 2.159).

Dacă între punctele A și B există vizibilitate, unghiul drept poate fi construit fie în unul din punctele A sau B fie în punctul sau punctele ajutătoare ce se vor lua C și D pe cînd dacă între punctele A și B nu există vizibilitate, unghiul drept nu poate fi construit nici în A și nici în B.

Întotdeauna C sau punctele auxiliare C și D se vor alege în așa fel încît distanțele ce se măsoară AC (în cazul fig. 2.158) și AC, CD și DB (în cazul fig. 2.159) să fie perfect măsurabile.

2.492. *Considerații asupra ridicării în plan.* Ridicarea în plan implică, așadar, nu numai operații efective de măsurătoare și calcule, ci și un complex de măsuri organizatorice și tehnice, începînd cu procurarea coordonatelor, întocmirea proiectului etc.

Ridicarea în plan a unui teritoriu oarecare este posibilă totdeauna, însă de felul cum se proiectează punctele de îndesire prin intersecții ca și traseele de drumuiri este condiționată ridicarea atît din punct de vedere tehnic, cît și din punct de vedere economic.

Numărul punctelor de îndesire este relativ mic însă comportă cele mai delicate aspecte ale ridicării. Dar chiar pentru faptul că numărul punctelor este mic și precizia de determinare trebuie să fie mare, măsurătorile se efectuează de mai multe ori cu cele mai bune instrumente astfel că există și controale ca și posibilitatea de a se face medii între mai multe valori (la intersecții) sau de a se aduce corecții (la drumuiri).

În cazul ridicării detaliilor, numărul punctelor de ridicat fiind foarte mare, metoda de ridicare trebuie să fie simplă iar precizia de determinare trebuie să fie asigurată dintr-o singură măsurătoare. De aceea se recomandă ca, pe de o parte, depărtarea la care se determină punctele (raza vectoare în cazul metodei radierii și ordonata în cazul metodei absciselor și ordonatelor) să fie mică iar pe de alta să se întocmească schițe de cîmp cît mai clare și detaliate și pe cît posibil la o anumită scară. Făcîndu-se, de regulă, cîte o singură măsurătoare nu există control în accepțiunea clasică (mai multe valori rezultate din respectarea măsurătorilor ca și efectuarea de măsurători peste limita de determinare), de aceea controlul se face cu schița de cîmp.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.5. DETERMINAREA UNEI REȚELE DE SPRIJIN TOPOGRAFICE

2.50. ASPECTE GENERALE

După cum s-a arătat la § 1.02, 1.03 și 2.40, ridicarea în plan necesită întotdeauna o rețea de sprijin. Dacă rețeaua geodezică, din regiunea de ridicat, nu este folosibilă, se poate crea o rețea de sprijin prin metode topografice.

Dacă suprafața de ridicat este mai mare decît cîteva sute de ha, dar nu depășește cîteva sute de km², metoda de determinare a rețelei de sprijin prin metode topografice este aceea a triangulației topografice. Dacă suprafața de ridicat este mai mică decît cîteva sute de ha, rețeaua de sprijin se determină printr-o drumuire închisă pe punctul de plecare.

Pentru suprafețe mult prea mari, este neapărat necesar să existe triangulație geodezică. Pentru suprafețe foarte mici ridicarea poate fi, eventual, efectuată prin metoda radierii dintr-un singur punct.

Pentru ca ridicările astfel efectuate să poată fi prinse ulterior în rețeaua geodezică este necesar ca un minim de 3—4 puncte ale rețelei de sprijin determinată pe cale topografică să fie puncte ale rețelei geodezice. Bineînțeles că dacă suprafața este mare, mai mare decît cîteva zeci de km², vor fi necesare mai multe puncte comune.

2.51. DETERMINAREA REȚELEI DE SPRIJIN PRIN TRIANGULAȚII TOPOGRAFICE

2.510. **Noțiuni introductive.** Metoda se numește a triangulației deoarece determinarea elementelor și în final a coordonatelor punctelor se face pe baza relațiilor ce leagă unghiurile de laturi într-un triunghi sau într-o rețea de triunghiuri. Prin urmare, într-o rețea de triunghiuri, dacă se măsoară o latură (o bază) și toate unghiurile triunghiurilor pot fi calculate toate laturile rețelei. Pentru a se calcula coordonatele punctelor ce formează rețeaua (vîrfurile triunghiurilor) este necesar să se cunoască și orientările laturilor. Acestea se calculează în funcție de unghiurile triangulației și orientarea unei laturi ce se măsoară și ea la teren.

Rețeaua de triunghiuri, numită și canevas, poate avea diferite conformații: de poligon, de lanțuri de poligoane, de patrulater, de lanțuri de patrulatere sau lanțuri de triunghiuri sau combinații din toate acestea (fig. 2.160).

Forma rețelei este de obicei determinată de forma terenului, dar și de modul de interpretare al operatorului. Operațiile triangulației și succesiunea lor sînt următoarele:

a) întocmirea proiectului, recunoașterea terenului, definitivarea proiectului și plantarea semnalelor:

b) efectuarea măsurătorilor:

— măsurarea unghiurilor,;

— măsurarea bazei;

— măsurarea orientării unei laturi;

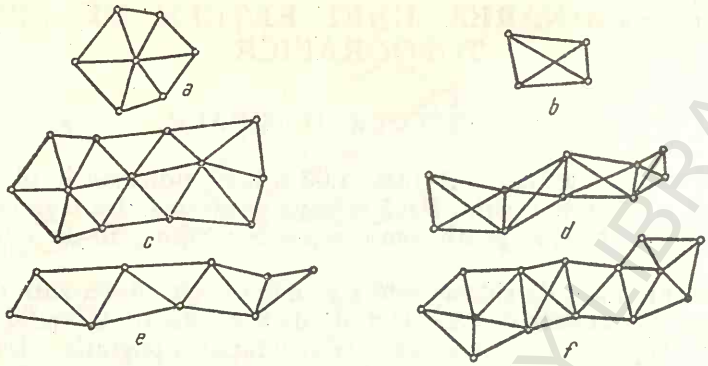


Fig. 2.160 — Forme de canevas

c) calculul triangulației;
— compensarea unghiurilor în rețea;
— calculul orientărilor;
— calculul laturilor și bazelor;
— calculul coordonatelor.

2.511. **Întocmirea proiectului triangulației.** În privința proiectării punctelor unei triangulații topografice sînt în general valabile cele arătate la § 2.41 cu anumite completări și adaptări. Astfel, harta pe care se face proiectarea punctelor este și aici necesară, însă numai dacă suprafața este mare. În cazul suprafețelor mici, de cîteva sute de ha, harta nu ajută efectiv. Față de proiectarea rețelei de îndesire, care necesită identificarea și recunoașterea rețelei geodezice de sprijin, aci nu se pun asemenea probleme, deoarece totul se ia de la început. Apoi, în timp ce îndesirea rețelei de sprijin se face în funcție numai de mărimi unghiulare, determinarea unei rețele de sprijin printr-o triangulație topografică necesită măsurarea nu numai a unghiurilor triangulației, ci și cel puțin a unei laturi, așa-numita bază a triangulației, în funcție de care se calculează toate laturile triunghiurilor rețelei de triangulație. În plus, pentru orientarea laturilor triangulației este necesar să se măsoare orientarea unei laturi.

Condițiile pe care trebuie să le îndeplinească punctele de triangulație sînt:

— între punctele fiecărui triunghi al rețelei trebuie să existe perfectă vizibilitate reciprocă;

— două laturi ale triangulației, bazele, să fie măsurabile la teren;

— conformația triunghiurilor trebuie să fie cît mai apropiată de aceea a triunghiurilor echilaterale;

— numărul punctelor proiectate trebuie să fie cel care realizează densitatea cerută, (un punct la 200—400 ha).

— punctele alese să fie perfect staționabile și pe cît posibil ușor accesibile;

— punctele alese să poată fi folosite cît mai avantajos la îndesirea rețelei.

BCU IASI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În general, primele patru condiții se au în vedere la întocmirea proiectului rețelei pe hartă, iar ultimele două, cu observarea atentă a îndeplinirii primelor două, se au în vedere cu ocazia recunoașterii și definitivării proiectului la teren.

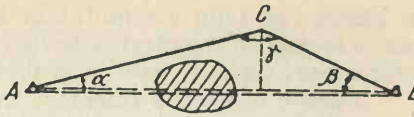


Fig. 2.161 — Baza frîntă

În privința bazelor se precizează că ele trebuie să fie perfect măsurabile, adică terenul să fie de șes eventual numai puțin înclinat, ușor de parcurs și ușor de măsurat pe cale directă. Dar astfel cu laturi ale triangulației, care să îndeplinească bine condițiile bazelor nu se pot găsi întotdeauna. În asemenea situații se va căuta o lungime măsurabilă în bune condiții, funcție de care să poată fi calculată o latură a triangulației. În practică problema se rezolvă mai adesea printr-o bază frîntă sau printr-o bază scurtă.

Baza frîntă. Dacă latura triangulației AB nu poate fi măsurată direct însă se poate găsi un punct C (cît mai aproape de aliniamentul AB) în așa fel încît să fie măsurabile atît lungimile AC și CB cît și unghiurile α, β și γ, latura AB poate fi calculată (fig. 2.161).

Baza scurtă. Dacă latura AB nu poate fi măsurată direct însă se poate găsi o distanță transversală (pe cît posibil perpendiculară) măsurabilă MN (fig. 2.162), latura AB se obține în bune condiții prin calcul chiar dacă latura măsurabilă este mai scurtă (pînă la $\frac{1}{4}$ din AB) cu condiția să fie bine măsurabile și unghiurile de pe figură α, β, γ și δ.

Parcurgînd terenul cu harta în mînă pentru definitivarea proiectului se stabilește cu exactitate nu numai locul ci și semnalul ce va trebui plantat.

În privința semnalelor și a bornelor sînt de avut în vedere cele arătate la paragrafele 2.00, 2.01, 2.02 și 2.401.

Așadar, proiectul se definitivează la teren în așa fel încît rețeaua să fie nu numai determinabilă dar să se obțină în condiții cît mai economice. Cu plantarea semnalelor se încheie prima fază de lucrări și începe faza măsurătorilor.

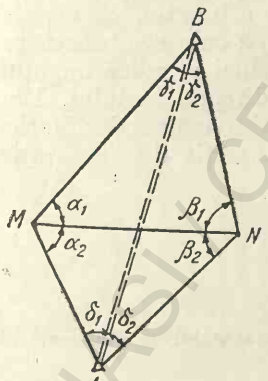


Fig. 2.162 — Baza scurtă

2.512. Efectuarea măsurătorilor. Măsurarea unghiurilor. Unghiurile se măsoară în general cu teodolite de tip T_2 cu două reiterații. Cu același instrument se măsoară și unghiurile privind baza, dacă este o bază scurtă sau frîntă.

Măsurarea bazelor. Bazele se măsoară de obicei cu panglica de oțel de trei ori (de două ori dus și o dată întors). Bineînțeles că valorile obținute trebuie să se încadreze în toleranțe.

În cazuri speciale, pe care instrucțiunile le prevăd, măsurarea bazelor se face cu firul de invar în condiții specifice.

Măsurarea orientării unei laturi. De obicei măsurarea orientării unei laturi, funcție de care să se calculeze apoi orientările tuturor laturilor triangulației cu ajutorul unghiurilor măsurate, se face

cu busola așa cum s-a arătat în figura 2.38. Pentru lucrări cu caracter local o asemenea orientare este de cele mai multe ori suficientă pentru orientarea unei rețele de sprijin și deci a unui plan.

Dacă o asemenea orientare nu este socotită suficient de precisă și se cere o orientare precisă a rețelei de sprijin, va fi necesar să se măsoare, la teren, orientarea geografică de obicei a două sau trei laturi. Acest lucru se întîmplă în special atunci cînd rețeaua se desfășoară într-un lanț lung de triunghiuri cînd se cere măsurarea cît mai exactă a cîte unei laturi la cele două capete și eventual a unei laturi la mijlocul rețelei.

Se cunosc mai multe metode pentru determinarea orientării geografice a unei direcții la teren, toate întemeindu-se pe fenomenul rotirii pămîntului în jurul axei sale. Din cauza aceasta toate corpurile cerești fac impresia că descriu o traiectorie și în special soarele face impresia că răsare, se înalță, coboară și apune. În momentul cînd astrul luat în considerare se găsește pe cer în punctul cel mai înalt, adică în momentul cînd s-a terminat ascensiunea și începe coborîrea, în acel moment astrul se găsește în planul meridian al locului. Prin urmare, pentru determinarea pe teren a direcției meridianului geografic ar fi suficient să se vizeze un astru în momentul cînd se găsește în punctul cel mai înalt pe cer și să se proiecteze viza pe teren. Dar tocmai acel moment nu este cunoscut sau nu este cunoscut cu precizie suficientă.

Determinarea orientării geografice a unei direcții prin observarea soarelui. Pentru stabilirea momentului trecerii soarelui la meridian este suficient să se vizeze soarele în două poziții simetrice față de meridian adică simetrice față de poziția cea mai înaltă. Criteriul vizării în poziții simetrice este unghiul vertical. Prin urmare dacă soarele va fi vizat spre exemplu dimineața în jurul orei 9 sub unghiul vertical v și se va viza din nou după-masă, în coborîre, sub același unghi v (acest lucru se va întîmpla în jurul orei 3 p. m., simetrică față de ora locală a prînzului) direcția meridianului se obține pe direcția medie a celor două vize.

Așadar: se staționează cu teodolitul în A în jurul orei 9, se vizează la B (fig. 2.163) și se citește limbul. Apoi se vizează soarele în poziția a (antemeridian) și se citește iar limbul, cercul vertical v și ora observației. Fără a modifica înclinarea lunetei se așteaptă ora de după-masă cînd soarele coborînd va putea fi vizat din nou sub înclinarea v a lunetei. Se citește din nou limbul în poziția p (post meridian) și ora. După cum se observă pe figură se obțin unghiurile α_a și α_p a căror medie dă tocmai α, adică unghiul pe care-l face latura AB cu meridianul geografic, direcția sudului. Din cauza înclinării ecuatorului față de elipsă, adică din cauza declinației solare, este necesar ca unghiului α să i se aducă o corecție de declinație a cărei expresie este:

$$c = \pm \frac{t \cdot \Delta_d}{\cos \varphi \sin 15\, t}$$

în care:

$t = \frac{t_2 - t_1}{2}$, adică jumătatea timpului scurs între observarea soarelui de dimineață și de după-masă;

Δd este variația declinației soarelui timp de o oră; se extrage din anuarul astronomic;

φ este latitudinea locului.

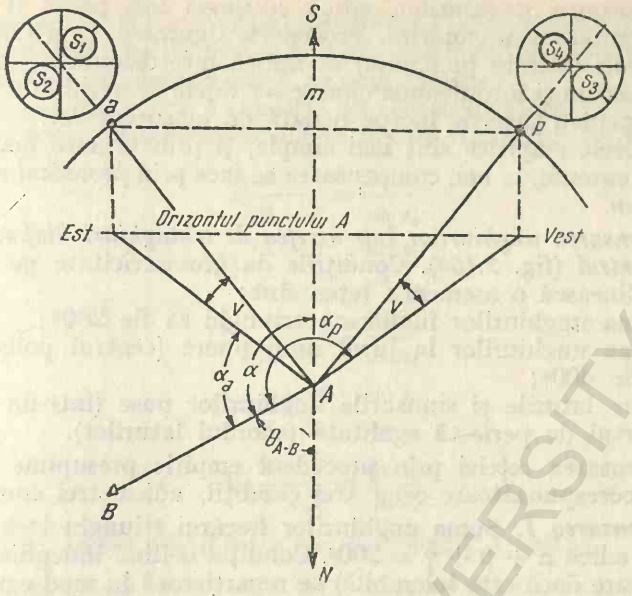


Fig. 2.163 — Determinarea orientării cu soarele

Semnul corecției va fi pozitiv în perioada 21 iunie — 21 decembrie și negativ între 21 decembrie — 21 iunie.

După cum arată schița, orientarea laturii AB, adică unghiul pe care-l face latura AB cu direcția nordului se obține scăzînd unghiul α_c din 200^g. Precizăm, se scade unghiul α_c corectat adică $\theta_{AB} = 200^g - \alpha_c$.

Pentru ca asemenea observații să fie posibile este necesar ca în ziua respectivă să nu fie nor, adică să fie o zi cu soare, apoi vizarea soarelui nu este tocmai ușoară din cauza intensității luminoase și din cauza dimensiunilor lui mari. De aceea va fi necesar ca vizarea să se facă printr-un ecran special sau în lipsa lui printr-un geam afumat ce se așază în fața obiectivului lunetei, iar vizarea se va face nu central, ci tangent la firele reticulare, ceea ce înseamnă că pentru poziția *a* se fac două vize în două cadrane opuse, iar pentru poziția *p* de asemenea două vize în celelalte cadrane corespunzător cu direcția de ascensiune respectiv de coborîre a soarelui în lunetă.

Față de observațiile asupra soarelui, cele ce se fac cu diverși aștri au avantajul că nu necesită cîte două vize pentru fiecare poziție și că nu necesită aplicarea corecției de declinație, însă există inconvenientele legate de observațiile de noapte.

Există aparate moderne cum ar fi prisma meridiană Wild ce se aplică pe obiectivul lunetei teodolitului și vizînd steaua polară se obține de-a dreptul direcția nordului geografic sau prisma Roelofs, cu ajutorul căreia soarele se vizează perfect central.

2.513. Calculul triangulației. 2.5130. *Compensarea unghiurilor.* Deși măsurarea unghiurilor rețelei se face cu multă atenție, valorile obținute sînt afectate de erori. Rețeaua negeometrică obținută din măsurători, este supusă unui calcul de compensare (geometrizare).

Compensarea unghiurilor, adică corijarea lor, poate fi făcută prin procedee riguroase sau empirice. Procedeele riguroase, ce utilizează metoda celor mai mici pătrate (m.c.m.p.) se aplică întotdeauna în cazul reţelelor geodezice precum şi întotdeauna cînd se cer reţele de sprijin de mare precizie cînd grija pentru precizie începe o dată cu măsurătorile.

Procedeele empirice sînt mai simple, şi prin urmare mai expeditive. În lucrările curente, la noi, compensarea se face prin *procedeul empiric Lehagre-Broniman.*

Compensarea unghiurilor într-o reţea de triunghiuri dispuse în poligon cu punct central (fig. *2.164*). Condiţiile de geometricitate pe care trebuie să le îndeplinească o asemenea reţea sînt:

— suma unghiurilor în fiecare triunghi să fie 200^g;

— suma unghiurilor în jurul unui punct (centrul poligonului) (fig. 2.164) să fie 400^g;

— între laturile şi sinusurile unghiurilor puse (într-un triunghi) să existe raportul de perfectă egalitate (acordul laturilor).

Compensarea reţelei prin procedeul empiric presupune trei operaţii de calcule corespunzătoare celor trei condiţii, adică trei compensări.

Compensarea I. Suma unghiurilor fiecărui triunghi trebuie să totalizeze 200^g, adică $\alpha + \beta + \gamma = 200^g$. Condiţia nefiind îndeplinită, diferenţa (numită eroare dacă este tolerabilă) se repartizează în mod egal şi cu semn schimbat celor trei unghiuri α, β şi γ. Operaţia de corijare a unghiurilor se face în fiecare triunghi al reţelei, dacă nu este depăşită toleranţa T_1 dată de instrucţiuni. Cu unghiurile astfel corijate se trece la compensarea a doua.

Compensarea a II-a. Suma unghiurilor în jurul unui punct trebuie să fie totdeauna egală cu 400 adică:

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5 = 400^g.$$

Iniţial, această condiţie era îndeplinită, întrucît unghiurile γ au rezultat din staţionarea în centrul poligonului şi din vizarea tuturor punctelor. A existat deci închiderea în tur de orizont şi s-a făcut reducerea la viza de referinţă (compensarea în tur de orizont). După compensarea I însă, toate unghiurile s-au modificat, inclusiv unghiurile la centru (γ).

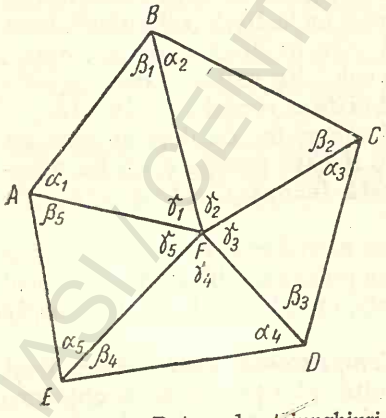


Fig. 2.164 — Reţea de triunghiuri în poligon cu punct central

Diferenţa care desparte suma unghiurilor noi, de la centru, de 400^g, se împarte în 5 dacă nu depăşeşte toleranţa T_2 şi se repartizează în mod egal şi cu semn schimbat fiecărui unghi din centrul poligonului, pentru a se restabili egalitatea între suma unghiurilor şi 400^g.

Prin aceasta însă se modifică echilibrul, din fiecare triunghi în parte, stabilit de compensarea I. Corecţia aplicată unghiurilor γ se transmite în părţi egale şi de sens contrar unghiurilor α şi β luate împreună pentru a se respecta şi condiţia de compensare I.

BCU IAŞI CENTRU DE CARTE LIBRARY

Compensarea a III-a (acordul laturilor). Plecînd de la o latură cunoscută a triangulației și calculîndu-le pe toate celelalte, la închiderea pe baza de plecare trebuie să rezulte exact aceeași valoare.

În mod practic, această condiție nu este îndeplinită.

Dacă se scrie relația sinusurilor în fiecare triunghi:

$$\begin{aligned}
&\text{I)}\ \frac{A-F}{B-F}=\frac{\sin\beta_1}{\sin\alpha_1}\\
&\text{II)}\ \frac{B-F}{C-F}=\frac{\sin\beta_2}{\sin\alpha_2}\\
&\text{III)}\ \frac{C-F}{D-F}=\frac{\sin\beta_3}{\sin\alpha_3}\\
&\text{IV)}\ \frac{D-F}{E-F}=\frac{\sin\beta_4}{\sin\alpha_4}\\
&\text{V)}\ \frac{E-F}{A-F}=\frac{\sin\beta_5}{\sin\alpha_5}
\end{aligned}\qquad (2.113)$$

Înmulțind aceste relații între ele, pe coloană, rezultă:

$$\frac{(A-F)\cdot(B-F)\cdot(C-F)\cdot(D-F)\cdot(F-F)}{(B-F)\cdot(C-F)\cdot(D-F)\cdot(E-F)\cdot(A-F)}=\frac{\sin\beta_1\cdot\sin\beta_2\cdot\sin\beta_3\cdot\sin\beta_4\cdot\sin\beta_5}{\sin\alpha_1\cdot\sin\alpha_2\cdot\sin\alpha_3\cdot\sin\alpha_4\cdot\sin\alpha_5}=1 \quad (2.114)$$

Așadar, produsul sinusurilor de același nume (α) cu produsul sinusurilor de nume contrar (β) trebuie să fie egal.

Pentru a satisface această condiție, se va aplica o corecție x tuturor unghiurilor α și aceeași corecție, de sens invers, tuturor unghiurilor β. Prin urmare vom avea $\sin(\alpha+x)$ și $\sin(\beta-x)$.

Corecția x se determină prin calcul. Prin aplicarea corecției x, relația de mai sus devine:

$$\sin(\alpha_1+x)\cdot\sin(\alpha_2+x)\ldots\sin(\alpha_5+x)=\sin(\beta_1-x).\ \sin(\beta_2-x)\ldots\sin(\beta_5-x). \quad (2.115)$$

Dezvoltînd în serie Taylor:

$$\sin(\alpha+x)=\sin\alpha+x\frac{d\sin\alpha}{d\alpha}+\ldots=\sin\alpha+x\Delta\alpha \quad (2.116)$$

unde $\Delta\alpha$ este tocmai diferența tabelară, (creșterea sinusului unghiului α) ce se ia direct din tabele, din dreptul valorii naturale a sinusului căutat și obținem:

$$\begin{aligned}
&\sin(\alpha_1+x)=\sin\alpha_1+x\Delta\alpha_1\\
&\sin(\alpha_2+x)=\sin\alpha_2+x\Delta\alpha_2\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\sin(\alpha_n+x)=\sin\alpha_n+x\Delta\alpha_n
\end{aligned}\qquad (2.117)$$

Produsul termenilor din prima coloană reprezintă tocmai primul membru al egalității (2.115).

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Efectuînd produsele pe coloane şi renunţînd la termenii care conţin pe $\Delta\alpha$ la puteri mai mari ca 1, ca fiind foarte mici, şi înmulţind fiecare termen care conţine pe $\Delta\alpha$ de un indice, cu $\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha}$ de acelaşi indice [pentru simetrie, obţinem:

$$\sin(\alpha_1 + x) \cdot \sin(\alpha_2 + x) \ldots \sin(\alpha_n + x) = \sin\alpha_1 \cdot \sin\alpha_2 \ldots \sin\alpha_n + x\frac{\Delta\alpha_1}{\sin\alpha_1} \sin\alpha_1 \cdot \sin\alpha_2 \ldots \sin\alpha_n + \tag{2.118}$$

$$x \cdot \frac{\Delta\alpha_2}{\sin\alpha_2} \cdot \sin\alpha_1 \cdot \sin\alpha_2 \ldots \sin\alpha_n + \ldots + x \cdot \frac{\Delta\alpha_n}{\sin\alpha_n} \cdot \sin\alpha_1 \cdot \sin\alpha_2 \ldots$$

$$\ldots \sin\alpha_n + \ldots$$

Notînd pentru uşurinţă:

$$\sin\alpha_1 \cdot \sin\alpha_2 \ldots \sin\alpha_n = P\alpha, \tag{2.119}$$

$$\frac{\Delta\alpha_1}{\sin\alpha_1} + \frac{\Delta\alpha_2}{\sin\alpha_2} + \ldots + \frac{\Delta\alpha_n}{\sin\alpha_n} = \Sigma\frac{\Delta\alpha}{\sin\alpha} = S\alpha, \tag{2.120}$$

rezultă pentru membrul întîi:

$$P\alpha + x\frac{\Delta\alpha_1}{\sin\alpha_1} P\alpha + x\frac{\Delta\alpha_2}{\sin\alpha_2} P\alpha + \ldots + x\frac{\Delta\alpha_n}{\sin\alpha_n} P\alpha \tag{2.121}$$

Făcînd aceleaşi consideraţii şi pentru membrul al doilea al egalităţii şi dînd factor comun în primul membru pe $xP\alpha$ şi în membrul al doilea pe $-xP\beta$ şi folosind notaţia de mai sus, relaţia devine:

$$P\alpha + xP\alpha S\alpha = P\beta - xP_\beta S_\beta. \tag{2.122}$$

de unde:

$$x = \frac{P\beta - P\alpha}{P\alpha \cdot S\alpha + P\beta \cdot S\beta}. \tag{2.123}$$

Corecţia, ce nu trebuie să depăşească toleranţa admisibilă T_3, se adună algebric unghiurilor α şi se scade unghiurilor β potrivit relaţiei (2.115).

După această a treia compensare, se verifică dacă condiţia $P\alpha = P_\beta$, este sau nu riguros îndeplinită.

De reţinut că diferenţa tabelară se ia cu semnul ei. În cadranul al doilea sinusul descreşte, deci diferenţa tabelară va fi luată negativ.

Toate cele trei compensări se fac pe un formular special (tabelul 2.10).

Unghiurile sînt cele luate de pe teren, după ce s-a făcut compensarea în staţie (reducerea închiderii la viza de referinţă) şi media lor.

În coloana *1* se trece denumirea unghiurilor, iar în coloana *2* unghiurile propriu-zise şi suma lor pentru fiecare triunghi în parte. Din această sumă rezultă diferenţa de închidere la 200^g. Această diferenţă se împarte la 3 şi se trece în dreptul fiecărui unghi în coloana *3* la compensarea I.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În coloana *4* se efectuează compensarea I, deci suma unghiurilor în triunghi va fi egală cu 200^g.

Cu coloana *5* începe compensarea a II-a, se verifică suma unghiurilor şi diferenţa se împarte egal (cu rotunjire la o secundă) la numărul unghiurilor. Pentru a se păstra şi condiţia ca suma unghiurilor să fie egală cu 200^g în fiecare triunghi, se aplică corecţii şi unghiurilor α şi β.

În coloana *6* se face această compensare. Acum suma unghiurilor este egală cu 200^g în fiecare triunghi, iar la centru suma lor este egală cu 400^g.

Compensarea a III-a se face pe mai multe coloane. Se lucrează cu unghiurile rezultate după a doua compensare.

În coloana *8* se trec valorile naturale ale sinusurilor de α, iar în coloana *9* diferenţele tabelare ale sinusurilor respective cu semnul lor. În coloana *10* se face raportul între coloana *9* şi *8*, adică între diferenţele tabelare şi sinusul respectiv cu semnul rezultat.

Aceste operaţii se fac pentru α în fiecare triunghi în parte, apoi în josul coloanei *8* se face produsul tuturor sinusurilor de α şi se înscrie $P\alpha$. Suma tuturor termenilor din coloana *10*, efectuată algebric, este $S\alpha$ şi se trece în josul coloanei. Aceleaşi operaţii specifice pentru coloanele *8*, *9* şi *10* referindu-se la unghiul α, se efectuează şi în coloanele *11*, *12* şi *13* pentru unghiul β.

În coloana *14* apar corecţiile care se aplică unghiurilor α şi β şi care sînt egale şi de semn contrar. Aceste corecţii se obţin cu relaţia (2.123), cu ajutorul termenilor $P\alpha$, $S\alpha$, P_β şi S_β calculaţi în josul coloanelor *8*, *10*, *11* şi *13*. Dacă P_β este mai mare decît $P\alpha$ semnul corecţiei ce se va aplica unghiurilor α va fi pozitiv, iar corecţia care se va aplica unghiurilor β negativ.

După aplicarea corecţiei în coloana *14*, se obţin unghiurile definitiv compensate în coloana *15*. Pentru control va trebui făcută verificarea, ($P_\beta = P\alpha$), cu unghiurile compensate.

Dacă reţeaua de triunghiuri are o desfăşurare mai mare, metoda se aplică în continuare, însă unghiurile o dată compensate rămîn definitive, urmînd ca restul reţelei să fie ajustată după primul poligon.

Compensarea unghiurilor în patrulater (fig. 2.165). Dacă reţeaua canevasului este formată dintr-un lanţ de patrulatere, compensarea se face separat în fiecare patrulater în parte.

Compensarea I. Suma unghiurilor într-un patrulater trebuie să fie egală cu 400^g, deci:

$$\alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2 + \beta_2 + \alpha_3 + \beta_3 + \alpha_4 + \beta_4 = 400^g.$$

Dacă condiţia nu este îndeplinită, diferenţa va fi corijată celor opt unghiuri, în mod egal. Însumînd din nou cele opt unghiuri interioare, trebuie să dea exact 400^g.

Calculul se face de asemenea pe tablou.

Însumarea unghiurilor iniţiale se face chiar în coloana *2* iar diferenţa, în coloana *3*

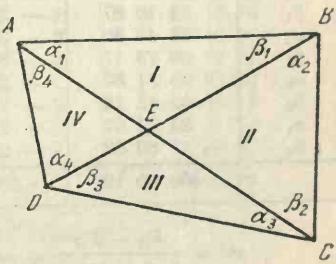


Fig. 2.165 — Reţea de triunghiuri în patrulater

Tabelul 2.10

Schița	Denumirea unghiurilor	Unghiuri citite	Compensarea I	Unghiuri după compensarea I	Compensarea II	Unghiuri după compensarea II
1	2	3	4	5	6	7
	α_1	42 04 39	+ 5	42 04 44	+1	42 04 45
	γ_1	98 65 78	+ 5	98 65 83	−1	98 65 82
	β_1	59 29 69	+ 4	59 29 73		59 29 73
	Σ	199 99 86	+14	200 00 00		200 00 00
	α_2	82 36 48	− 3	82 36 45	+1	82 36 46
	γ_2	59 72 32	− 2	59 72 30	−1	59 72 29
	β_2	57 91 28	− 3	57 91 25		51 91 25
	Σ	200 00 08	− 8	200 00 00		200 00 00
	α_3	62 20 40	− 3	62 20 37		62 20 37
	γ_3	68 18 50	− 3	68 18 47	−1	68 18 46
	β_3	69 61 19	− 3	69 61 16	+1	69 61 17
	Σ	200 00 09	− 9	200 00 00		200 00 00
	α_4	105 08 82	+ 6	105 08 88	+1	105 08 89
	γ_4	56 83 42	+ 6	56 83 48	−1	56 83 47
	β_4	38 07 58	+ 6	38 07 64		38 07 64
	Σ	199 99 82	+18	200 00 00		200 00 00
	α_5	31 40 82	− 1	31 40 81		31 40 81
	γ_5	116 59 98	− 1	116 59 97	−1	116 59 96
	β_5	51 99 23	− 1	51 99 22	+1	51 99 23
	Σ	200 00 03	− 3	200 00 00		200 00 00

$$x^{cc} = \frac{P\beta - P\alpha}{P\alpha \cdot S\alpha + P\beta \cdot S\beta} = \frac{0{,}230903 - 0{,}230888}{6{,}30 \cdot 0{,}230888 + 6{,}98 \cdot 0{,}230903} = \frac{+15}{1{,}45 + 1{,}61} = \frac{+15}{3{,}06} = 5^{cc}$$

$P\beta > P\alpha$ deci corecția se scade din β și se adaugă la α.

Tabelul 2.11

Unghiuri	Unghiuri citite	Comp. I	Unghiuri după comp. I	Comp. II	Unghiuri după comp. II.	sin α
1	2	3	4	5	6	7
α_1	72 12 28	− 3	72 12 25	−5	72 12 20	0,905641
β_1	44 10 87	− 2	44 10 85	−4	44 10 81	—
α_2	55 49 80	− 3	55 49 77	+5	55 49 82	0,765465
β_2	60 73 17	− 3	60 73 14	+5	60 73 19	—
α_3	40 91 80	− 2	40 91 78	+2	40 91 80	0,599390
β_3	42 85 18	− 2	42 85 16	+3	42 85 19	—
α_4	35 87 57	− 2	35 87 55	−3	35 87 52	0,534170
β_4	47 89 52	− 2	47 89 50	−3	47 89 47	—
	400 00 19	−19	400 00 00		400 00 00	$P = 0{,}221957$

$$x^{cc} = \frac{P\beta - P\alpha}{P\alpha S\alpha + P\beta S\beta} = \frac{0{,}221963 - 0{,}221957}{0{,}221957 \times 6{,}64 + 0{,}221963 \times 6{,}67} = \frac{6}{2{,}95} = 2^{cc}$$

Deoarece $P\beta > P\alpha$, corecția va fi pozitivă pentru unghiurile α și negativă pentru β.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

COMPENSAREA UNGHIURILOR ÎN REȚEAUA DE TRIUNGHIURI DISPUSE ÎN POLIGON CU PUNCT CENTRAL

sin α	Diferența tabulară sin α	Dif. tab. sin / sin α	sin β	Dif. tabulară / sin β	Dif. tab. sin / sin β	Compens. III	Unghiuri definitive g c cc
8	9	$10 = -\frac{9}{8}$	11	12	$13 = \frac{12}{11}$	14	15
0,613459	1,24	2,02				+5	42 04 50
							98 65 82
			0,802480	0,94	1,17	−5	59 29 68
							200 00 00
0,961875	0,43	0,45				+5	82 36 51
							59 72 29
			0,789312	0,96	1,21	−5	57 91 20
							200 00 00
0,828875	0,86	1,04				+5	62 20 42
							68 18 46
			0,888220	0,72	0,81	−5	69 61 12
							200 00 00
0,996807	−0,12	−0,12				+5	105 08 94
							56 83 47
			0,563075	1,30	2,31	−5	38 07 59
							200 00 00
0,473585	1,38	2,91				+5	31 40 86
							116 59 96
			0,728885	1,08	1,48	−5	51 99 18
$P\alpha = 0,230888$		$S\alpha = 6,30$	$P\beta = 0,230903$		$S\beta = 6,98$		200 00 00

Verificarea valorilor definitive:

$P\alpha = 0,613465 \times 0,961877 \times 0,828879 \times 0,996806 \times 0,473592 = 0,230895$

$P\beta = 0,802475 \times 0,789307 \times 0,888217 \times 0,563069 \times 0,728881 = 0,230895$

COMPENSAREA UNGHIURILOR ÎNTR-UN PATRULATER, APLICAȚIE NUMERICĂ

Δα	Δα / sin α	sin β	Δβ	Δβ / sin β	Compens. III	Unghiuri definitive
8	9	10	11	12	13	14
0,67	0,74	—	—	—	+2	72 12 22
—	—	0,638731	1,21	1,90	−2	44 10 79
1,26	2,10	—	—	—	+2	55 49 84
—	—	0,815721	1,23	1,97	−2	60 73 17
1,01	1,31	—	—	—	+2	40 91 82
—	—	0,623426	0,91	1,12	−2	42 85 17
1,33	2,49	—	—	—	+2	35 87 54
—	—	0,683340	1,15	1,68	−2	47 89 45
	$S = 6,64$			$S = 6,67$		400 00 00

Verificarea egalității produselor de sinusuri ale unghiurilor definitive.

$P\alpha = 0,905\,643 \times 0,765\,467 \times 0,599\,392 \times 0,534\,173 = 0,221\,960$

$P\beta = 0,638\,729 \times 0,815\,718 \times 0,623\,423 \times 0,683\,338 = 0,221\,960$

deci: $P\beta = P\alpha$

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

a tabelului. În coloana *4* sînt trecute unghiurile compensate. Suma lor va fi exact 400^g.

Compensarea a II-a. Diagonalele patrulaterului separă triunghiurile care au unghiuri opuse la vîrf, astfel că se poate scrie:

$$\alpha_1 + \beta_1 = \alpha_3 + \beta_3$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = \alpha_4 + \beta_4$$

Condiția nefiind îndeplinită, diferența se împarte la patru — numărul unghiurilor care intră în calcul — și se aplică în triunghiurile respective, cu semn schimbat. Corecțiile se trec în coloana *5*, fiind egale și de semn contrar în triunghiurile *I* și *III*, de asemenea și în triunghiurile *II* și *IV*. Compensarea a II-a nu modifică compensarea I.

Compensarea a III-a. Considerînd și punctul convențional *E* de intersecție a diagonalelor, se pot aplica relațiile dintre laturile triunghiurilor și sinusurile unghiurilor opuse, în fiecare din cele patru triunghiuri formate de diagonalele patrulaterului cu laturile acestuia, întocmai ca în cazul precedent.

În final se ajunge la relația (2.123).

$$x = \frac{P\beta - P\alpha}{P\alpha \cdot S\alpha + P\beta \cdot S\beta}$$

2.5131. **Calculul orientărilor laturilor.** Orientările sînt necesare pentru a se putea calcula coordonatele punctelor de triangulație. Calculul orientărilor se face în funcție de orientarea măsurată a unei laturi și unghiurile (compensate) pe care le fac laturile între ele.

Făcînd referire la figura 2.166, construită după figura 2.164, unde se consideră cunoscută orientarea laturii AB și avînd în vedere cele arătate la calculul orientărilor la intersecții și mai ales la drumuiri rezultă:

$$\theta_{BC} = \theta_{AB} \pm 200^g - (\beta_1 + \alpha_2)$$

$$\theta_{CD} = \theta_{BC} \pm 200^g - (\beta_2 + \alpha_3)$$

$$\theta_{DE} = \theta_{CD} \pm 200^g - (\beta_3 + \alpha_4)$$

$$\theta_{EA} = \theta_{DE} \pm 200^g - (\beta_4 + \alpha_5)$$

$$\theta_{AB} = \theta_{EA} \pm 200^g - (\beta_5 + \alpha_1)$$

și

$$\theta_{AF} = \theta_{AB} + \alpha_1$$

$$\theta_{FA} = \theta_{AF} \pm 200^g$$

$$\theta_{FB} = \theta_{FA} + \gamma_1$$

$$\theta_{FC} = \theta_{FB} + \gamma_2$$

$$\theta_{FD} = \theta_{FC} + \gamma_3$$

$$\theta_{FE} = \theta_{FD} + \gamma_4$$

$$\theta_{FA} = \theta_{FE} + \gamma_5$$

Deoarece rețeaua este geometrizată, la control trebuie să se obțină valoarea de plecare exactă.

2.5132. **Calculul laturilor.** Calculul propriu-zis al laturilor unei rețele de triangulație începe cu reducerea la orizont a laturii măsurate și bineînțeles cu calculul primei laturi în cazul cînd s-a măsurat o bază frîntă sau o bază scurtă.

BCU CLUJ / CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

În cazul *bazei frînte* (fig. 2.161), latura (baza) AB se calculează o dată prin proiecția laturilor măsurate AC și BC pe AB și o dată cu relația lui Pitagora generalizată adică.

$$AB = AC \cdot \cos\alpha + BC \cdot \cos\beta \qquad (2.124)$$

$$AB = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \cos\gamma} \qquad (2.125)$$

Dacă diferența se încadrează în toleranțe, la distanța AB, este semn că măsurătorile și calculele s-au făcut în bune condiții, iar prin facerea mediei se obține o valoare mai probabilă.

În cazul *bazei scurte* (fig. 2.162), latura (baza) AB poate fi exprimată în funcție de laturile BN, BM, AM și AN care în prealabil pot fi calculate în funcție de baza MN. Întregul calcul se face aplicînd teorema sinusului în triunghiurile AMN și BMN apoi, în triunghiul AMB și ANB.

Cele patru posibilități de calcul sînt date în tabelul 2.12 unde în coloana *3* se obțin cele patru rînduri de valori prin înlocuirea elementelor din coloana *2* în coloana *1*. Se observă că în coloana *3* latura AB se obține totdeauna în funcție de baza scurtă MN și în funcție de o parte din cele opt unghiuri măsurate. Desigur că cele patru valori obținute în coloana *3* nu pot diferi peste limitele toleranțelor. Lungimea definitivă a laturii AB se obține din media aritmetică a celor patru valori.

Unghiurile utilizate în acest calcul sînt compensate numai în stație nu și în patrulaterul $AMBN$. Tocmai din această cauză se obțin rezultate cu oarecare diferențe în coloana *3*. Dacă figura este în prealabil compensată, adică geometrizată, toate cele patru relații ar da exact același rezultat.

Calculul laturilor propriu-zise ale rețelei de triangulație se face cu ajutorul relației sinusului în triunghiuri oarecare.

În triunghiul I din figura 2.164 se poate scrie:

$$\frac{AB}{\sin\gamma_1} = \frac{AF}{\sin\beta_1} = \frac{BF}{\sin\alpha_1} \qquad (2.124)$$

Dacă se cunoaște baza AB, celelalte laturi vor fi:

$$AF = \frac{AB}{\sin\gamma_1} \cdot \sin\beta_1 = M_1 \sin\beta_1$$

$$BF = \frac{AB}{\sin\gamma_1} \cdot \sin\alpha_1 = M_1 \cdot \sin\alpha_1 \qquad (2.125)$$

Deci calculul laturilor în fiecare triunghi se face în funcție de unghiurile cunoscute (compensate) și latura cunoscută.

Fiecare latură în parte se obține din produsul modulului, M_1 înmulțit

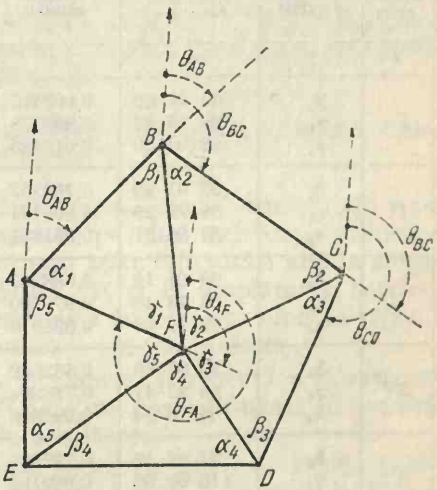


Fig. 2.166 — Calculul orientărilor laturilor

Tabelul 2.12. CALCULUL LATURILOR TRIANGULAȚIEI ÎN FUNCȚIE DE BAZA SCURTĂ

	1	2	3
1	$AB = AM \dfrac{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \gamma_1}$	$AM = MN \dfrac{\sin \beta_2}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}$	$AB = MN \dfrac{\sin \beta_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \gamma_1 \sin(\delta_1 + \delta_2)}$
2	$AB = AN \dfrac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \gamma_2}$	$AN = MN \dfrac{\sin \alpha_2}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}$	$AB = MN \dfrac{\sin \alpha_2 \sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \gamma_2 \sin(\delta_1 + \delta_2)}$
3	$AB = BM \dfrac{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \delta_1}$	$BM = MN \dfrac{\sin \beta_1}{\sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$	$AB = MN \dfrac{\sin \beta_1 \sin(\alpha_1 + \alpha_2)}{\sin \delta_1 \sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$
4	$AB = BN \dfrac{\sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \delta_2}$	$BN = MN \dfrac{\sin \alpha_1}{\sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$	$AB = MN \dfrac{\sin \alpha_1 \sin(\beta_1 + \beta_2)}{\sin \delta_2 \sin(\gamma_1 + \gamma_2)}$

cu sinusul unghiului laturii căutate. În fiecare triunghi va fi un modul ce rezultă din raportul laturii cunoscute supra sinusul unghiului opus ei. Astfel, din aproape în aproape, din triunghi în triunghi se calculează toate laturile rețelei și revenind pe latura de plecare trebuie să se găsească exact aceeași lungime, deoarece rețeaua este compensată.

Calculul se face sub formă tabelară. În tabelul 2.13 se dă calculul laturilor în cazul concret al rețelei compensate în tabelul 2.10 (cu unghiurile definitive) și cu baza $AF = 1588{,}62$ m, conform cu figura aproximativă 2.164. Modulul M_1 se obține din împărțirea laturii $AF = 1588{,}62$ m cu valoarea naturală a sinusului opus ei în triunghiul I, $\sin \gamma_1 = 0{,}802471$ și rezultă 1979,65 etc. Ultima latură în tabel, ce se calculează din aproape în aproape, este chiar latura de plecare AF. Închiderea este perfectă.

Tabelul 2.13. CALCULUL LATURILOR UNEI REȚELE DE TRIANGULAȚIE DUPĂ FIGURA 2.164

Triunghiul	Unghiul	Unghiurile definitive	Valoarea naturală a sin	Laturile	Lungimea laturilor 4×7	Modulul 6/4
1	2	3	4	5	6	7
I	β_1	59 29 68	0,802475	$F - A$	1 588,62	1 979,65
	γ_1	98 65 82	0,999778	$A - B$	1 979,21	1 979,65
	α_1	42 04 50	0,613465	$F - B$	1 214,45	1 979,65
II	β_2	57 91 20	0,789307	$F - B$	1 214,45	1 538,62
	γ_2	59 72 29	0,806451	$B - C$	1 240,82	1 538,62
	α_2	82 36 51	0,961877	$F - C$	1 479,96	1 538,62
III	β_3	69 61 12	0,888217	$F - C$	1 479,96	1 666,22
	γ_3	68 18 46	0,877700	$C - D$	1 462,44	1 666,22
	α_3	62 20 42	0,828879	$F - D$	1 381,09	1 666,22
IV	β_4	38 07 59	0,563069	$F - D$	1 381,09	2 452,80
	γ_4	56 83 47	0,778804	$D - E$	1 910,25	2 452,80
	α_4	105 08 94	0,996806	$F - E$	2 444,97	2 452,80
V	β_5	51 99 18	0,728881	$F - E$	2 444,97	3 354,41
	γ_5	116 59 96	0,966198	$E - A$	3 241,97	3 354,41
	α_5	31 40 86	0,473592	$F - A$	1 588,62	3 354,41

BCU IAȘI / CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

2.5133. **Calculul coordonatelor punctelor de triangulație.** Cunoscîndu-se orientările laturilor și lungimile lor se poate trece la calculul coordonatelor punctelor așa cum s-a arătat și la calculul drumuirilor (fig. 2.38). Pentru a se calcula coordonate absolute, nu numai relative, este necesar să se cunoască și coordonatele absolute ale unui punct. De obicei se dau coordonate arbitrare unui punct în așa fel încît toate punctele să intre în cadranul *I*, adică toate coordonatele ce se vor calcula, să fie pozitive.

Așadar, calculul coordonatelor punctelor de triangulație se va face pe un formular asemănător cu cel arătat în tabelul 2.9. Dacă se dau coordonate arbitrare punctului *A* din figura 2.164, coordonatele punctului *B* se vor calcula cu relațiile:

$$x_B = x_A + \Delta x_{AB} = x_A + d_{AB} \cdot \cos \theta_{AB}$$

$$y_B = y_A + \Delta y_{AB} = y_A + d_{AB} \cdot \sin \theta_{AB}$$

iar coordonatele punctului *C*;

$$x_C = x_B + d_{BC} \cdot \cos \theta_{BC}$$

$$y_C = y_B + d_{BC} \cdot \sin \theta_{BC}$$

Din aproape în aproape se vor obține coordonatele punctelor *D*, *E*, *F* și pentru control *A*.

Se observă că înlănțuirea operațiilor de calcul este identică cu cea de la calculul coordonatelor punctelor de drumuire, de aceea și în cazul acesta se spune că se calculează prin drumuire. Drumuirea trebuie să cuprindă toate punctele de triangulație, nu numai pe cele de pe contur.

Deoarece în final se ajunge iar la punctul de plecare este de reținut faptul că închiderea trebuie să se facă perfect, deoarece calculul se face într-o rețea geometrizată. O diferență de 1 sau 2 unități la ultima cifră este totuși admisibilă deoarece poate proveni din rotunjiri. Dacă închiderea se face perfect pe punctul de plecare înseamnă totodată că suma coordonatelor relative pe fiecare ax trebuie să fie nulă.

Notă. Îndesirea rețelei de sprijin determinată printr-o triangulație topografică se face prin intersecții, întocmai ca îndesirea unei rețele geodezice.

2.514. **Triangulațiile forestiere.** Închegarea unei triangulații pe suprafețe descoperite este de obicei ușoară, pe cînd existența pădurilor poate îngreuna lucrările. În astfel de situații apar dificultăți atît la alegerea punctelor propriu-zise ale triangulației, cît și la amplasarea bazelor. În regiuni accidentate este mai grea problema bazelor, pe cînd în regiuni de cîmpie și seș sînt mai greu de fixat punctele (de triangulație).

În cazul cînd densitatea normală de puncte, prevăzută prin instrucțiuni (de obicei un punct la 200 sau 400 ha), nu poate fi atinsă în condiții obișnuite, se va adopta una din soluțiile următoare.

Se va planta o triangulație mai rară. În loc de laturi de 1 000—2 000 m se vor crea triangulații cu laturi de 2, 3, 4 pînă la maximum 6—7 km.

Această soluţie este convenabilă însă îndesirea în continuare a punctelor pînă la distanţa de circa 2 km trebuie făcută prin intersecţii combinate, de asemenea greu de determinat.

Îndesirea punctelor în continuare pînă la o densitate de circa un punct la 100 sau 200 ha, adică la distanţe de 800—1 500 m, se poate face prin intersecţii.

Dacă trebuie, se vor construi piramide pentru a se asigura vizibilităţile necesare. Deoarece în general costul unei piramide creşte cu pătratul înălţimii, se vor evita pe cît posibil construcţiile înalte.

Într-un caz şi în altul, nu se va pregeta să se taie un număr oarecare de crăci sau chiar arbori, pentru a se realiza vizibilităţile necesare.

În terenuri accidentate problema se rezolvă mai uşor, fie plantînd semnalele la distanţe mai mari, fie doborînd un număr oarecare de arbori eventual construind piramide de înălţimi mijlocii sau mici. Uneori, canevasul de sprijin se poate determina fără a recurge la măsurile arătate, în parte sau în totalitatea lor.

În figura 2.167 se exemplifică cîteva triangulaţii în regiuni forestiere accidentate.

În regiuni de seş cu păduri înalte, problema se rezolvă de obicei construind piramide (2.168).

În toate situaţiile se vor avea în vedere eventualele ridicături ale terenului, poieni, tăieturi etc., proiectîndu-se, de la caz la caz, triangulaţia cea mai convenabilă, în funcţie de costul lucrării, timpul de execuţie şi condiţiile de precizie.

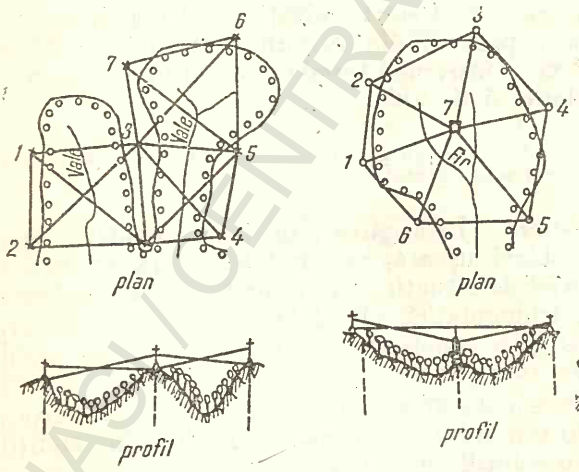


Fig. 2.167 — Triangulaţii forestiere în regiuni accidentate

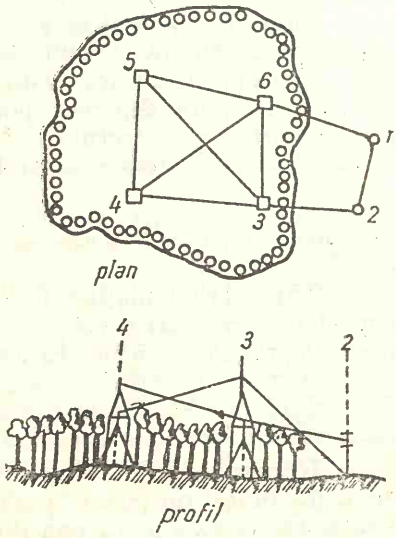


Fig. 2.168 — Triangulaţii forestiere în regiuni de şes

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2.52. DETERMINAREA UNEI REȚELE DE SPRIJIN PRIN DRUMUIRE

Dacă suprafața de ridicat este mai mică decît 100—200 ha și dacă nu există rețea de sprijin sau dacă cea existentă nu poate fi utilizată, metoda cea mai indicată pentru determinarea unei rețele de sprijin este metoda drumuirii. Pentru ca drumuirea să fie închegată și cu control, este necesar ca drumuirea să fie închisă pe punctul de plecare (fig. 2.169).

Mărimile ce se măsoară, într-o astfel de drumuire, sînt: lungimile laturilor drumuirii și unghiurile α pe care le fac laturile drumuirii între ele. Pentru a se putea calcula coordonatele este necesar să se poată calcula, mai întîi, orientările laturilor. În acest scop se măsoară, pe teren, orientarea unei laturi, de obicei pe cale magnetică. Calculul drumuirii se face întocmai ca la drumuirea sprijinită adică: reducerea distanțelor la orizont, calculul și compensarea orientărilor, calculul și compensarea coordonatelor relative și calculul coordonatelor absolute.

Dat fiind că închiderea se face pe punctul de plecare, această drumuire apare ca un caz particular al drumuirii sprijinite. Particularitatea, în ceea ce privește terenul, constă în aceea că nu se mai fac vize spre puncte depărtate, spre puncte ale rețelei de sprijin pentru a se obține vize de orientare, deoarece nu există asemenea puncte, și se măsoară doar unghiurile aliniamentelor plus orientarea magnetică a unei laturi.

Particularitatea, în ceeace privește calculul, constă în aceea că închiderea pe orientări și compensarea erorii de închidere pe orientare aici se poate face de-a dreptul asupra unghiurilor. Astfel suma unghiurilor:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = \Sigma\alpha = 200 \cdot n - 400$$

În cazul figurii 2.169 suma unghiurilor interioare trebuie să dea $200 \cdot 10 - 400 = 1\,600^g$. Eroarea de închidere, dacă este mai mică decît toleranța dată de expresia $T = 1^c50^{cc}\sqrt{n}$, se compensează, adică se împarte la n, își schimbă semnul și se aplică egal fiecărui unghi α. Adică $e = \Sigma\alpha - 1\,600^g$; $c = -\frac{e}{10}$ de unde unghiurile corectate vor fi $\alpha_1 + c$; $\alpha_2 + c$; ... $\alpha_{10} + c$. Calculul orientărilor cu unghiurile compensate va asigura o închidere perfectă pe latura de plecare *1—2*.

În calculul coordonatelor relative nu apare nimic deosebit însă suma lor pe x și pe y va trebui să fie nulă, deoarece închiderea se face pe punctul de plecare. Desigur că condiția $\Sigma\Delta x = 0$ și $\Sigma\Delta y = 0$ nu va fi îndeplinită. De aceea, erorile pe x și pe y care vor fi $e_x = \Sigma\Delta x$ și $e_y = \Sigma\Delta y$ se vor compensa întocmai ca la drumuirea sprijinită.

Coordonatele absolute ale punctelor de drumuire se vor calcula în funcție de

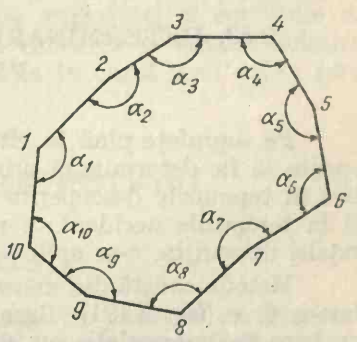


Fig. 2.169 — Drumuire închisă pe punctul de plecare

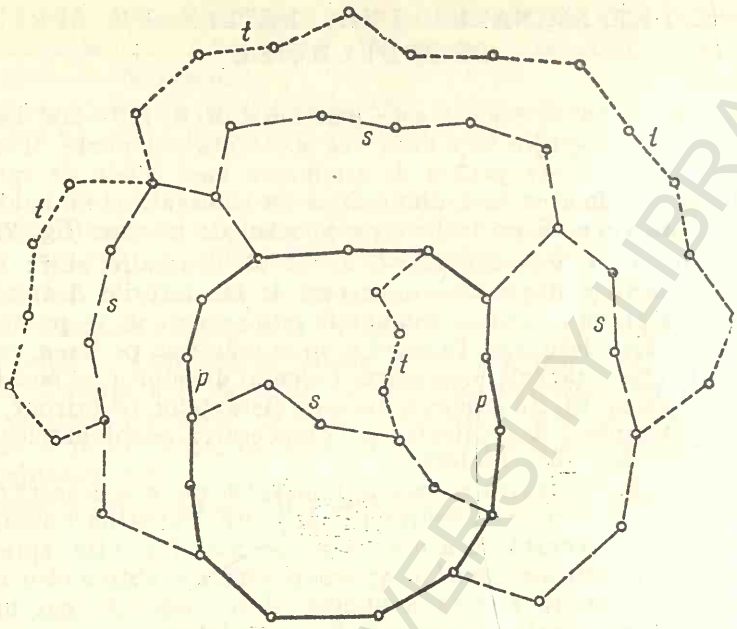


Fig. 2.170 — Rețea de sprijin realizată printr-o drumuire primară *p* cu drumuiri acolate: *s* — secundare și *t* — terțiare

relativele corectate și coordonatele arbitrare date punctului *1* în așa fel încît întreaga lucrare să fie cuprinsă în cadranul I.

Drumuirea astfel determinată poate constitui baza dezvoltării altor drumuiri secundare și chiar terțiare. Drumuirile secundare și terțiare pot avea chiar aspectul unor drumuiri acolate (fig. 2.170) exterior cu condiția ca suprafața exterioară cuprinsă de drumuirile acolate secundare să nu depășească 50% din suprafața închisă de drumuirea primară, iar drumuirile acolate terțiare să nu depășească 50% din drumuirile acolate secundare.

2.53. DETERMINAREA UNEI REȚELE DE SPRIJIN PRIN INTERSECȚII

Pe suprafețe pînă la cîteva sute de ha este convenabil ca rețeaua de sprijin să fie determinată prin intersecții. Metoda este convenabilă în special în terenurile descoperite pentru a se putea duce vizele de intersecție și în terenurile accidentate unde metoda drumuirii, pentru determinarea rețelei de sprijin, s-ar aplica cu greutate.

Metoda constă din măsurarea unei singure laturi (baza *b*) și a unghiurilor α, β, γ (fig. 2.171). Baza *b* se alege și se măsoară în aceleași condiții ca baza de triangulație cu observația că baza trebuie să asigure unghiuri de intersecție cît se poate de bune (între 40^g și 160^g). În privința unghiuri-

BCU ARHITECTURA UNIVERSITY LIBRARY

lor ce se măsoară se menționează că în afara unghiurilor α și β (măsurate din cele două capete A și B ale bazei b) care asigură o determinare la limită prin intersecții înainte este de dorit să se măsoare cît mai multe unghiuri γ, adică unghiuri în punctele de intersecție propriu-zise ce vor asigura controlul și desigur o determinare mai bună. Asemenea puncte ca *1*, *4* sau *5* vor fi determinate, așadar, prin intersecții combinate. Nu numai atît, este de dorit ca punctele de intersecție să fie alese în așa fel încît să fie nu numai staționabile, dar să aibă vizibilități și la alte puncte de intersecție în afara capetelelor bazei (de exemplu, vizibilitățile la *3* și *5* din punctul staționabil I).

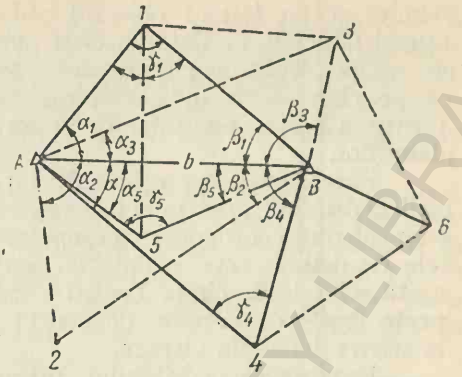


Fig. 2.171 — Rețea de sprijin prin intersecții

Așadar pe cîtă vreme punctul *1* ca prim punct determinat are o singură mărime peste determinarea la limită, unghiul γ_1, care împreună cu α_1 și β_1 dau controlul la 200^g, adică $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 200^g + e_1$ unde eroarea e_1 se va corecta în mod egal celor trei unghiuri iar punctul *1* se va determina efectiv printr-o intersecție înainte, punctul *5* avînd vize și din *1* va avea mai multe elemente supranumerice pentru intersecția lui combinată, iar punctul *3* ca punct ce se va determina prin intersecții înainte va putea avea o determinare mai bună.

Desigur că la nevoie, în continuare, se pot determina puncte și prin intersecții înapoi.

2.54. ÎNDESIREA REȚELELOR DE SPRIJIN ȘI RIDICAREA DETALIILOR

Ridicarea în afara rețelei de sprijin nu ridică probleme deosebite decît în privința rețelei de sprijin. O dată rețeaua de sprijin determinată, printr-o metodă oarecare, în funcție de mărimea suprafeței și condițiile din teren, celelalte operații pe care le implică ridicarea și anume îndesirea rețelei și ridicarea detaliilor se fac întocmai ca în cazul unei rețele preexistente.

2.6. REDACTAREA PLANIMETRIEI

2.60. GENERALITĂȚI

Reprezentarea în plan se face în funcție de punctele caracteristice determinate, care raportate pe o foaie de hîrtie și unite prin linii, conform cu schițele de cîmp, dau imaginea scheletizată a acelor elemente ale te-

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

renului ce au format obiectul ridicării în plan. Raportarea privește nu numai punctele de detaliu, ci și punctele rețelei de sprijin pentru că prin ele se face legătura matematică între teren și plan. Totodată este necesar ca pe plan să fie aplicat și un cadrilaj, paralel cu axele de coordonate, pentru a servi operațiilor de raportare precum și în timpul întrebuințării planurilor.

Succesiunea operațiilor de raportare și desenare este următoarea: mai întîi cadrilajul, apoi punctele rețelei de sprijin și toate punctele cărora li s-au calculat coordonate rectangulare și tocmai la urmă se raportează punctele de detaliu care, o dată cu figurarea lor pe plan, sînt unite așa cum arată schițele de cîmp. Pentru a face reprezentarea explicită și expresivă, peste liniile de detaliu, de contur etc., astfel obținute, se aplică semnele convenționale în vigoare.

Raportarea cadrilajului, precum și raportarea punctelor de coordonate rectangulare cunoscute, se face cu ajutorul coordonatografelor rectangulare, iar raportarea punctelor determinate polar se face cu ajutorul coordonatografelor polare. Raportarea punctelor de detaliu ridicate prin abscise și ordonate, sprijinite pe puncte determinate riguros, se face cu ajutorul distanțierului cu care se iau distanțele reduse de pe scara grafică și se aplică în lungul abscisei și pe ordonata dusă cu echerul de desen.

2.61. INSTRUMENTE DE RAPORTAT ȘI DESENAT

Coordonatele rectangulare sînt instrumente ce se compun din două brațe gradate, (de 60—120 cm lungime) riguros perpendiculare între ele, simbolizînd unul axa absciselor, iar celălalt axa ordonatelor. Un braț este fix *F*, iar celălalt *M* culisează (paralel cu el însuși) pe brațul fix. Deplasarea brațului mobil *M* se citește pe brațul fix. Pe brațul mobil există un cursor *c* inzestrat cu un vîrf *v* (ac, creion) ce servește la punctare (fig. 2.172)

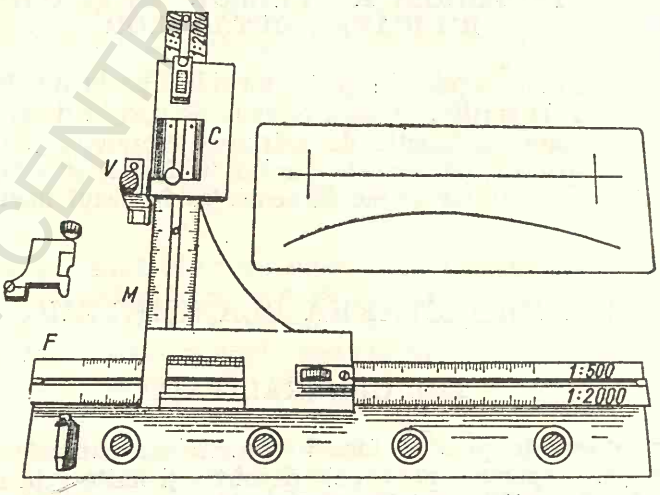


Fig. 2.172 — Coordonatograf rectangular

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Pentru introducerea cît mai exactă a valorii coordonatelor atît pe un ax cît şi pe celălalt sînt prevăzute verniere şi lupe de citire, pentru a se asigura o precizie de raportare de cel puţin 0,1 mm. Sînt şi coordonatografe prevăzute cu manivele de acţionare a axului mobil şi respectiv a cursorului, în conexiune cu tamburi gradaţi la care se poate citi cu o precizie de 0,01 mm.

Dacă se lucrează de-a dreptul cu gradaţiile milimetrice ale axelor, sau cu tamburi gradaţi milimetric, este necesar ca înaintea începerii raportării, toate coordonatele metrice ale punctelor să fie transformate în coordonate milimetrice sau centimetrice la scara de raportare. Uneori braţele sînt gradate pe mai multe linii la scările cele mai uzuale, iar unele instrumente sînt prevăzute cu garnituri de rigle şi verniere pentru diferite scări.

Coordonatografele polare, numite şi raportoare de precizie, servesc la raportarea punctelor cu determinare polară. La majoritatea coordonatografelor polare se distinge un cerc (semicerc) gradat pentru introducerea unghiului polar şi o riglă gradată milimetric, cu sau fără cursor, pentru introducerea distanţei (razei) vectoare redusă la scara de raportare (fig. 2.173). De cele mai multe ori, pe rigla gradată există două verniere, unul circular fix pentru estimarea gradaţiilor unghiulare şi unul liniar, mobil, pentru estimarea lungimilor pe riglă.

Raportoarele obişnuite servesc la raportarea expeditivă a unghiurilor pe plan, eventual se măsoară unghiurile făcute pe plan de două direcţii

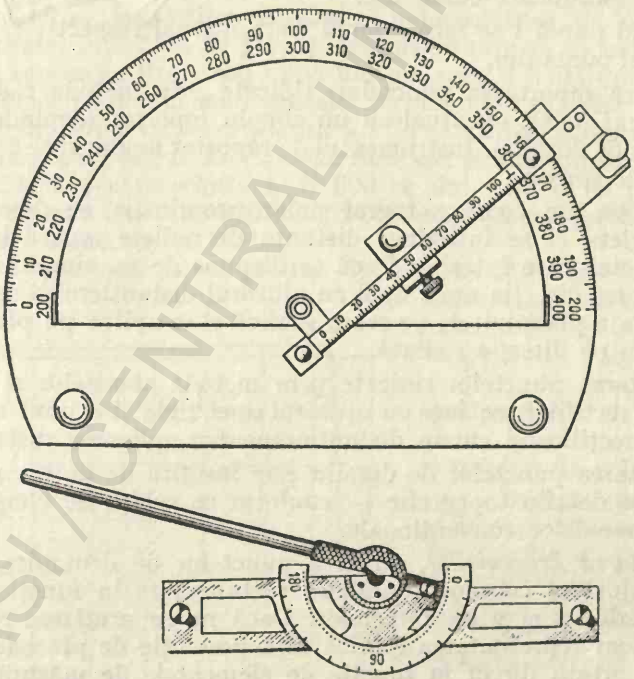


Fig. 2.173 — Coordonatografe polare

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

oarecare. Precizia ce se obţine cu raportoarele este în funcţie de mărimea razei cercului.

Riglele şi echerele servesc la trasarea liniilor şi ridicarea perpendicularelor.

Creioanele de desen trebuie să fie tari fără a zgîria hîrtia. Pentru desenarea pe hîrtie de desen sînt indicate creioanele 2 H şi chiar 3 H.

Hîrtia de desen pe care se raportează şi desenează un plan trebuie să fie o hîrtie de cea mai bună calitate (ciocan). Pentru ca hîrtia să nu se deformeze este necesar să fie lipită (caşată) pe un suport indeformabil (foi de zinc, aluminiu sau electron), eventual prin fabricaţie să aibă o foaie metalică subţire cît mai indeformabilă (aşa numitele hîrtii corectostat sau metrigraf).

2.62. RAPORTAREA PLANIMETRIEI

Prima operaţie, după ce hîrtia de desen a fost pregătită, întinsă sau lipită, este aceea de executare a caroiajului.

Caroiajul se execută cu coordonatograful de precizie, de obicei, din 10 în 10 cm, eventual 5/5 sau 8/8 cu toată atenţia. Fără a mişca hîrtia sau coordonatograful, se face şi raportarea tuturor punctelor de coordonate rectangulare cunoscute. Există coordonatografe care raportează automat punctele de coordonate cunoscute.

Fiecărui punct i se face semnul convenţional respectiv iar alături se scrie numărul punctului.

Urmează raportarea punctelor ridicate prin metoda radierii, cu un coordonatograf polar, eventual cu un simplu raportor (depinde de cerinţe şi bineînţeles de dotaţie). Instrumentul de raportat unghiuri se aşază centrat în punctul de sprijin.

Dacă este un coordonatograf polar propriu-zis, se descrie unghiul polar cu rigleta şi se introduce distanţa de radiere redusă la orizont la cursorul rigletei şi se înţeapă. Dacă se dispune de un simplu raportor, se trasează discret direcţia nouă apoi cu ajutorul distanţierului se ia distanţa redusă, la scara planului, de pe scara grafică şi se aplică pe plan din punctul de sprijin pe direcţia radiată.

Raportarea punctelor ridicate prin metoda absciselor şi ordonatelor (coordonate rectilinii) se face cu ajutorul unei rigle şi a unui echer pentru stabilirea direcţiilor şi cu un distanţier pentru aplicarea distanţelor.

Raportarea punctelor de detaliu este însoţită de unirea punctelor ce constituie un detaliu topografic — conform cu schiţa de cîmp şi apoi de aplicarea semnalelor convenţionale.

Raportarea drumuirilor, adică a punctelor de drumuire, se face de obicei, cu ajutorul coordonatografelor rectangulare în funcţie de coordonatele numerice x şi y ale punctelor. Dacă nu se urmăresc rezultate numerice, ci doar reprezentarea grafică fără pretenţie de precizie, drumuirea poate fi raportată direct în funcţie de elementele de măsurătoare, adică fără să mai fie calculată (exceptînd calculul de reducere a distanţelor la

orizont). În asemenea cazuri raportarea se face cu coordonatografe polare în funcţie de unghiurile drumuirii şi de distanţele ei, din aproape, în aproape, eventual chiar numai cu raportorul şi cu distanţierul. Evident că va rezulta o eroare de închidere pe al doilea punct de sprijin (fig. 2.174). Compensarea grafică a erorii (dacă este tolerabilă) se poate face în mai multe feluri, întocmai ca şi compensarea numerică, însă cea mai răspîndită este aceea în care eroarea se împarte egal, fiecărui punct pe direcţia erorii de închidere, ceea ce înseamnă că eroarea se împarte la numărul laturilor drumuirii şi se aplică progresiv aşa cum se arată în figură.

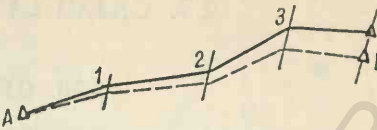


Fig. 2.174— Compensarea grafică a unei drumuiri

Scrierea şi trasarea în tuş a planurilor este operaţia prin care se completează şi se definitivează un plan. Scrierea priveşte nu numai numerotarea punctelor de sprijin, ci şi toponimia, adică denumirile localităţilor, apelor, pădurilor, poienilor etc., dacă au numiri. În final se scrie şi titlul planului care va cuprinde: natura planului (de situaţie, topografic, tehnic, cadastral etc.), regiunea cuprinsă, scara planului, anul ridicării, numele operatorului şi eventual o mică legendă care trebuie să cuprindă şi scara grafică. Dacă planul este o secţiune Gauss (un trapez) este necesar nu numai să fie specificat trapezul prin notaţia convenţională Gauss (se va arăta la paragraful 5.12 — Împărţirea hărţilor şi nomenclatura lor în Gauss), dar trebuie figurate, raportate pe plan şi cele patru puncte de colţ care unite, delimitează secţiunea (trapezul) după linii de aceeaşi longitudine şi aceeaşi latitudine. Pentru calculul coordonatelor rectangulare ale celor patru puncte de colţ ce delimitează trapezul (figura 2.175) se utilizează formule specifice ce implică tabele de calcul. La noi s-au întocmit şi multiplicat în tiraj redus asemenea tabele pentru scările 1 : 10 000 ce sînt valabile şi pentru scările mai mici. Pentru scările 1 : 5 000 şi 1 : 2 000 există tabele publicate de A.M. V i r o v e ţ la Moscova, în 1951.

Pentru ,,proiecţia stereografică 1970'', ale cărei foi (secţiuni) sînt delimitate de asemenea de meridiane şi paralele, se dispune de coordonatele colţurilor de trapez calculate pentru scara 1 : 2 000. Evident, stau la dispoziţie şi formulele de calcul.

Întregul desen precum şi întrega scriere se fac după prevederile atlasului de semne convenţionale şi scris convenţional în vigoare.

Scrierea se face pe direcţia vest-est eventual în lungul detaliilor desenate (la ape, drumuri, munţi etc.).

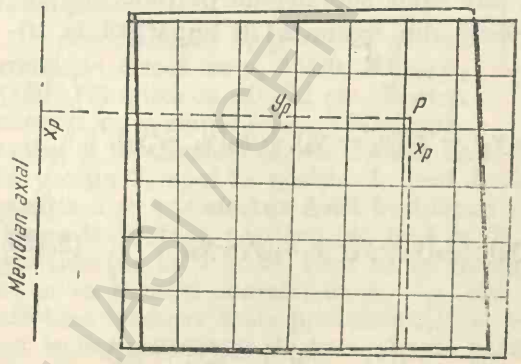


Fig. 2.175 — Cadrilaj cu colţurile trapezelor

2.7. CALCULUL SUPRAFEȚELOR

2.70. GENERALITĂȚI

Cunoașterea mărimii suprafeței ridicate precum și a unor suprafețe parțiale în cadrul perimetrului ridicat reprezintă o problemă topografică de calcul curentă. Suprafețele determinate numeric ca și cele reprezentate grafic sînt întotdeauna suprafețe proiectate în planul orizontal de referință adică independente de relieful terenului.

Metodele topografice de calculul suprafețelor pot fi grupate în jurul a trei grupe de metode și anume:

— metode analitice;
— metode grafice;
— metode mecanice.

Metodele analitice sînt metode de calcul riguros ce dau suprafața în funcție de valorile numerice ale coordonatelor punctelor de contur, eventual în funcție de anumite lungimi. Se utilizează mașina de calculat.

Cu metodele grafice și mecanice se calculează suprafața raportată pe plan de la care prin extrapolare se ajunge la suprafața din natură. Evident că aceste metode presupun planul reprezentat, iar precizia de obținere a suprafețelor va fi funcție nu numai de metoda de evaluare, ci și de scara redactării.

2.71. METODE ANALITICE

Cea mai valoroasă metodă analitică, utilizată la calculul suprafețelor este aceea care folosește coordonatele rectangulare ale punctelor de contur.

Precizia de determinare a suprafețelor, prin această metodă, este în funcție de precizia măsurătorilor în teren și de precizia de calcul a punctelor.

Calculul pleacă de la faptul că orice figură plană, delimitată de linii drepte, poate fi împărțită în triunghiuri a căror suprafață se știe calcula analitic, iar suprafața totală este suma suprafețelor parțiale.

Considerînd suprafața poligonală din figura 2.176 împărțită în triunghiuri se scrie:

$$2S_1 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = x_1(y_2 - y_3) - x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_1 - y_2)$$

$$2S_2 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \end{vmatrix} = x_1(y_3 - y_4) - x_3(y_1 - y_4) + x_4(y_1 - y_3) \qquad (2.126)$$

$$2S_3 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_4 & y_4 & 1 \\ x_5 & y_5 & 1 \end{vmatrix} = x_1(y_4 - y_5) - x_4(y_1 - y_5) + x_5(y_1 - y_4).$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Însumînd şi grupînd rezultă:

$$2S = 2S_1 + 2S_2 + 2S_3 = x_1(y_2 - y_5) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_4 - y_2) + x_4(y_5 - y_3) + x_5(y_1 - y_4)$$

Observînd termenii 2, 3 şi 4 din membrul al doilea se poate scrie relaţia generalizată a suprafeţelor poligonale.

$$2S = \Sigma x_i(y_{i+1} - y_{i-1}) \qquad (2.127)$$

$$2S = \Sigma y_i(x_{i-1} - x_{i+1}) \qquad (2.128)$$

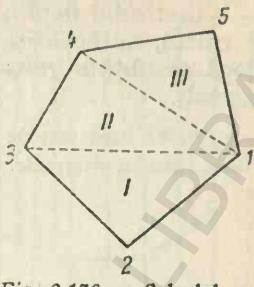


Fig. 2.176 — Calculul suprafeţelor

Relaţia (2.128) s-a obţinut pe aceeaşi cale din relaţiile (2.126) dezvoltarea făcîndu-se după a doua coloană a determinanţilor.

Adică x_i se înmulţeşte cumulat cu diferenţa $(y_{i+1} - y_{i-1})$ respectiv y_i se înmulţeşte cumulat cu diferenţa $(x_{i-1} - x_{i+1})$.

Dacă şi celei de a doua relaţii i se dă o formă asemănătoare cu prima, adică y_i să se înmulţească cu diferenţa $(x_{i+1} - x_{i-1})$ se obţine suprafaţa dublă negativă. Calculul presupune parcurgerea directă a conturului poligonal *1, 2, 3, 4, 5* adică privind din interiorul poligonului de la stînga spre dreapta. În caz contrar se obţine aceeaşi suprafaţă, dar cu semnul negativ (la maşina de calculat apare semnul negativ şi trebuie luat complementul).

Aplicaţie numerică. Se dă un contur poligonal cu cinci puncte. Se înscriu coordonatele punctelor în succesiunea lor într-un tabel ca cel din tabelul 2.14.

Tabelul 2.14. CALCULUL ANALITIC AL SUPRAFEŢELOR DIN COORDONATE

Punctul	x	y
5	5 539,81	1 562,17
1	5 766,83	1 345,66
2	5 848,69	1 970,39
3	5 729,17	2 843,69
4	5 418,64	2 215,83
5	5 539,81	2 562,17
1	5 766,83	1 345,66

$2S = 757\,143{,}9076$

$S = 378\,571{,}9538$

Coordonatele primului punct *(1)* sînt scrise din nou şi la sfîrşitul tabelului iar ale ultimului punct *(5)* sînt înscrise şi la început. Făcînd legătura dintre tabel şi relaţia de calcul (2.127) se observă că fiecare x, de la *1* pînă la *5* se va înmulţi succesiv şi cumulat cu diferenţa de y scrisă deasupra şi dedesubtul y-ului din dreptul x-ului înmulţitor.

De exemplu x_1 (5766,83) se înmulţeşte direct cu y_2 (1970, 39) $- y_5$ (1562,17) adică cu 408,22 etc. Pentru aceasta, cu x_1 clapat (cu zero la înregistrator şi totalizator) se vor efectua două învîrtituri pozitive (de la *7* la *9*) în poziţia *1*, apoi în poziţia *2*, două învîrtituri pozitive (de la *1* la *3*) în poziţia *3* se vor efectua două învîrtituri negative (de la *2* la *0*) în poziţia *4* una învîrtitură pozitivă (de la *6* la *7*) iar în poziţia *5* patru învîrtituri pozitive (de la *5* la *9*). Fără să se şteargă la înregistrator se va clapa x_2 ce se va înmulţi cumulat cu $y_3 - y_1$ etc. La sfîrşitul operaţiilor cînd s-au efectuat însumat toate produsele $x_i(y_{i+1} - y_{i-1})$, la totalizator se obţine $2S$ iar la înregistratorul de ture, drept control, parţial, trebuie să rezulte 0 (zero).

Controlul deplin se face calculînd şi cu relaţia (2.128). Fiind operaţii de calcul, cu aceleaşi elemente, trebuie să rezulte exact aceeaşi suprafaţă, (dacă se obţine valoarea negativă, adică cu 9 999 în faţă, se ia complementul).

Notă : Dacă sînt de efectuat multe calcule de suprafeţe este recomandabil să se apeleze la calculul electronic.

2.72. METODE GRAFICE

Metodele grafice presupun planul topografic definitivat. Este evident că devreme ce suprafaţa se obţine în funcţie de reprezentarea grafică, cu cît va fi mai mare scara de reprezentare cu atît va fi mai mare şi precizia. Dar nu numai scara este importantă, ci şi precizia cu care s-au ridicat contururile (detaliile) şi cea cu care s-au reprezentat (desenat) ca şi metoda folosită la evaluarea suprafeţelor.

În privinţa contururilor vom reţine faptul să suprafeţele de contururi rectilinii, pe de o parte se ridică şi se reprezintă mai uşor şi mai exact decît suprafeţele de contururi oarecare, iar pe de alta, se şi evaluează mai uşor şi mai exact.

Suprafeţele de contururi rectilinii, ce sînt de fapt nişte poligoane, se pot împărţi uşor în triunghiuri, patrulatere sau trapeze ale căror elemente caracteristice se măsoară grafic, iar suprafaţa totală se obţine din însumarea suprafeţelor parţiale calculate. În figura 2.177 se arată împărţirea în triunghiuri şi patrulatere. Diagonala patrulaterului reprezintă latura comună (baza) celor două triunghiuri detaşate. Prin urmare pentru cele două triunghiuri se va măsura o singură bază şi cele două înălţimi ale triunghiurilor.

În cazul suprafeţelor de contururi oarecare se poate proceda fie căutînd să se geometrizeze conturul prin înlocuirea lui pe porţiuni, din aproape în aproape, cu linii drepte şi apoi să se evalueze suprafaţa printr-o metodă specifică contururilor rectilinii fie că se aplică peste suprafaţa de evaluat o reţea de pătrate (module) desenată pe un material absolut transparent (celofan, calc) (fig. 2.178) fie o reţea de linii drepte echidistante (fig. 2.179).

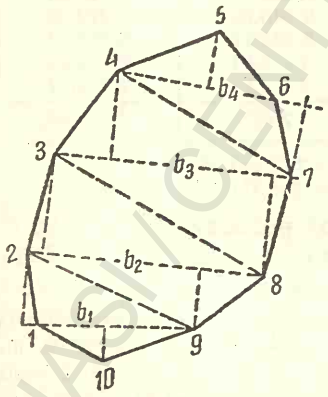


Fig. 2.177 — Evaluarea suprafeţelor prin împărţirea lor în triunghiuri şi patrulatere

În primul caz se numără pătratele pline cuprinse de suprafaţa în cauză şi se evaluează procentul de acoperire a pătratelor acoperite parţial şi se înmulţeşte totul cu suprafaţa unitară.

În cazul figurii 2.178 sînt 8 pătrate cuprinse integral iar celelalte împreună fac prin apreciere, unul cîte unul, 6,90 — pătrate adică în total 14,90 pătrate.

Dacă suprafaţa unui pătrat la scara de lucru reprezintă 2000 m² rezultă o suprafaţă totală de $14{,}9 \times 2000 = 29.800$ m².

Evaluarea cu reţeaua de linii echidistante este exemplificată în figura 2.179 unde se observă

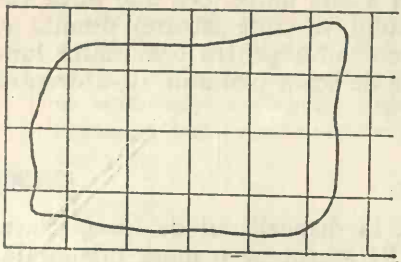


Fig. 2.178 — Evaluarea suprafeţelor prin metoda pătratelor module

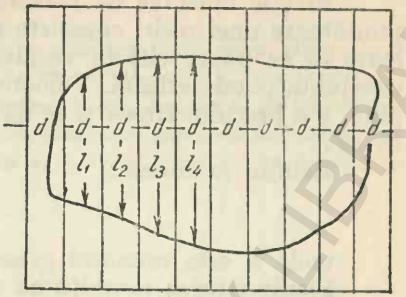


Fig. 2.179 — Evaluarea suprafeţelor cu reţeaua de linii paralele echidistante

formarea unor trapeze de înălţime d şi de bază medie l_1 l_2 etc. suprafaţa totală va fi:

$$S = d \cdot l_1 + d \cdot l_2 + \ldots d \cdot l_n = d(l_1 + l_2 + \ldots l_n)$$

la care se adaugă capetele.

2.73. METODE MECANICE

Din categoria metodelor mecanice de evaluare a suprafeţelor grafice, cea mai remarcabilă metodă folosită în topografie, este metoda cu planimetrul. Cu ajutorul lui se evaluează atît suprafeţele cu contur regulat, cît şi cele de contur oarecare, prin simpla conturare a suprafeţelor cu stilul instrumentului.

Există multe tipuri de planimetre, dar cel mai răspîndit este planimetrul polar.

Planimetrul polar redat schematizat în figura 2.180 se compune din două braţe metalice şi anume braţul trasor T şi braţul polar P. Braţul polar P de lungime fixă este articulat la un capăt la braţul trasor în G. Polul instrumentului P este fix în timpul unei planimetrări. Braţul trasor gradat milimetric, sau de-a dreptul pentru diferite scări, este de lungime L reglabilă şi se termină la un capăt cu un stil t, cu ajutorul căruia se planimetrează suprafaţa. În cealaltă parte a braţului trasor se găseşte ruleta integratoare M cu dispozitivul de înregistrare a rotaţiilor ruletei M.

Construcţia planimetrului se întemeiază pe faptul că suprafaţa oricărei figuri, de contur planimetrat, este echivalentă cu suprafaţa unui dreptunghi care are ca bază lungimea utilă L a braţului trasor T, iar ca înălţime, drumul parcurs de un punct al ruletei de circumferinţă M. Dacă se notează cu n numărul rotaţiilor ruletei, suprafaţa planimetrată va fi:

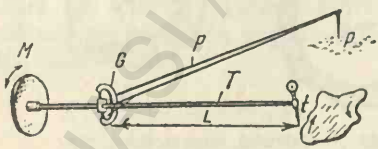


Fig. 2.180 — Schema planimetrului polar

$$S = n(ML) \qquad (2.129)$$

Practic unitatea de măsură adoptată nu este suprafaţa (ML) corespunzătoare unei rotiri complete a ruletei ci a mia parte (cea mai mică valoare ce se poate citi la vernierul sistemului de înregistrare) numită c, constanta planimetrului. Valoarea c este constantă pentru o anumită lungime L a braţului trasor şi se dă, în funcţie de scara planului, de-a dreptul în m².

Relaţia ia forma:

$$S = n \cdot c. \tag{2.130}$$

unde n este numărul generator citit la dispozitivul de înregistrare.

Planimetrarea necesită ca planul să fie aşezat pe o masă orizontală. Se fixează poziţia dispozitivului de înregistrare (lungimea braţului trasor) în dreptul diviziunii ce corespunde scării planului. Se fixează apoi polul instrumentului în aşa fel, în raport cu suprafaţa de planimetrat, încît conturul să poată fi parcurs în bune condiţii cu stilul planimetrului, adică fără ca braţele să facă unghi exagerat de mic sau exagerat de mare.

O dată fixată poziţia planimetrului, se duce vîrful stilului într-unul din punctele conturului. Acesta se însemnează. Se scrie citirea care se face la înregistratorul de ture, rotiţă şi vernier, apoi se începe urmărirea cu atenţie a conturului de planimetrat în sens direct, pînă se revine la punctul de plecare şi se citeşte din nou.

Diferenţa între ultima citire şi prima este numărul generator n care se va multiplica cu numărul constant c, corespunzător scării planului. Numărul generator este format din patru cifre, rezultate:

— una din citirea pe tamburul înregistrator de ture;
— două din citirea pe rotiţa gradată;
— una citită pe vernier.

În cazul figurii 2.181 se citeşte 3584.

Planimetrarea suprafeţei se va face totdeauna cel puţin de două ori cu valori în toleranţă, pentru a avea un control, şi prin medie o valoare mai bună.

Dacă suprafaţa este mare se poate împărţi în mai multe suprafeţe mai mici în aşa fel încît să se poată bine planimetra cu polul exterior eventual se planimetrează cu polul interior.

Dacă polul este interior (fig. 2.182), relaţia de calcul este:

$$S = (k \pm n) \cdot c. \tag{2.131}$$

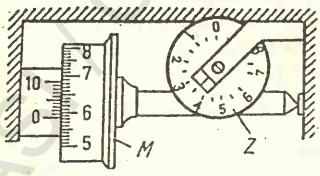


Fig. 2.181 — Sistemul de înregistrare şi citire la planimetrul polar

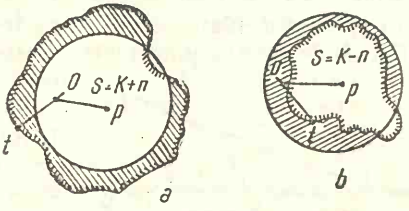


Fig. 2.182 — Calculul suprafeţelor planimetrate cu polul interior

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

unde:

K este suprafaţa cercului de bază (a cercului ce ar rezulta dacă ruleta glisează tot timpul fără a se roti şi deci fără a înregistra un număr generator n) care bineînţeles că este în funcţie de lungimea braţelor. Valoarea K este înscrisă fie pe tijă, fie pe un tabel însoţitor. Se poate obţine din planimetrarea unei suprafeţe convenabile ca mărime, o dată cu polul exterior cînd se obţine n_1 şi o dată cu polul interior cînd se obţine n_2.

Rezultă:

$$S = n_1 \cdot c = (k - n_2)c$$

de unde:

$$k = n_1 + n_2 \qquad (2.132)$$

n_2 s-a luat cu semnul minus deoarece, de obicei, în cazul planimetrării cu polul interior, cea de a doua citire este mai mică decît prima ceea ce înseamnă că suprafaţa în cauză este mai mică decît suprafaţa cercului de bază K(fig. 2.182, *b*). Dacă, în practică, în cazul planimetrării cu polul interior citirea finală la dispozitivul de înregistrare este mai mare decît citirea iniţială, numărul n obţinut se va adăuga constantei K.

Verificarea planimetrelor se referă pe de o parte la controlul general al instrumentului, dar în special asupra bunei funcţionări a dispozitivului de înregistrare, iar pe de alta, la mărimea constantei planimetrului pentru poziţia de lucru stabilită. Controlul se face planimetrînd o suprafaţă cunoscută şi confruntînd rezultatul obţinut din planimetrare cu suprafaţa cunoscută sau utilizînd rigleta de control a planimetrului cu care de fapt se planimetrează de asemenea suprafeţe cunoscute circulare înscrise pe rigletă. Şi într-un caz şi în altul, dacă se cunoaşte suprafaţa planimetrată se obţine $S = n \cdot c$ de unde $c = \frac{S}{n}$. Prin urmare va trebui să se găsească constanta rotundă respectivă. Dacă suprafaţa ce rezultă din planimetrare este sistematic mai mică sau mai mare decît cea de referinţă (un pătrat construit cu atenţie sau suprafaţa circulară dată de rigletă) se acţionează asupra lungimii braţului trasor din şurubul micrometric şi se repetă operaţia de verificare. De fapt prin aceasta se urmăreşte să se obţină o constantă rotundă, lucru ce înlesneşte operaţia de înmulţire a numărului generator cu constanta. Efectiv, suprafaţa se poate obţine cu orice lungime a tijei, deci cu o constantă de o mărime întîmplătoare.

Există diferite tipuri de planimetre ca planimetrul polar cu disc, rulant, liniar etc., în general mai moderne, mai precise şi cu posibilităţi mai mari. În cazul planimetrului polar cu disc (fig. 2.183) şi rulant, ruleta rulează nu pe desen, ci pe o suprafaţă mată, adecvată, ce face parte integrantă din instrument.

Aplicaţie numerică:

1) Cu ajutorul unui planimetru polar se planimetrează o suprafaţă la scara 1 : 5 000. Conform tabelului poziţia indexului pe tija trasoare

BCU IAŞI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

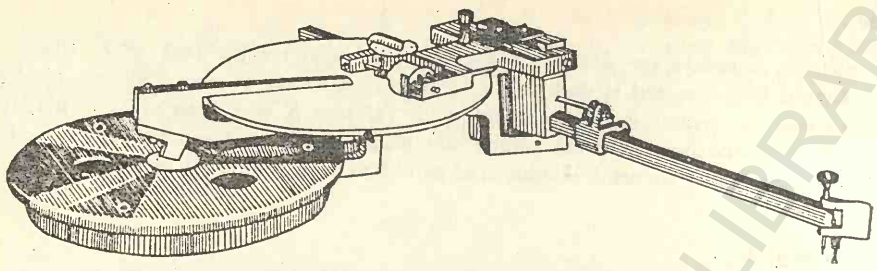


Fig. 2.183 — Planimetrul cu disc

arată o lungime de 79,80 iar constanta este $c = 100$ m². Prin planimetrare pozitivă cu polul exterior s-a obținut:

a doua citire	2.785
prima citire	2.478
diferența	0.307

Suprafața $= 307 \times 100 = 30\,700$ m²

2) Scara 1 : 1 000, poziția pe tija trasoare 199,85, polul interior, constanta $c = 10$ m², constanta $K = 23\,548$, planimetrarea în sens pozitiv:

a doua citire	2 342
prima citire	8 482
diferența	$-6\,140 = -n$

Suprafața $S = (k - n)c = (23\,548 - 6\,140)\ 10\text{m}^2 = 174\,080$ m².

Notă. Precizia ce se poate obține cu planimetrele, făcînd abstracție de scara planului și tipul de planimetru este în funcție de mărimea și conformația suprafeței. Cu cît suprafața este mai mică și mai alungită cu atît rezultatele sînt mai slabe. Se recomandă chiar ca suprafețele mai mici decît un cm² și rău conformate să nu se planimetreze, deoarece eroarea poate atinge repede 2% și chiar 5%. Asemenea suprafețe este bine să se determine prin alte metode eventual să se redacteze la o scară mai mare și apoi să se planimetreze. În general prin planimetrare se obține o precizie ce variază de la 1/100 la 1/300 în funcție de mărimea suprafeței și conformația ei. Suprafețele în general mici se vor planimetra cu brațul scurt cînd se obține un număr generator mai mare decît în cazul cu brațul lung și astfel se poate surprinde mai bine suprafața. Este totodată bine să se facă controlul suprafețelor planimetrate pe grupuri (contururi) mari determinate din coordonate, eventual chiar numai prin planimetrare, cînd diferența se corectează.

2.8. ÎMPĂRȚIREA SUPRAFEȚELOR (PARCELAREA)

2.80. GENERALITĂȚI

Parcelările se ocupă cu împărțirea suprafețelor de teren și determinarea dimensiunilor caracteristice ale suprafețelor obținute, respectiv calculul poziției punctelor caracteristice de delimitare.

Parcelarea unui teren presupune terenul ridicat și cunoscute obiectivele parcelării. Evident că dacă terenul nu este ridicat urmează să se ridice printr-o metodă în concordanță cu precizia ce se urmărește să se

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

obținã prin parcelare. În ce privește obiectivele parcelării, acestea sînt totdeauna stabilite de către beneficiar și trebuie să precizeze: scopul pentru care se face parcelarea, dimensiunile parcelelor și eventual raportul dintre laturile parcelelor precum și eventuale alte condiții, ca de exemplu proiectarea unui drum în cadrul suprafeței ce se parcelează pentru a asigura accesul la noile parcele etc. Se va avea de asemenea în vedere ca apele, culmile și uneori chiar drumurile și căile ferate, să fie limite de parcele etc.

Parcelarea se poate face pe cale grafică, numerică sau mixtă. Parcelarea prin construcții grafice presupune planul redactat la o scară mare și acceptarea preciziei grafice.

Metoda este grafică atunci cînd elementele în funcție de care se obțin altele noi se iau pe cale grafică, chiar dacă pentru obținrerea elementelor noi se face apel la calcul.

Metoda numerică sau prin calcul se va aplica întotdeauna cînd se cere o precizie (mai) mare.

2.81. METODA GRAFICĂ

În cadrul metodei grafice se disting două procedee și anume: procedeul a) prin construcții grafice și procedeul b) care face apel și la calcule simple, numit și procedeul aritmetic.

2.810. **Procedeul prin construcții grafice.** Probleme:

1. Se cere ducerea unei drepte care să treacă prin vîrful unui triunghi și să împartă suprafața triunghiului în raportul $m : n$ (fig. 2.184, *a*).

Se va împărți baza în raportul $m : n$ și se va uni punctul D astfel obținut cu vîrful A. Suprafețele astfel obținute se găsesc în raport $m : n$. Într-adevăr, înălțimea triunghiurilor formate fiind aceeași, se poate scrie:

$$\frac{2s_1}{2s_2} = \frac{m \cdot h}{n \cdot h} \quad \text{sau} \quad \frac{s_1}{s_2} = \frac{m}{n}.$$

Un caz particular este acela cînd $s_1 = s_2$, cînd rezultă $m = n$.

2. Se cere ducerea unei drepte paralele cu latura BC a unui triunghi care să împartă suprafața triunghiului în raportul $m : n$ (fig. 2.184 *b*).

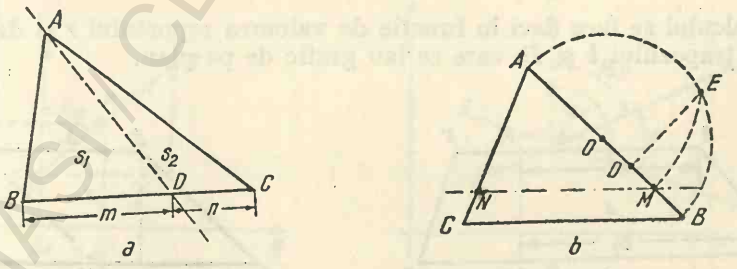


Fig. 2.184 — Impărțirea grafică a suprafețelor unui triunghi în raportul $m : n$
a — după o dreaptă ce trece printr-un vîrf al triunghiului; *b* — după o paralelă la o latură a triunghiului

BCU IAȘI CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

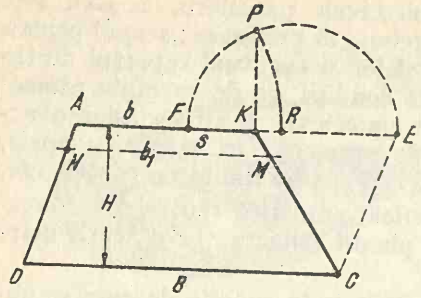


Fig. 2.185 — Detaşarea grafică a unei suprafeţe într-un trapez

Se împarte latura AB în raportul $m : n$ unde $m = AD$ şi $n = DB$.

Din punctul D se ridică o perpendiculară pa latura AB, pînă ce întîlneşte semicercul desenat de diametrul AB.

Din punctul A se duce arcul EM. Paralela MN împarte suprafaţa triunghiului în raportul $m : n$.

Un caz particular este acela cînd suprafaţa triunghiului trebuie împărţită în două, cînd m va fi luat egal cu n. În acest caz construcţia este aceeaşi, cu deosebirea că D devine O, adică perpendiculara DE se va ridica de pe mijlocul laturii AB.

Un alt caz este acela cînd se cere împărţirea triunghiului în mai multe părţi echivalente. În acest caz se va împărţi dreapta AB în numărul respectiv de părţi. Construcţia în continuare este aceeaşi.

3. Se cere ducerea unei drepte paralele cu baza unui trapez, în aşa fel încît să detaşeze suprafaţa s, din suprafaţa trapezului (fig. 2.185).

Pe prelungirea bazei mici AK, se ia punctul E la distanţa $AE = DC$; pe AK se ia $FK = \frac{2s}{H}$, unde H este înălţimea trapezului.

Pe segmentul FE ca diametru, se descrie un semicerc. Se ridică perpendiculara KP. Din punctul A se descrie arcul PR, apoi din R se duce o paralelă la AD. Din punctul M, care se obţine astfel se duce o paralelă la AK. Trapezul obţinut $AKMN$ are suprafaţa s.

2.811. **Procedeul aritmetic.** Dimensiunile se iau de pe plan, iar dimensiunile noi se obţin nu prin construcţii grafice, ci prin calcul aritmetic.

1. Parcelarea în trapez: se dă trapezul $AKCD$ (fig. 2.186) de suprafaţă S din care să se detaşeze suprafaţa s printr-o linie MN perpendiculară pe bazele trapezului. Presupunem problema rezolvată. Se notează $B = DC$, $b = AK$, $B_1 = DN$ şi $b_1 = AM$. Între suprafeţele şi laturile trapezelor se pot scrie relaţiile:

$$\frac{s}{S} = \frac{b_1}{b} = \frac{B_1}{B} = r, \text{ de unde } b_1 = rb \text{ şi } B_1 = rB.$$

Calculul se face deci în funcţie de valoarea raportului r şi de valorile bazelor trapezului b şi B, care se iau grafic de pe plan.

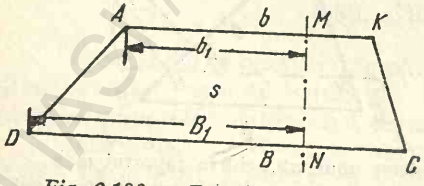


Fig. 2.186 — Parcelare în trapez

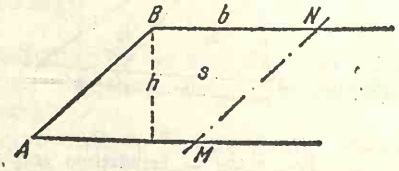


Fig. 2.187 — Parcelare în paralelogram

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

2. Parcelarea în paralelogram: latura b rezultă în funcție de înălțimea h care se măsoară grafic și suprafața s de detașat (fig. 2.187).

$$b = \frac{s}{h}.$$

2.82. METODA NUMERICĂ (PRIN CALCUL)

Metoda generală de parcelare este metoda numerică care necesită, evident, o ridicare numerică și a cărei precizie este condiționată de precizia de ridicare.

Efectuarea unui calcul de parcelare implică între altele, rezolvarea unor probleme curente de calcul.

2.820. **Probleme de calcul curente.** 1. *Calculul distanței dintre două puncte A și B.* Se aplică relațiile (2.46) (fig. 2.188).

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

2. *Calculul coordonatelor unui punct pe segment.* Dacă segmentul este AB iar punctul ale cărui coordonate se caută pe segmentul AB este P, la distanța d de A, se calculează cu relațiile (1.5) și (1.6) (fig. 2.189).

$$x_p = x_A + d \cdot \cos \theta_{AB}$$

$$y_p = y_A + d \cdot \sin \theta_{AB}$$

3. *Calculul unghiului format de două drepte.* Dacă dreptele date sînt AB și CD, ungiul α format de ele este tocmai diferența orientărilor dreptelor $\alpha = \theta_{CD} - \theta_{AB}$ (fig. 2.190). Dacă dreptele sînt definite prin punctele A, B, C și D, orientările se calculează cu relațiile (2.48) de exemplu:

$$\operatorname{tg} \theta_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

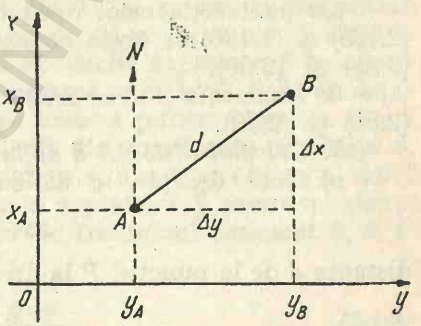


Fig. 2.188 — Calculul distanței dintre două puncte

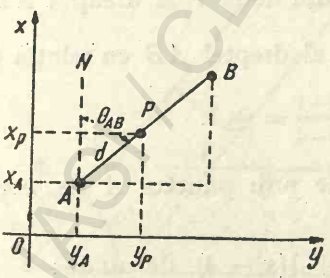


Fig. 2.189 — Calculul unui punct pe segment

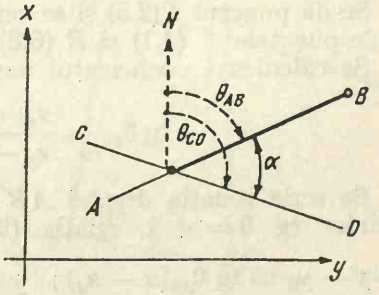


Fig. 2.190 — Calculul unghiului format de două drepte

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

4. *Drepte paralele și drepte perpendiculare.* În ecuația unei drepte dată sub forma relației (2.48) sau (2.49), tg θ reprezintă coeficientul unghiular al dreptei. Dacă se notează tg $\theta = m$, condiția de paralelism a două drepte de coeficienți unghiulari m_1 și m_2 este:

$$m_1 = m_2 \tag{2.133}$$

condiția de perpendicularitate este:

$$m_1 \cdot m_2 + 1 = 0 \text{ sau } m_2 = -\frac{1}{m_1} \tag{2.134}$$

5. *Calculul piciorului perpendicularei coborîtă dintr-un punct P pe o dreaptă AB.* Se scrie ecuația dreptei ce trece prin punctul P și este perpendiculară la AB, adică:

$$y - y_p = -\frac{1}{\text{tg } \theta_{AB}}(x - x_p) \tag{2.135}$$

și se mai scrie:
ecuația dreptei AB ca dreaptă de orientare cunoscută ce trece prin punctul A adică:

$$y - y_A = \text{tg } \theta_{AB}(x - x_A) \tag{2.136}$$

Orientarea dreptei AB se calculează cu relația (2.48).

La intersecția celor două drepte (rezolvarea sistemului de ecuații) (2.135) și (2.136) se obțin coordonatele punctului căutat; tocmai relațiile (2.55) și (2.56).

6. *Intersecția a două drepte.* Se utilizează relațiile (2.55) și (2.56) sau (2.58) și (2.59).

7. *Calculul distanței d de la un punct P la o dreaptă AB.*

a) Dacă dreapta se dă sub forma:

$$ax + by + c = 0 \tag{2.137}$$

distanța d de la punctul P la dreapta AB se calculează cu relația:

$$d = \frac{a \cdot x_p + b \cdot y_p + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \tag{2.138}$$

De exemplu:

Se dă punctul $P(2,5)$ și se cere distanța de la P la dreapta AB definită de punctele A (4,1) și B (6,3).

Se calculează coeficientul unghiular al dreptei AB cu relația (2.48):

$$\text{tg } \theta_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3-1}{6-4} = +1.$$

Se scrie ecuația dreptei AB ce trece prin punctul A de coeficient unghiular tg $\theta = +1$, relația (2.49).

$$y - y_A = \text{tg } \theta_{AB}(x - x_A); \quad y - 1 = +1(x - 4) \text{ de unde:}$$

$$x - y - 3 = 0 \text{ adică : } a = 1;\ b = -1;\ c = -3$$

BCU IAȘI / CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

Introducînd în relația (2.138) se obține:

$$d = \frac{2 - 5 - 3}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{-6}{\sqrt{2}}$$

Notă. Distanța de la un punct la o dreaptă (dată prin două puncte) se poate afla și calculînd punctul de intersecție I dintre dreapta dată și perpendiculara coborîtă din punctul P pe ea. Apoi se calculează distanța IP din coordonate.

8. *Calculul intersecției de drumuri.* Două drumuiri de lățimi m și n și de orientări θ_1 și θ_2 se întîlnesc sub unghiul $\alpha = \theta_2 - \theta_1$ (fig. 2.191). Se cer coordonatele punctului P cunoscîndu-se coordonatele punctului A.

Coordonatele punctului P se pot calcula printr-o drumuire cu două laturi (relațiile 2.90).

$$x_p = x_A + \overline{AP_1} \cdot \cos \theta_1 + \overline{P_1P} \cdot \cos \theta_2$$
$$y_p = y_A + \overline{AP_1} \cdot \sin \theta_1 + \overline{P_1P} \cdot \sin \theta_2$$

unde:

$$\overline{AP_1} = \frac{n}{\sin \alpha} \text{ și } \overline{P_1P} = \frac{m}{\sin \alpha} \qquad (2.139)$$

2.821. **Detașarea prin punct obligat.** Dacă din suprafața delimitată de poligonul... *4, 5, 6, 7, ...* se cere să se detașeze suprafața S după o linie ce trebuie să treacă prin punctul *4* și să descrie suprafața S în sensul *5, 6, 7* (fig. 2.192) se apreciază după plan cam pe unde trece linia de detașare. Dacă se apreciază că linia va trece pe undeva printre punctele *6* și *7* și va da punctul P pe linia *6—7* se va calcula din coordonate suprafața *4, 5, 6, 4* și se obține s_1. Dacă se scade suprafața s_1 din S se obține s, adică suprafața *4, 6, P, 4.* Prin urmare, detașarea suprafeței S printr-un punct obligat se reduce la calculul laturii $l = 6\text{-}P$ în triunghiul cunoscut *6, 4, P* de suprafață s, în care se poate scrie:

$$s = \frac{\overline{46} \cdot \overline{6P} \cdot \sin \alpha}{2} \qquad (2.140)$$

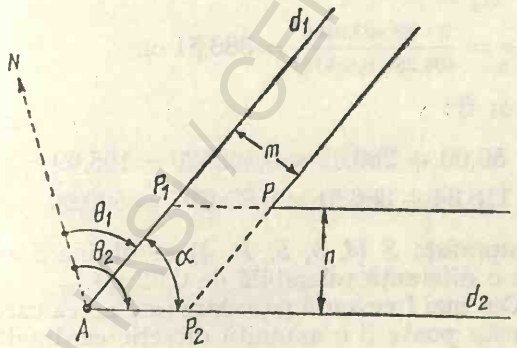


Fig. 2.191 — Calculul intersecției a două drumuiri

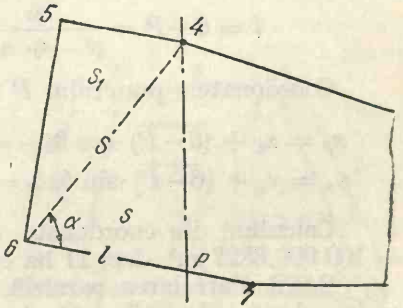


Fig. 2.192 — Detașarea prin punct obligat

BCU IAȘI / CENTRU VECHI / UNIVERSITY LIBRARY

în care:

$$\text{distanța } (4-6) = \sqrt{(x_6 - x_4)^2 + (y_6 - y_4)^2}$$
$$\text{suprafața } s = S - s_1$$
$$\text{unghiul } \alpha = \theta_{6-7} - \theta_{6-4}$$

Singura necunoscută în relația (1) este latura $l = 6\text{-}P$, adică:

$$l = \frac{2s}{(4-6) \cdot \sin \alpha} \tag{2.141}$$

Dacă latura l se aplică pe aliniamentul *6—7*, începînd din punctul *6* se obține punctul căutat *P*. Pentru a avea un control al calculului este bine să se calculeze și coordonatele punctului *P* ca punct pe segment:

$$x_p = x_6 + l \cos \theta_{6-7}$$
$$y_p = y_6 + l \sin \theta_{6-7}$$

Dacă se calculează din coordonate suprafața *4, 5, 6, P, 4* trebuie să se obțină suprafața *S*, ce trebuia, detașată, cu oarecare toleranțe din cauza rotunjirilor.

Aplicație numerică. În cadrul poligonului arătat în figura 2.192 se cere detașarea unei suprafețe de 11 ha după o linie ce trece prin punctul *4*. Coordonatele punctelor ce delimitează poligonul sînt:

4(427,20; 252,30); *6*(50,00; 118,34)

5(393,48; 20,00); *7*(110,46; 538,23)

Apreciind că linia de detașare va trece printre punctele *6* și *7* se calculează din coordonate suprafața s_1 (*4, 5, 6*) și se obține $s_1 = 110\,000{,}0000 - 41\,536{,}0404 = 68\,463{,}9596$ m². Apoi se calculează distanța $\overline{4\,6}$ și unghiul α.

$$\overline{(6-4)} = \sqrt{(x_4 - x_6)^2 + (y_4 - y_6)^2} = 400{,}24 \text{ m}$$
$$\alpha = \theta_{6-7} - \theta_{6-4} = 90^g\,8959 - 21^g\,7096 = 69^g\,1853$$

Orientările laturilor *6—7* și *6—4* s-au calculat cu relația (2.48). Cu aceste elemente se obține l.

$$l = 6\text{—}P = \frac{2s}{(6-4) \cdot \sin \alpha} = \frac{2 \cdot 68\,463{,}9596}{400{,}25 \cdot 0{,}885137} = 386{,}51 \text{ m}.$$

Coordonatele punctului *P* vor fi:

$$x_p = x_6 + \overline{(6-P)} \cdot \cos \theta_{6-7} = 50{,}00 + 386{,}51 \times 0{,}142520 = 105{,}09$$
$$y_p = y_6 + \overline{(6-P)} \cdot \sin \theta_{6-7} = 118{,}34 + 386{,}51 \times 0{,}989797 = 500{,}90$$

Calculînd din coordonate suprafața *S* (*4, 5, 6, P, 4*) se obține $S = 109\,999{,}6827$ m², deci 11 ha cu o diferență tolerabilă de 0,32 m².

2.822. **Parcelarea paralelă.** Cea mai frecventă parcelare este aceea care se face după o direcție dată. Aceasta poate fi o anumită direcție cardinală sau direcția unei laturi oarecare.

BCU „Ion Creangă" Iași - DIGITAL LIBRARY

Problema se reduce totdeauna, independent de forma conturului poligonal sau de condițiile suplimentare ce se pun, la parcelarea în trapez. Relațiile ce se utilizează la parcelarea în trapez pot fi folosite, prin particularizare, și la parcelarea de figuri dreptunghiulare sau pătratice.

Să considerăm, pentru aceasta, conturul poligonal ...*2, 3, 4, 5, 6, 7, 8* ... determinat de coordonatele punctelor (fig. 2.193).

Se cere detașarea suprafeței S după direcția θ_{P-R}. Să presupunem că dreapta $P-R$ ce ar defalca suprafața S după direcția dată ar intersecta latura *2—3* în punctul P și latura *7—8* în punctul R. Dacă din punctele *3* și *8* se duc paralele la direcția de defalcare $P-R$ se obțin, pe conturul poligonal, punctele *3'* și *8'*. Astfel rezultă trapezul *3, 3', 8, 8'*, în care urmează să se facă detașarea suprafeței $s = S - s_1$. Suprafața s_1 (*3, 4, 5, 6, 7, 3', 3*) se calculează din coordonatele punctelor.

Pentru a se calcula pozițiile punctelor P și R este necesar să se calculeze distanțele $k = 3 - P$ și $l = 3' - R$. Calculul acestor distanțe și al elementelor intermediare se poate urmări mai bine pe figura 2.194 întocmită după figura 2.193. Întrucît în trapezul mare *3, 3', 8, 8'* sînt cunoscute coordonatele punctelor ce-l determină înseamnă că se pot considera cunoscute, deoarece se pot calcula direct: bazele trapezului mare, adică B și b, laturile trapezului mare L și K, precum și unghiurile α și β pe care le fac laturile neparalele ale trapezului cu baza mare B.

Dacă din punctele *8'* și P se duc paralelele $8' - Q$ și $P - q$ la latura *8—3'* se obțin triunghiurile asemenea *8' 3 Q* și *P 3 q*.

Rezolvarea problemei se poate face pe cale analitică sau trigonometrică.

Soluția analitică. Se scrie raportul bazelor, înălțimilor și laturilor celor două triunghiuri obținîndu-se:

$$\frac{B - b_1}{B - b} = \frac{h}{H} = \frac{l}{L} = \frac{k}{K} = r \tag{2.142}$$

Se observă că dacă s-ar cunoaște valoarea raportului r s-ar putea calcula toți termenii de la numărător, adică inclusiv laturile mici l și k care definesc suprafața, deoarece toți numitorii sînt cunoscuți. Se va calcula mai întîi baza b_1.

Din expresia (2.142) avem:

$$B - b_1 = (B - b)\frac{h}{H} \tag{2.143}$$

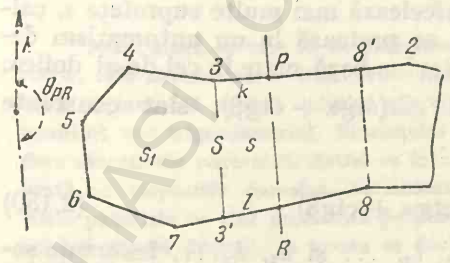


Fig. 2.193—Defalcarea paralelă a suprafeței s

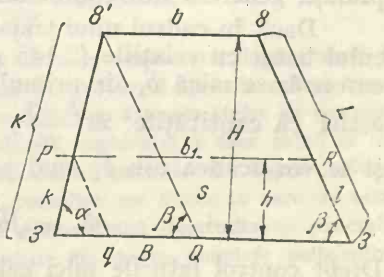


Fig. 2.194 — Parcelarea în trapez

BCU IAȘI CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

Dacă se scrie relaţia suprafeţei trapezului mic:

$$s = \frac{B + b_1}{2} \cdot h \text{ sau } h = \frac{2s}{B + b_1} \tag{2.144}$$

şi dacă expresia înălţimii h se întroduce în relaţia (2.143), se obţine:

$$B - b_1 = (B - b)\frac{2s}{(B + b_1)H} \quad \text{sau:} \quad B^2 - b_1^2 = 2s\frac{B - b}{H}$$

de unde:

$$b_1 = \sqrt{B^2 - 2s\frac{B - b}{H}} \tag{2.145}$$

Această valoare introdusă în relaţia (2.142) dă raportul r în funcţie de care se pot calcula laturile l şi k.

$$l = r \cdot L \text{ şi } k = r \cdot K \tag{2.146}$$

Soluţia trigonometrică. După figura 2.194 se poate scrie:

$$B - b = H \operatorname{ctg} \alpha + H \operatorname{ctg} \beta \text{ sau } \frac{B - b}{H} = \operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg} \beta \tag{2.147}$$

Făcînd înlocuirea în relaţia (2.145) se obţine:

$$b_1 = \sqrt{B^2 - 2s(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)}, \tag{2.148}$$

Expresia bazei b_1 a trapezului este exprimată trigonometric în funcţie de unghiurile α şi β. Dacă se introduc în relaţia (2.144) se obţine înălţimea h a trapezului, iar laturile neparalele l şi k exprimate trigonometric vor fi:

$$k = \frac{h}{\sin \alpha} \text{ şi } l = \frac{h}{\sin \beta}. \tag{2.149}$$

Concluzii. Aşadar parcelarea se poate face fie analitic fie trigonometric. În primul caz se aplică relaţiile (2.145, 2.142, 2.146), iar în al doilea (2.148) 2.144, 2.149).

Pentru control se pot calcula coordonatele punctelor P şi R ca puncte pe segment, întocmai ca la detaşarea prin punct obligat şi se calculează suprafaţa generală din coordonate.

Dacă în cadrul unui trapez se parcelează mai multe suprafeţe s, calculul bazei cu relaţiile (2.145 şi 2.148) se pretează la un automatism deoarece baza mică b_1 din primul trapez devine bază mare în cel de-al doilea, astfel că cantităţile $2s\frac{B - b}{H}$, respectiv $2s(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)$, sînt constante şi se vor scădea din b_1^2 cînd se obţine:

$$b_2 = \sqrt{b_1^2 - 2s\,(\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)} \tag{2.150}$$

Drept control laturile mici calculate $l_1, l_2, \ldots$ şi $k_1, k_2 \ldots$, însumate separat trebuie să dea $\Sigma l = L$ şi $\Sigma k = K$; totodată $\Sigma h = H$.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aplicație numerică. Se dă poligonul prezentat în figura 2.195 în care se cere să se detașeze o suprafață S de 5 ha după o direcție de orientare $\theta = 178^g20^c00^{cc}$. Apreciind că linia de detașare PR ar intersecta laturile *2—3* și *7—8* se duc paralele din punctele *3* și *8* la direcția de detașare și se vor intersecta cu laturile *7—8* respectiv *2—3*. Pentru obținerea punctului *3'* se scriu ecuațiile dreptelor *3—3'* și *7—8'*.

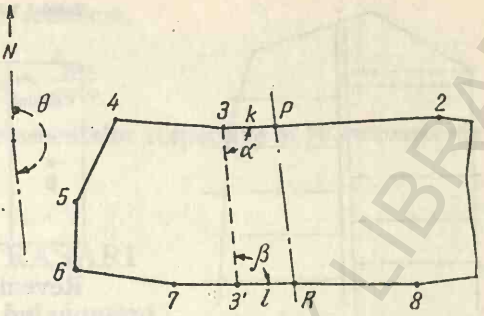


Fig. 2.195 — Aplicații la parcelarea paralelă

$$y - y_3 = (x - x_3) \operatorname{tg} \theta$$

$$y - y_7 = (x - x_7) \operatorname{tg} \theta_{7-8}.$$

Din intersecția acestor două drepte rezultă coordonatele punctului *3'*. Din coordonatele punctelor se va calcula suprafața s_1(*3, 4, 5, 6, 7, 3', 3*) care scăzută din $S = 5$ ha va da $s = 12\,808{,}93$ m².

Dacă aplicăm metoda trigonometrică avem nevoie de unghiurile interioare α și β care se obțin din diferențele orientărilor și se obțin $\alpha = \theta_{3-3'} - \theta_{3-2} = 90^g\,83^c\,67^{cc}$ și $\beta = \theta_{7-8} - \theta_{3'-3} = 108^g\,64^c\,77^{cc}$.

Prin urmare $\operatorname{ctg} \alpha = 0{,}144939$ și $\operatorname{ctg} \beta = -0{,}136679$ de unde

$$\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = 0{,}008260$$

Dacă lungimea laturii $3—3' = B = 186{,}75$ m, baza mică $b_1 = PR$ se va calcula cu expresia (2.148) și va da:

$$b_1 = \sqrt{186{,}75^2 - 2 \times 12\,808{,}93 \times 0{,}008260} = 186{,}18 \text{ m.}$$

În continuare se calculează înălțimea trapezului h

$$h = \frac{2s}{B + b} = \frac{25\,617{,}86 \text{ m}^2}{372{,}93 \text{ m}} = 68{,}69 \text{ m}$$

de unde:

$$k = 3 - P = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{68{,}69}{0{,}989659} = 69{,}41 \text{ m}$$

$$l = 3 - R = \frac{h}{\sin \beta} = \frac{68{,}64}{0{,}990789} = 69{,}33 \text{ m}$$

Notă. Dacă se cere să se parceleze suprafața dată, în continuare, după aceeași direcție, este necesar să se transforme toată suprafața în trapeze și apoi, în cadrul trapezelor obținute să se facă calculul propriu-zis de parcelare cu formule tipice de parcelare analitică sau trigonometrică. Bineînțeles că „pregătirea" suprafeței se face avînd în vedere obiectivele parcelării. Astfel se întocmește dispozitivul parcelar. În figura 2.196 se arată un dispozitiv parcelar. Se observă că s-a proiectat un drum la care au acces toate parcelele ce sînt proiectate perpendicular pe drum. După determinarea punctelor ce delimitează drumul, pe acesta se duc perpendiculare din toate punctele poligonului. Astfel se obțin trapezele.

BCU CENTRALA UNIVERSITARĂ LIBRARY

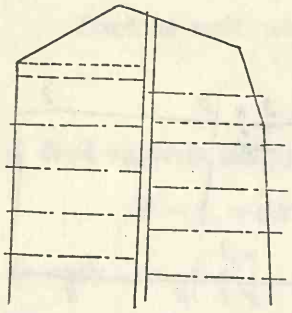


Fig. 2.196 — Dispozitiv parcelar

Tabelul 2.15

ELEMENTELE DATE PENTRU PARCELAREA PARALELĂ

Unghiul	Valoarea	ctg	sin	Schiţa
α	90g 8367	+0,144939	0,989659	
β	108g 6477	−0,136679	0,990788	
		Σ = 0,008260		

Revenind la aplicaţia numerică dată şi presupunînd că plecînd de la baza $B = 3 - 3'$ se cere parcelat în continuare trapezul $3 - 3'$, $8 - 8'$, care este mare, în suprafeţe $s = 12808{,}93$ m², se întocmeşte un tabel de elemente date (2.15) şi un tabel de calcul (2.16).

Tabelul se referă la parcelarea într-un trapez, în care parcelele sînt egale. Se înscriu mai întîi suprafeţele de parcelat apoi se calculează succesiv toate bazele, din aproape în aproape şi abia apoi se calculează înălţimile şi laturile neparalele.

Verificarea se face confruntînd lungimile laturilor neparalele calculate din coordonate, cu lungimile rezultate din însumarea lungimilor parţiale.

Tabelul 2.16

PARCELAREA PARALELĂ

Nr.	Suprafeţe		Baze	Înălţimi	Laturile neparalele		Laturi
	Simple	Duble	B şi b	h	k(α)	l(β)	
	m²	m²	m	m	m	m	
1	—	—	186,75	—	—	—	3—3′
2	12808,93	25617,86	186,18	68,69	69,41	69,33	*a*—*a*′
3	12808,93	25617,86	185,61	68,90	69,62	69,54	*b*—*b*′
4	12808,93	25617,86	185,03	69,12	69,84	69,76	*c*—*c*′

2.83. APLICAREA PARCELARULUI PE TEREN

Prin aplicarea parcelarului pe teren se înţelege aplicarea lungimilor laturilor neparalele ale trapezelor, adică aplicarea lungimilor r şi k şi marcarea punctelor ce rezultă din această aplicare şi anume a, b, c, apoi $3'$, a' b', c' etc.

Punctul $3'$ se va aplica din 7 pe aliniamentul $7—8$. Pentru aceasta este necesar să se calculeze din coordonate distanţa $7—3'$.

Din calcul rezultă întotdeauna distanţa redusă la orizont fie că este vorba de distanţe deduse din coordonate ca distanţă $7—3'$, fie că este vorba de distanţe calculate ca l şi k. Dacă terenul este în pantă este necesar ca înainte de a se aplica, distanţele să fie majorate corespunzător cu panta deoarece la teren distanţele se măsoară aplicînd panglica pe linia terenului.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Academia de Geologie-Geografie

Acest calcul este invers celui de reducere.

$$d_{teren} = \frac{d_{plan}}{\cos \varphi}$$

(φ este unghiul de pantă a aliniamentelor respective şi se cunoaşte de la ridicare).

2.9. TRASĂRI

2.90. GENERALITĂŢI

Trasarea se ocupă cu aplicarea pe teren a proiectelor (planurilor de execuţie) prin transpunerea pe teren a punctelor lor caracteristice. Operaţia de trasare este tot o operaţie topografică, deoarece se folosesc aceleaşi cunoştinţe (aceleaşi aparate şi mărimi), însă nu pentru a se măsura anumite mărimi ci pentru a se aplica. Mărimile de aplicat se iau de pe planuri unde valoarea lor, a celor mai importante, este dată numeric sau se poate calcula iar a altora se ia grafic. Baza de trasare o constituie reţeaua de sprijin şi îndesire folosită la ridicare ca şi alte puncte determinate anume în acest scop.

Trasarea se poate face polar, prin metoda absciselor şi ordonatelor, şi prin triunghiuri sau figuri geometrice ce pot fi construite la teren.

De exemplu aplicarea polară a punctului P (fig. 2.197) din punctul A se face în funcţie de unghiul α şi raza polară r. Astfel se staţionează cu teodolitul în punctul A, se vizează la punctul B şi se citeşte la limb. Se deblochează mişcarea înregistratoare şi se adaugă unghiul α. Pe direcţia astfel obţinută se măsoară distanţa r. Punctul P astfel obţinut se marchează cu un ţăruş.

2.91. DESCHIDEREA LINIILOR ÎN PĂDURE

Pentru diferite nevoi de gospodărie silvică, precum şi eventual pentru alte cerinţe, trebuie deschise linii în pădure. Liniile se deschid pentru amplasarea diferitelor instalaţii de transport în pădure ca: funiculare, drumuri, căi ferate etc., pentru instalarea de linii de înaltă tensiune etc., sau la cîmpie ca linii parcelare în scopuri de amenajare a pădurilor.

O deschidere de linie este precedată întotdeauna de o ridicare topografică şi presupune efectuat calculul elementelor în funcţie de care se face trasarea liniei.

Să presupunem cazul arătat în figura 2.198 unde linia ce trebuie deschisă este $4—P$. Deschiderea poate începe atît din punctul 4 cît şi din punctul P. Dacă începe din punctul 4 trebuie calculate unghiurile α şi β, iar dacă începe

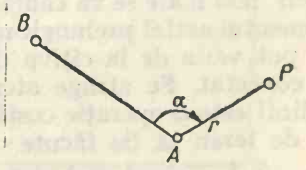


Fig. 2.197 — Aplicarea polară a unui punct P

BCU CLUJ LIBRARY

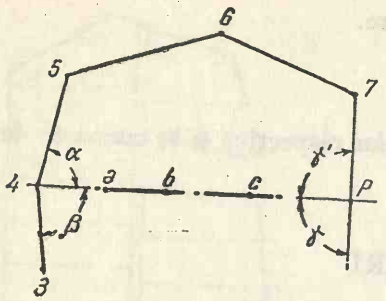


Fig. 2.198 — Deschiderea unei linii în pădure

din P trebuie calculate unghiurile γ şi γ'. Evident că dacă punctul P s-a obţinut dintr-o detaşare prin punctul obligat *4*, unghiurile γ sînt cunoscute din calculul de detaşare, iar dacă deschiderea se face din puncte obţinute dintr-o parcelare paralelă, ambele puncte de deschidere vor fi puncte pe segment, de genul lui P, cînd sînt cunoscute unghiurile în ambele puncte. Aşadar, dacă nu sînt cunoscute se calculează unghiurile α, β, şi γ din coordonatele punctelor.

$$\alpha = \theta_{4-P} - \theta_{4-5}; \quad \beta = \theta_{4-3} - \theta_{4-P};$$

$$\gamma = \theta_{P-4} - \theta_{7-8}; \quad \gamma' = 200^g - \gamma$$

Dacă deschiderea începe din punctul *4* se va staţiona în el cu teodolitul şi se va viza la punctul *5*. Dacă la viza *4—5* se adaugă unghiul α cu mişcarea particulară liberă, luneta se va dirija tocmai pe direcţia de deschis *4—P* pe care se va fixa un jalon în *a*.

Pentru control se va viza apoi la *3* şi se va scădea unghiul β cînd luneta va trebui să fie dirijată riguros spre jalonul din *a*. O dată ce sîntem asiguraţi că direcţia de deschidere *4—P* este bine determinată prin *4—a* începe operaţia propriu-zisă de deschidere a liniei, adică de tăiere a pădurii pe un culoar minim necesar creării vizibilităţii nestingherite în lungul liniei *4—P*.

Dacă traseul este lung sau ondulat şi deschiderea nu poate fi dirijată direct din punctul *4* pentru întregul traseu, se vor face mai multe staţii pe aliniament. Pentru aceasta se va muta primul jalon instalat în *a* în aşa fel încît să fie cît mai depărtat de aparat pe direcţia deschisă *4—P* şi se va fixa cît mai riguros în aliniament cu luneta. Apoi se ridică aparatul şi se mută în locul jalonului din noul punct *a*, iar jalonul din *a*, sau altul, se fixează în locul aparatului, adică în *4*. Din *a* se va viza înapoi la *4* şi se descriu 200^g. Astfel se obţine *b* etc. La fel se obţin punctele *b*, *c* şi eventual altele, pînă se ajunge în punctul P.

Dacă traseul este variat se va căuta ca punctele de staţie cu teodolitul *a*, *b*, *c*, ... să fie fixate pe ridicături. Distanţa dintre punctele *4*, *a*, *b*, *c* etc. poate varia între 50 m şi 300—400m. Pentru a se asigura o precizie cît mai mare se va căuta ca aceste distanţe să fie cît mai lungi. Dacă aliniamentul astfel prelungit nu cade peste punctul P, în limitele toleranţelor, care pot varia de la cîţiva dm la cîţiva m, este necesar ca aliniamentul să fie corectat. Se atrage atenţia asupra faptului că deoarece deschiderea unei linii este o operaţie costisitoare, este necesar ca atît calculele cît şi operaţiile de teren să fie făcute cu cea mai mare grijă.

În cazul cînd abaterea este mare, precum şi atunci cînd se cere o marcare riguroasă a aliniamentului prin ţăruşi, se va face o corectare a

traseului aplicat (fig. 2.199). Calculul corecţiei ce se va aplica în punctele marcate cu ţăruşi *a, b, c* etc., precum şi în alte puncte, se face astfel: Să presupunem că aliniamentul deschis este $4 - P'$, iar eroarea $e_p = p - p'$ este socotită perpendicular pe traseul deschis $2-P'$. Dacă eroarea e_p se referă la distanţa d_p, corecţia ce se aplică în punctele *a, b, c* etc., precum şi în oricare punct de pe traseu, va fi proporţională cu depărtarea punctului respectiv la punctul *4*. Astfel rezultă:

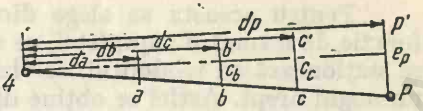


Fig. 2.199 — Rectificarea liniei deschise

$$c_a = \frac{-e_p}{d_p} \cdot d_a; \quad c_b = \frac{-e_p}{d_p} d_b \text{ etc.}$$

2.92. RECTIFICAREA HOTARELOR

O problemă ce se pune de obicei în alt cadru şi pentru a cărei rezolvare nu se cer cunoştinţe noi este aceea a rectificării hotarelor. Este vorba de înlocuirea unor hotare artificiale frînte, sinuoase etc., dintre două unităţi socialiste cu un hotar mai convenabil, în general un hotar drept (figura 2.200) Criteriile de stabilire a noului hotar pot fi diferite. Unul este acela al stabilirii unui hotar rectiliniu după principiul suprafeţelor echivalente, iar altul poate fi acela al stabilirii unui hotar între puncte naturale din teren. În primul caz trebuie făcut un calcul al suprafeţelor evident din coordonatele punctelor caracteristice, apoi un calcul de detaşare cu conservarea vechilor suprafeţe ca mărime. În cel de-al doilea caz urmează a se calcula de-a dreptul elementele de aplicare în funcţie de coordonatele cunoscute ale punctelor ridicării şi ale punctelor între care trebuie făcută trasarea noului hotar.

Aplicarea noului hotar se face după procedeul indicat la deschiderea unei linii.

2.93. TRASAREA UNUI CADRILAJ

Pentru a se avea un cadru de sprijin în vederea efectuării unor lucrări cum ar fi cele de ridicare a reliefului în terenuri inexpresive ca relief sau de trasare a unor obiective industriale etc., adeseori este indicat să se aplice un cadrilaj care se marchează prin punctele de vîrf (fig. 2.201).

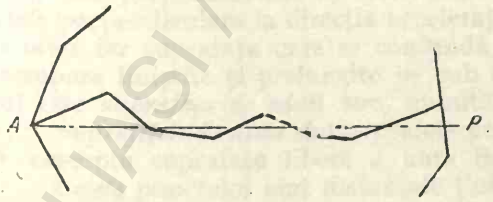


Fig. 2.200 — Rectificarea hotarelor

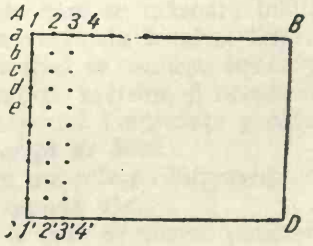


Fig. 2.201—Trasarea unui cadrilaj

Pentru aceasta se alege direcţia AB (de dezvoltare a cadrilajului) funcţie de formatul suprafeţei, se stabileşte punctul de colţ A (1, a) în care se staţionează cu teodolitul, se vizează la jalonul plantat în B şi se descrie un unghi drept. Astfel se obţine direcţia pe care se fixează punctul C. Punctele 2, 3, 4, ... pe direcţia AB şi punctele b, c, d, ... pe direcţia AC se stabilesc cu panglica la aceeaşi distanţă între ele (5—50 m) funcţie de accidentaţia terenului, de precizia ce se urmăreşte şi în general funcţie de necesităţi.

Punctele din interior se pichetează, la distanţa stabilită, pe aliniamentele succesive (2—2'), (3—3') etc., marcate prin jaloane. Toate punctele obţinute (3, e) (7, g) etc., trebuie să se găsească deopotrivă pe coloane şi pe orizontale.

2.94. TRASAREA CURBELOR

Trasarea pe teren a axelor unor instalaţii de transport cum sînt drumurile şi căile ferate implică întotdeauna şi trasări de curbe.

În asemenea situaţii, curbele sînt arce de racordare între aliniamente. Există multe tipuri de curbe folosite dar mai ales se utilizează arcele de cerc şi de parabolă.

Pentru trasarea curbelor este necesar să se cunoască punctele caracteristice ale curbelor care apoi pot fi trasate după caz, fie prin abscise şi ordonate, fie polar, fie prin alte metode specifice.

Pentru practică s-au calculat tabele de trasare a curbelor cu ajutorul cărora se obţin elemente de trasare. Astfel, în funcţie de unghiul format de două aliniamente şi raza de curbură a cercului de racordare se obţin (cu ajutorul tabelelor) nu numai poziţiile punctelor principale ca punctele de intrare şi ieşire din curbă şi vîrful curbei ci şi elementele în funcţie de care se aplică punctele intermediare.

Tabelele de trasare a curbelor redau cazurile clasice de racordare şi bineînţeles toate indicaţiile necesare pentru folosirea lor.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3. NIVELMENTUL SAU ALTIMETRIA

3.0. CUNOȘTINȚE GENERALE

3.00. OBIECTUL NIVELMENTULUI

Nivelmentul sau altimetria se ocupă cu determinarea înălțimii unor puncte din teren și cu reprezentarea reliefului pe suprafețe plane (nivelmentul de suprafață) sau pe anumite direcții (profile).

Ridicarea altimetrică, completînd planimetria cu relieful, oferă o imagine deplină asupra teritoriilor ridicate, deoarece punctele și deci detaliile din teren sînt redate nu numai în plan (x și y) ci și în spațiu (x, y și z). De aceea, redarea reliefului este necesară în toate cazurile cînd ridicările servesc proiectările și executările de lucrări inginerești sau de cercetare, la baza cărora trebuie să stea un studiu atent al terenului ca: proiectarea și executarea instalațiilor de transport, a lucrărilor hidrotehnice și hidroenergetice, a lucrărilor de amenajare a pădurilor, prospecțiunilor etc.

Punctele a căror înălțime se determină pentru a se prezenta relieful sînt punctele caracteristice de relief, definite ca la § 1.02 și figura 1.4, *c*.

3.01. SUPRAFEȚE DE NIVEL. DIFERENȚE DE NIVEL

Înălțimile se măsoară în fiecare punct pe direcția verticalei (în punctul respectiv) dată de firul cu plumb, direcție ce corespunde cu cea a accelerației gravitației. Suprafața de referință, față de care se măsoară înălțimile, este perpendiculară în orice punct al ei la verticala locului. Suprafețele perpendiculare la direcția accelerației gravitației se numesc *suprafețe de nivel* iar suprafața care se confundă cu suprafața mărilor și oceanelor presupuse liniștite și prelungite pe sub scoarța terestră (suprafața geoidului) este *suprafața de nivel zero*, numită și *suprafață de bază*.

Suprafețele de nivel sînt suprafețe de echilibru, suprafețe echipotențiale; de exemplu suprafața liberă a unui lichid în repaus etc.

Cotele punctelor sînt distanțele (înălțimile) la care se găsesc punctele față de o anumită suprafață de nivel. Dacă înălțimile punctelor se dau

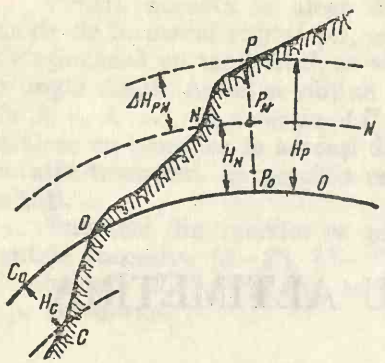


Fig. 3.1 — Suprafeţe de nivelment. Cote

faţă de suprafaţa de nivel zero (fig. 3.1), ele se numesc înălţimi absolute sau cote absolute sau simplu cote sau altitudini, iar dacă se dau faţă de o suprafaţă de nivel oarecare NN, se numesc *cote relative*. Cotele de deasupra suprafeţei de nivel zero sînt cote pozitive sau cote altimetrice şi se notează cu +, iar cotele de sub suprafaţa de nivel zero sînt cote negative sau cote batimetrice şi se notează cu —. De exemplu cota absolută a punctului P este $PP_0 = H_P$ cota relativă a punctului P faţă de suprafaţa de nivel NN este PP_N, iar cota absolută a punctului C este $CC_0 = -H_C$.

Diferenţa de nivel dintre două puncte este distanţa pe verticală dintre suprafeţele de nivel ale celor două puncte. De exemplu diferenţa de nivel dintre punctele N şi P este $PP_N = \Delta H_{PN}$.

Problema de căpetenie în măsurătorile altimetrice este aceea a determinării diferenţei de nivel dintre două puncte. Dacă se cunoaşte cota unuia, cota celuilalt punct se obţine prin adăugarea diferenţei de nivel la cota primului:

$$H_P = H_N + \Delta H_{PN}. \tag{3.1}$$

Dacă suprafeţele de teren ce constituie obiectul ridicării nu sînt mari, se admite că suprafeţele de nivel sînt paralele şi chiar sfere concentrice cînd diferenţele de nivel sînt unul şi acelaşi lucru cu diferenţele de înălţime. Pe măsură însă ce ne referim la suprafeţele mai mari, care afectează forma elipsoidală a pămîntului, suprafeţele de nivel nu mai sînt paralele cînd diferenţele de înălţime nu mai corespund exact cu diferenţele de nivel.

3.02. COTE ORTOMETRICE, COTE DINAMICE, COTE NORMALE

Suprafeţele de nivel, ca suprafeţe de echilibru şi deci implicit şi perpendicularele la aceste suprafeţe sînt în fiecare punct, rezultante ale forţei gravitaţiei şi ale forţei centrifuge provocată de rotirea pămîntului în jurul axei sale.

Întrucît forţa centrifugă este maximă la ecuator şi nulă la poli, iar forţa gravitaţiei este mai mare la poli şi mai mică la ecuator este evident că suprafeţele de nivel nu sînt paralele. Neparalelismul suprafeţelor de nivel rezultă mai clar dacă se consideră două puncte *1* şi *2* (fig. 3.2) situate la latitudini diferite şi pe suprafeţe de nivel diferite. Notînd cu g_1 şi g_2 acceleraţia gravitaţiei medii între cele două suprafeţe de nivel în zona punctelor *1* şi *2* şi cu h_1 şi h_2 distanţa dintre cele două suprafeţe de nivel în punctele *1* şi *2* se poate scrie:

$$w = g_1 h_1 = g_2 h_2$$

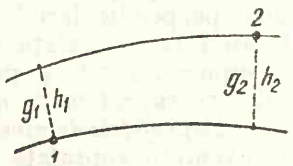


Fig. 3.2 — Neparalelismul suprafeţelor de nivel

unde:

ω este lucrul mecanic necesar trecerii de pe prima suprafaţă de echilibru la a doua (este acelaşi în orice punct s-ar face trecerea). Întrucît $g_1 \neq g_2$ deoarece acceleraţia gravitaţiei variază cu latitudinea rezultă $h_1 \neq h_2$ adică suprafeţele de nivel nu sînt paralele şi anume distanţa dintre ele scade de la ecuator la poli.

În figura 3.3 se arată dispoziţia relativă a suprafeţelor de nivel precum şi traiectoriile ortogonale pe acestea, adică direcţiile acceleraţiei gravitaţiei.

Pentru a se ilustra efectul şi proporţia neparalelismului suprafeţelor de nivel să ne imaginăm că în trei puncte ale pămîntului (unul la ecuator, altul la latitudinea de 45° şi altul la pol) există trei turnuri de înălţimi sensibil egale (100,000 m) deasupra nivelului mediu al mărilor (fig. 3.4). Dacă ne imaginăm în continuare că la latitudinea de 45° nivelul mărilor s-a înălţat brusc exact cu 100,000 m atunci (deoarece $g = g_0^{45}(1 - \alpha \cos 2\varphi - \beta H)$ unde: g_0^{45} este acceleraţia gravitaţiei la nivelul mării şi 45° lat; $\alpha = 0{,}00265$, $\beta = 0{,}000000196$; H cota punctului iar φ latitudinea), la ecuator apa s-a înălţat la 100,265 m iar la pol numai la 99,735 m. Se observă aşadar o diferenţiere a înţelesului de cotă.

Cotele ortometrice sînt înălţimile punctelor măsurate metric în raport cu suprafaţa de bază. Cele trei turnuri au aceeaşi cotă ortometrică.

Cotele dinamice sînt înălţimile punctelor ce rămîn constante în cuprinsul aceleiaşi suprafeţe de nivel. În exemplul dat, suprafaţa de echilibru a apei este de aceeaşi cotă dinamică deşi ortometric, măsoară 100,265 m la ecuator şi 99,735 m la pol.

Este evident că diferenţa dintre cotele ortometrice şi cele dinamice creşte cu diferenţa de latitudine şi cu diferenţa de altitudine dintre punctele considerate. În acest caz se poate vorbi la propriu de diferenţe de cotă sau înălţimi în sens ortometric şi diferenţe de nivel în sens dinamic.

După cum s-a arătat la § 3.01 cotele punctelor se obţin funcţie de cotele cunoscute ale altor puncte şi diferenţa de înălţime (de nivel) ce se măsoară în teren sau în general cota unui punct P este suma diferenţelor de înălţime măsurate pe suprafaţa fizică din aproape în aproape.

$$H_p = \int_{OP} dh \approx \sum_{OP} \Delta h \qquad (3.3)$$

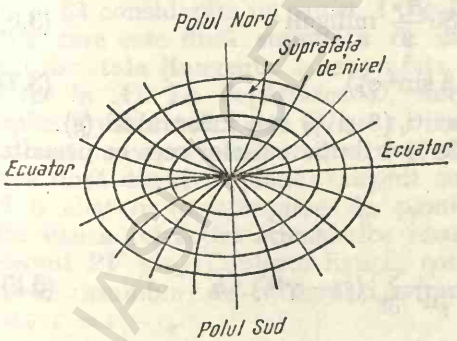


Fig. 3.3 — Dispoziţia suprafeţelor de oivel şi traiectoriile ortogonale pe acestea

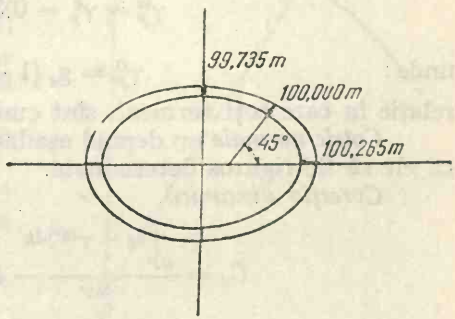


Fig. 3.4 — Înălţimea coloanelor de apă

unde

dh este diferența de înălțime dintre două puncte infinit apropiate ; Δh — diferențele de înălțime efective măsurate pe suprafața topografică între două cîte două puncte de la 0 pînă la P (fig. 3.1).

Din cauza neparalelismului suprafețelor de nivel cotele astfel obținute nu sînt nici cote ortometrice și nici cote dinamice. Pentru a se exprima fie într-un sistem fie în altul este necesar ca valorilor obținute cu relația (3.3) să li se aducă corecții.

Corecția ortometrică.

$$C_0 = \frac{\int_{OP} (g - g_P^m)\, dh}{g_P^m} \approx \frac{1}{g_P^m} \sum_{OP} (g - g_P^m)\, \Delta h \qquad (3.4)$$

unde:

g este accelerația gravitației măsurată în lungul traseului de nivelment pe suprafața topografică;

g_P^m — accelerația medie a gravitației pe linia PP_0.

Întrucît valoarea g^m nu poate fi măsurată pe linia PP_0 înseamnă că nici nu poate fi cunoscută în mod satisfăcător. Din punct de vedere practic asta înseamnă pe de o parte că suprafața geoidului nici nu poate fi cunoscută, din cauză că nu se poate măsura densitatea maselor dintre punctele de pe suprafața terestră și geoid, iar pe de alta că trebuie renunțat la ea ca suprafață de bază pentru definirea cotelor folosite în reducerile geodezice. Acest lucru s-a făcut în U.R.S.S. și în țările socialiste unde drept suprafață de bază s-a luat suprafața cvasigeoidului (după Prof. M. S. Molodenschi). Cotele date față de cvasigeoid se numesc cote normale.

Corecția normală:

$$C_n = \frac{\int_{OP} (g - \gamma_P^m)\, dh}{\gamma_P^m} \approx \frac{1}{g_P^m} \sum_{OP} (g - \gamma_P^m) \Delta h \qquad (3.5)$$

unde:

γ_P^m este accelerația medie normală a gravitației pe linia PP_0 dată de expresia (3.6)

$$\gamma_P^m = \gamma_P^0 - 0{,}3086 \frac{H_P}{2} \text{ miligali} \qquad (3.6)$$

unde:

$$\gamma_P^0 = g_e (1 + \beta \sin^2 \varphi_P) \qquad (3.7)$$

relație în care toți termenii sînt cunoscuți (β și φ) sau măsurabili (g).

Cotele normale nu depind așadar de distribuția maselor ceea ce permite ca ele să fie riguros determinate.

Corecția dinamică.

$$C_d = \frac{\int_{OP} (g - \gamma^{45°})\, dh}{\gamma^{45°}} \approx \frac{1}{\gamma^{45°}} \sum_{OP} (g - \gamma^{45°})\, \Delta h \qquad (3.8)$$

unde:

$\gamma^{45°}$ este accelerația gravitației normale la latitudinea de 45°.

BCU IAȘI CENTRALĂ UNIVERSITY LIBRARY

Notă. La noi, începînd cu anul 1956 sistemul cotelor ortometrice a fost înlocuit cu acela al cotelor normale.

Cotele dinamice prezintă interes pentru nevoile practice mai ales în probleme hidrotehnice deoarece numai atunci nivelul apelor liniştite (mari şi dezvoltate pe direcţia nord-sud) au aceeaşi cotă. De aceea, în afara cotelor normale, un anumit număr de puncte din reţeaua de nivelment de precizie primeşte şi cote dinamice. Sînt stabilite relaţii directe de trecere de la un sistem de cote la celelalte.

Cotele brute obţinute funcţie de măsurătorile efectuate în teren nu sînt nici ortometrice, nici normale şi nici dinamice. Diferenţierea este cu atît mai mare cu cît mai mare este diferenţa de latitudine şi de altitudine. Pe măsură ce aceste diferenţe sînt mai mici în aceeaşi măsură dispare şi diferenţa. În lucrările curente de măsurători desfăşurate pe distanţe mici (de ordinul km şi chiar al zecilor de km în raport cu precizia ce se urmăreşte) diferenţele de înălţime măsurate sînt unul şi acelaşi lucru cu diferenţele de nivel iar diferenţierea între categorii de cote nu se mai face.

3.03. EFECTUL CURBURII PĂMÎNTULUI ŞI AL REFRACŢIEI ATMOSFERICE

Conform celor arătate la § 3.01 problema de căpetenie în măsurătorile altimetrice este aceea a determinării diferenţei de nivel dintre puncte. Din aproape în aproape, suprafeţele de nivel pot fi considerate ca fiind nu numai paralele dar chiar sfere concentrice astfel că determinarea diferenţei de nivel dintre două puncte apropiate revine la determinarea distanţei dintre două suprafeţe sferice concentrice. Această observaţie este avantajoasă pentru efectuarea calculelor însă măsurătorile în teren nu se pot prevala de ea deoarece suprafeţele de nivel nu pot fi construite şi folosite ca atare.

Suprafeţele care pot fi construite pe teren cu uşurinţă şi care pot servi de asemenea cu uşurinţă la determinarea diferenţelor de nivel dintre puncte sînt suprafeţele orizontale.

Urmează a se stabili efectul curburii suprafeţelor de nivel, adică al curburii pământului.

Să considerăm un punct A (fig. 3.5) prin care este dusă suprafaţa de nivel şi orizontala (tangenta la suprafaţa de nivel în A). La depărtarea D, efectul curburii pământului este $PP_0 = c_1$. Dacă, în continuare, se are în vedere faptul că viza dusă din A în planul tangent suferă o abatere (o apropiere de pământ) din cauza refracţiei atmosferice rezultă efectul $PV = c_2$. Conform figurii, corecţia de ansamblu, de curbură şi refracţie este $c = c_1 - c_2$.

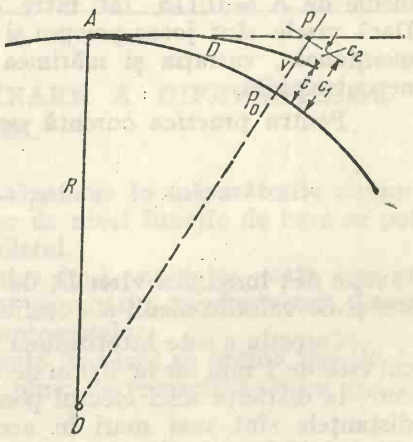


Fig. 3.5 — Efectul curburii pământului şi al refracţiei atmosferice

Corecţia de curbură c_1 se deduce din triunghiul APO unde R este raza

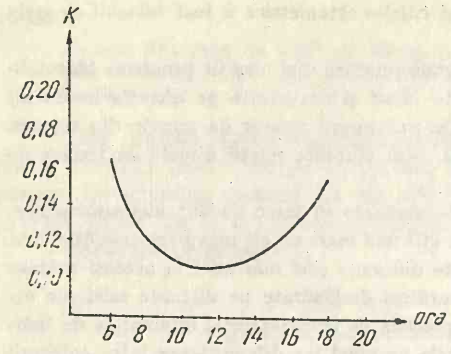


Fig. 3.6 — Variaţia coeficientului de refracţie atmosferică

medie a pămîntului (în zona respectivă) iar D lungimea vizei.

$$D^2 + R^2 = (R + c_1)^2$$

de unde

$$c_1 = \frac{D^2}{2R + c_1} \qquad (3.9)$$

c_1 fiind foarte mic în raport cu 2 R se poate neglija la numitor astfel că relaţia devine:

$$c_1 = \frac{D^2}{2R} \qquad (3.10)$$

Corecţia c_1 creşte cu pătratul distanţei de viză.

Corecţia de refracţie c_2 are o expresie asemănătoare

$$c_2 = K \cdot \frac{D^2}{2R} \qquad (3.11)$$

unde K este coeficientul de refracţie atmosferică care variază cu variaţia presiunii, a umidităţii şi a temperaturii atmosferice în limitele generale 0 şi 0,26 după o curbă de forma din figura 3,6 unde în abscisă s-a luat ora din timpul zilei. Curba arată că în timpul prînzului valoarea coeficientului este practic constantă. Din cercetările întreprinse de noi a rezultat că singurele elemente care influenţează hotărît mărimea şi variaţia coeficientului K sînt poziţia soarelui faţă de meridianul locului şi înălţimea vizei deasupra solului. Pentru cazul cînd viza este înaltă (cel puţin 4 metri deasupra solului) am dedus că între orele 10 şi 14 se poate lua valoarea medie de $K = 0{,}115$, iar între orele 7—9 şi 15—17 în jur de 0,145. Dacă vizele sînt joase precum şi dacă observaţiile se fac în afara orelor menţionate, variaţia şi mărimea coeficientului de refracţie este practic necontrolabilă.

Pentru practica curentă s-a calculat tabelar corecţia de ansamblu:

$$c = c_1 - c_2 = \frac{D^2}{2R}(1 - K) \qquad (3.12)$$

funcţie de: lungimea vizei D, de raza medie a sferei echivalente $R = 6379$ km şi de valorile medii ale coeficientului K pentru vize înalte.

Corecţia c este întotdeauna pozitivă. La o depărtare de 121 m, efectul este de 1 mm iar la 400 m de 1,1 cm. Aşadar, în raport cu precizia ce se cere, la distanţe mici efectul poate fi neglijat sau corectat. Pe măsură ce distanţele sînt mai mari în aceeaşi măsură efectul este mai important şi totodată în aceeaşi măsură el scapă controlului din cauza variaţiilor valorii coeficientului K.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 3.1. CORECŢIA DE CURBURĂ ŞI REFRACŢIE ATMOSFERICĂ PENTRU VIZE ÎNALTE — K = 0,115 — observaţii efectuate între orele 10—14

Distanţa (m)	Corecţia (m)	Distanţa (m)	Corecţia (m)
100	0,001	3100	0,667
200	0,003	3200	0,710
300	0,006	3300	0,755
400	0,011	3400	0,802
500	0,017	3500	0,850
600	0,025	3600	0,899
700	0,034	3700	0,950
800	0,044	3800	1,002
900	0,056	3900	1,055
1000	0,069	4000	1,110
1100	0,084	4100	1,166
1200	0,100	4200	1,224
1300	0,117	4300	1,283
1400	0,136	4400	1,343
1500	0,156	4500	1,405
1600	0,178	4600	1,468
1700	0,200	4700	1,532
1800	0,225	4800	1,598
1900	0,250	4900	1,666
2000	0,277	5000	1,734
2100	0,306	5500	2,098
2200	0,336	6000	2,497
2300	0,367	6500	2,931
2400	0,400	7000	3,399
2500	0,434	7500	3,902
2600	0,469	8000	4,440
2700	0,506	8500	5,012
2800	0,544	9000	5,619
2900	0,583	9500	6,260
3000	0,624	10000	6,937

Tabelul 3.2. CORECŢIA DE CURBURĂ ŞI REFRACŢIE ATMOSFERICĂ PENTRU VIZE ÎNALTE — K = 0,145 — observaţii efectuate între orele 7—9 şi 15—17

Distanţa (m)	Corecţia (m)	Distanţa (m)	Corecţia (m)
100	0,001	3100	0,644
200	0,003	3200	0,686
300	0,006	3300	0,730
400	0,011	3400	0,775
500	0,017	3500	0,821
600	0,024	3600	0,869
700	0,033	3700	0,917
800	0,043	3800	0,968
900	0,054	3900	1,019
1000	0,067	4000	1,072
1100	0,081	4100	1,127
1200	0,097	4200	1,182
1300	0,113	4300	1,239
1400	0,131	4400	1,298
1500	0,151	4500	1,357
1600	0,172	4600	1,418
1700	0,194	4700	1,480
1800	0,217	4800	1,544
1900	0,242	4900	1,609
2000	0,268	5000	1,675
2100	0,296	5500	2,027
2200	0,324	6000	2,413
2300	0,355	6500	2,831
2400	0,386	7000	3,284
2500	0,419	7500	3,770
2600	0,453	8000	4,280
2700	0,489	8500	4,842
2800	0,525	9000	5,428
2900	0,564	9500	6,048
3000	0,603	10000	6,702

3.04. MODALITĂŢI DE DETERMINARE A DIFERENŢELOR DE NIVEL

După cum s-a arătat, problema de căpetenie în măsurătorile altimetrice este aceea a determinării diferenţelor de nivel funcţie de care se pot calcula cotele punctelor şi reprezenta relieful.

Determinarea diferenţei de nivel dintre două puncte se poate face pe mai multe căi dar mai ales prin nivelment geometric, trigonometric, barometric, fotogrammetric şi cu ajutorul automatelor.

Nivelmentul geometric (*direct*). Diferenţa de nivel se obţine funcţie de citirile făcute pe mirele ţinute vertical în punctele respective cu un aparat ce asigură vize orizontale (fig. 3.7).

$$\Delta h = a - b \qquad (3.13)$$

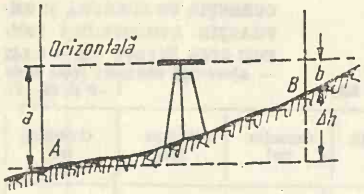


Fig. 3.7 — Principiul nivelmentului geometric

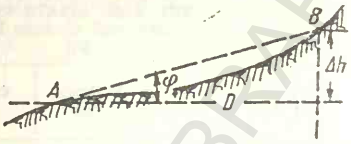


Fig. 3.8 — Principiul nivelmentului trigonometric

Acesta este nivelmentul cel mai precis indicat în terenurile de şes şi puţin înclinate. Prin nivelment geometric se determină reţeaua de nivelment de precizie.

Nivelmentul trigonometric (*indirect*). Diferenţa de nivel se obţine funcţie de unghiul de înclinare φ şi de distanţa redusă D dintre cele două puncte (fig. 3.8).

$$\Delta h = D \cdot \operatorname{tg}\varphi. \tag{3.14}$$

Este un nivelment destul de precis caracteristic oricăror terenuri inclusiv terenurilor accidentate.

Nivelmentul barometric. Diferenţa de nivel se obţine funcţie de presiunile atmosferice şi temperaturile măsurate în cele două puncte. Este un nivelment expeditiv şi aproximativ utilizat uneori în terenurile foarte accidentate.

Nivelmentul fotogrammetric. Diferenţa de nivel se obţine funcţie de imaginile punctelor (poziţiilor) pe două fotograme ale terenului luate din puncte diferite. Este un nivelment al tuturor terenurilor dar mai ales al celor accidentate. Precizia nivelmentului fotogrammetric depinde de mulţi factori (principalul fiind scara fotogramelor) fiind suficientă pentru redarea reliefului la scările curente de lucru.

Nivelmentul cu automate. Automatele montate pe diferite vehicule dau de-a dreptul profilul terenului parcurs.

3.05. REŢELE DE SPRIJIN

Potrivit celor arătate la § 1.02, orice ridicare şi deci inclusiv o ridicare altimetrică trebuie să aibă la bază o reţea de sprijin, în special în cazul ridicărilor pe suprafeţe mari.

Reţeaua de nivelment de sprijin de la noi, denumită reţea de nivelment de stat, raportată la suprafaţa de nivel zero determinat la Kronstadt U.R.S.S.) şi însuşită ca suprafaţă de nivel zero de către toate ţările socialiste este formată de puncte de ord. I, II, III şi IV determinate prin nivelment geometric dezvoltat pe marile artere de comunicaţii, independent de reţeaua geodezică. La noi, azi, s-a revenit la suprafaţa de nivel zero Marea Neagră determinată timp îndelungat la Constanţa cu maremetre şi maregrafe.

Reţeaua de ordinul I, de o foarte mare precizie, $\pm 0{,}5$ mm/km s-a obţinut prin drumuiri poligonometrice, sau simple trasee, cu măsurarea de

mai multe ori, de 600—1200 km lungime, desfășurate pe principalele artere de comunicație ale țării.

Rețeaua de ordinul II, tot de mare precizie, ±5 mm/km, se desfășoară pe trasee de 100—400 km, sprijinite pe puncte de ordinul II.

Rețeaua de ordinul III, de o precizie de ±10 mm/km îndeseşte rețeaua de ordinul I și II prin puncte determinate tot pe trasee de pantă mică.

Rețeaua de ordinul IV, de o precizie ±20 mm/km și rețeaua de ordinul V numită și de nivelment tehnic cu precizia de ±30 mm/km.

Rețeaua de bază formată din punctele de ordinele I, II și III, compensată prin metode riguroase, este dată în sistemul cotelor normale.

Rețeaua de ordinul IV se compensează de asemenea printr-o metodă riguroasă. Rețeaua de sprijin se consideră existentă dacă se dispune în zonă, sau în apropiere ,de două puncte ale rețelei de nivelment de stat iar în cazul unor ridicări pe suprafețe mici este suficient chiar un singur punct.

În lipsa rețelei de sprijin precum și în cazul cînd se dispune de un singur punct, rețeaua propriu-zisă se determină printr-o drumuire de nivelment geometric închisă pe punctul de plecare. În terenuri accidentate precum și atunci cînd instrucțiunile o permit, rețeaua de nivelment se determină prin nivelment trigonometric.

Rețeaua geodezică de puncte (planimetrică), este inclusă, în măsura în care este posibil, în rețeaua nivelmentului de stat sau primește cote din acesta prin nivelment geometric. Punctele geodezice inaccesibile prin nivelment geometric (terenuri accidentate) primesc cote prin nivelment trigonometric.

Cotele de pe hărți sînt determinate de asemenea prin metode trigonometrice.

3.06. REPERI DE NIVELMENT

Se disting reperi specifici de nivelment folosiți pentru marcarea rețelei de nivelment de sprijin și reperi cu o specificitate mai redusă folosiți de obicei în lucrările curente combinate (de nivelment și planimetrie).

Reperii specifici folosiți la marcarea punctelor rețelei nivelmentului de precizie sînt construiți și fixați în așa fel încît pe de o parte să asigure pe deplin fixitatea și durabilitatea reperului iar pe de alta să permită instalarea pe reper a unei mire în poziție verticală (fig. 3.9).

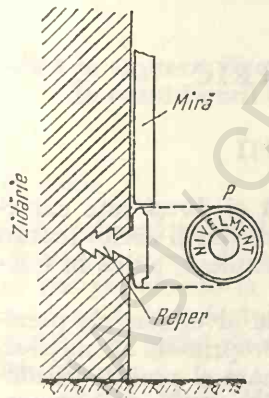


Fig. 3.9 — Reper de nivelment încastrat în zidărie

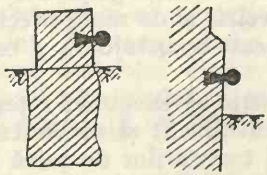


Fig. 3.10 — Reper de nivelment pe bornă de beton

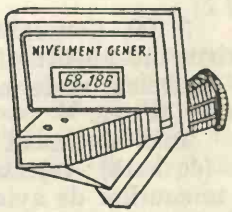


Fig. 3.11 — Alt tip de reper de nivelment

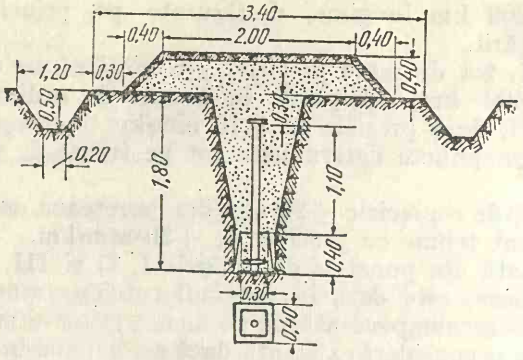


Fig. 3.12 — Bornă de nivelment de adîncime

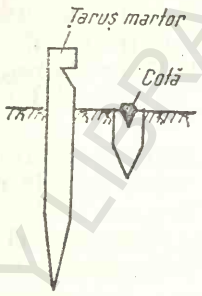


Fig. 3.13 — Țăruș de nivelment

Asemenea reperi ca cei din figurile 3.9—3.12, se fixează cu ciment în soclurile clădirilor, în culeele podurilor, în bornele kilometrice, prin borne de beton armat cu fundație sub zona de îngheț cu țeavă sau șină, eventual chiar prin borne fixate pe piloți bătuți pînă la pămîntul tare în terenuri mlăștinoase.

Reperii se plantează întotdeauna cu cel puțin 1—2 zile înainte de a se începe ridicarea. Poziția acestor reperi nu este necesar să fie determinată și planimetric. Este suficientă o descriere topografică detaliată însoțită de schițele necesare.

În lucrările de planimetrie combinate cu lucrări de nivelment, cota se consideră la partea superioară a bornei sau țărușului și la baza capului negru al semnalelor.

Punctele de interes nivelitic temporar pot fi marcate prin țăruși bătuți la rasul pămîntului, flancați, pe o direcție cardinală stabilită dinainte, de țăruși martori pentru recunoaștere (fig. 3.13.) Azi construcția reperilor pentru nivelment este reglementată prin STAS 7008—64. În problema adîncimii de îngheț se va consulta STAS 6056—59.

3.1. NIVELMENTUL GEOMETRIC

3.10. GENERALITĂȚI. PRINCIPII

3.100. **Generalități.** Nivelmentul *geometric* numit și *direct* este caracteristic nivelmentului de precizie și de mare precizie precum și acelor lucrări de nivelment unde metoda este avantajoasă și ca randament, adică în terenurile de șes.

Prin nivelment geometric se execută: rețeaua de nivelment de precizie (de bază); rețeaua de nivelment și nivelmentul propriu-zis al orașelor, al terenurilor de aviație, al terenurilor de mică înclinare și practic orizontale în vederea irigațiilor, canalizărilor etc; profilele longitudinale și transversale ale șoselelor, căilor ferate și apelor etc.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

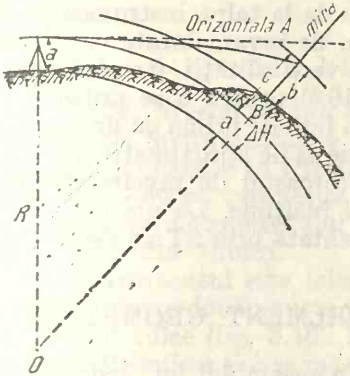


Fig. 3.14 — Nivelment geometric de capăt

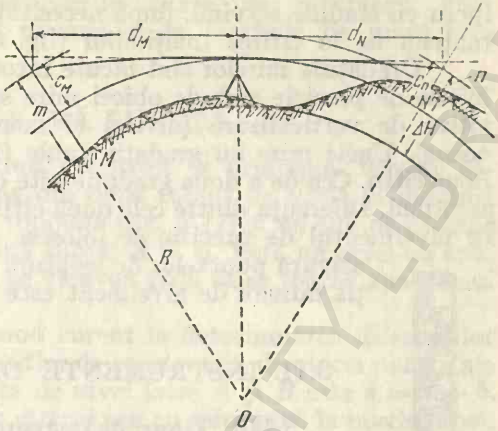


Fig. 3.15 — Nivelment geometric de mijloc

3.101. **Principii.** Poziţia intrumentului care dă orizontala poate fi undeva între cele două puncte ca în figura 3.7, în unul din cele două puncte sau în afara lor. Diferenţa de nivel se calculează întotdeauna cu relaţia (3.13) ce dă rezultate bune atîta timp cît vizele sînt scurte. Pe măsură ce distanţa instrument — mină, numită portee, creşte, trebuie luat în considerare şi efectul curburii pămîntului şi al refracţiei atmosferice în raport cu precizia urmărită. Acest efect (relaţia 3.12) este: *maxim* în raport cu distanţa dacă se staţionează cu instrumentul în unul din cele două puncte (nivelment de capăt fig. 3.14); *proporţional* cu diferenţa lungimii porteelor cînd se staţionează undeva între puncte şi *nul* dacă porteele sînt egale (nivelment geometric de mijloc fig. 3.15).

Într-adevăr, în cazul figurii 3.14 se poate scrie:

$$a + c = b + \Delta H \tag{3.15}$$

de unde:

$$\Delta H = a - b + c \tag{3.16}$$

adică în expresia diferenţiei de nivel intervine c.

În cazul figurii 3.15, cînd se staţionează undeva între M şi N se scrie:

$$m - c_M = \Delta H + n - c_N \tag{3.17}$$

de unde

$$\Delta H = m - n + (c_N - c_M) \tag{3.18}$$

adică efectul curburii pămîntului şi al refracţiei atmosferice se micşorează deoarece apare diferenţa lor. În cazul cînd $d_M = d_N$, adică instrumentul se găseşte efectiv la mijlocul distanţei dintre punctele M şi N, atunci $c_M = c_N$ şi deci efectul curburii pămîntului şi al refracţiei atmosferice este anulat. În astfel de cazuri relaţia (3.13) dă riguros diferenţa de nivel dintre puncte.

3.102. **Mire.** *Mirele* sînt rigle gradate, de 3—4 m lungime pe care se citesc înălţimile. În practica topografică curentă mirele sînt unul şi acelaşi

lucru cu stadiile servind, după necesităţi, fie la măsurarea indirectă a distanţelor fie la citirea înălţimilor (fig. 3.16, *a*).

Gradaţiile mirelor sînt făcute întotdeauna de la talpa instrumentului. Mirele de precizie sînt de obicei mire specifice, de invar, dotate cu dispozitive de verticalizare (nivele) şi menţinerea verticalităţii (trepied, bastoane). Unele mire au gradaţii duble (Fig. 3.16.*b*) pentru a se putea face două citiri. Cea de a doua gradaţie este decalată faţă de prima cu un număr nerotund. Diferenţa dintre cele două citiri trebuie să fie aproximativ aceeaşi. În nivelmentul de precizie se folosesc saboţi (broaşte) de nivelment care asigură punctelor de legătură aceeaşi înălţime. La noi construcţia mirelor de nivelment este reglementată prin STAS 6660—62.

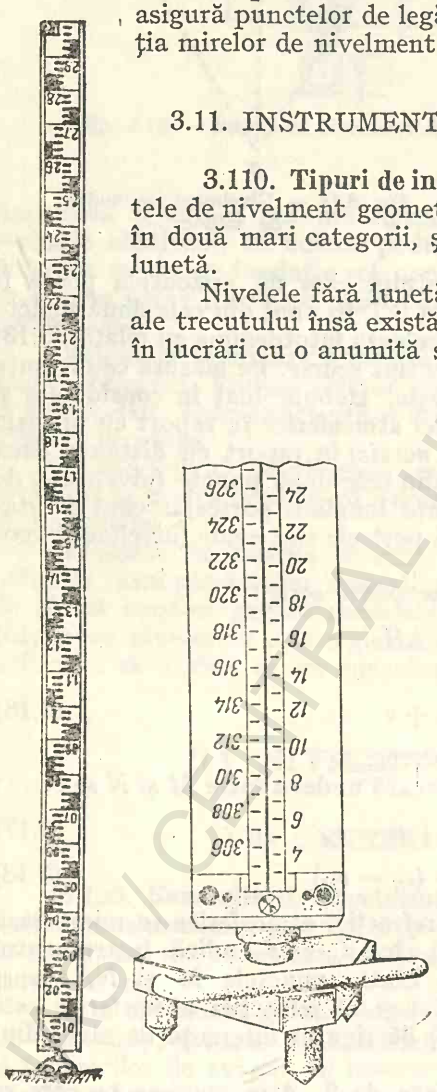


Fig. 3.16 — Mire *a* pe sabot; *b* — cu gradaţie dublă

3.11. INSTRUMENTE DE NIVELMENT GEOMETRIC

3.110. Tipuri de instrumente. În ansamblul lor, instrumentele de nivelment geometric, denumite şi nivele, pot fi grupate în două mari categorii, şi anume: nivele fără lunetă şi nivele cu lunetă.

Nivelele fără lunetă sînt în cea mai mare parte instrumente ale trecutului însă există unele ce se folosesc în mod curent şi azi în lucrări cu o anumită specificitate.

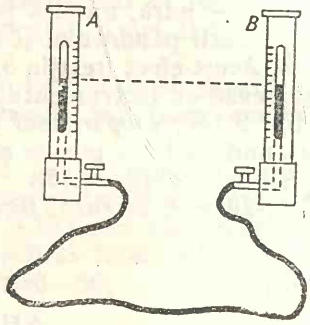


Fig. 3.17 — Nivelul cu tub de cauciuc

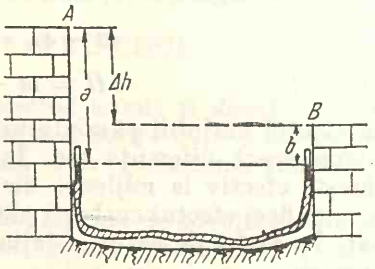


Fig. 3.18 — Determinarea diferenţei de nivel cu nivelul cu tub de cauciuc $\Delta h = a - b$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Nivelele cu lunetă sînt instrumente tipice de nivelment geometric folosite în lucrările curente, precum şi în lucrările de mare precizie.

3.12. NIVELE FĂRĂ LUNETĂ

3.120. **Nivelul cu tub de cauciuc.** Construit pe principiul vaselor comunicante, instrumentul se compune din două tuburi de sticlă în monturi metalice prevăzute cu ferestruici şi robinete (fig. 3.17) şi un tub de cauciuc lung de 5—50 m, care leagă cele două tuburi A şi B. Este un nivel cu apă. La umplerea instrumentului cu apă se va avea grijă să se toarne apa numai prin unul din tuburi.

Instrumentul este folosit în mod curent la determinarea diferenţelor de nivel dintre două puncte pe un şantier de construcţii, de obicei puncte ale diferitelor culee (fig. 3.18). Diferenţa de nivel între A şi B este $h = a - b$.

Înălţimile a şi b se măsoară cu metrul sau cu mira pînă la nivelul apei.

3.121. **Lata de nivelment.** Instrumentul este în fond un boloboc (nivela zidarului) de dimensiuni mai mari: o riglă de 2—4 m, în care este îngropată o nivelă torică în aşa fel încît directricea să fie paralelă cu muchia latei. Instrumentul este folosit în mod curent la ridicarea profilelor transversale ale drumurilor (fig. 3.19). Lata se aşază cu un capăt pe un punct (A) iar de celălalt capăt se ridică şi coboară pînă ce bula nivelei vine între repere, cînd se citeşte înălţimea pe mină, înălţime ce reprezintă tocmai diferenţa de nivel dintre cele două puncte A şi B.

3.122. **Nivelul cu pendul.** Instrumentul este format dintr-un pendul P suspendat cardanic. Perpendicular pe axa pendulului este fixat un colimator C care va da orizontala în momentul cînd pendulul este în repaus (vertical) (fig. 3.20). După ce pendulul s-a oprit din oscilaţie se priveşte prin colimatorul C (se vede firul nivelor HH) şi totodată, cu acelaşi ochi, se priveşte stadia, direct. Se citesc gradaţiile interceptate pe mină de firul nivelor.

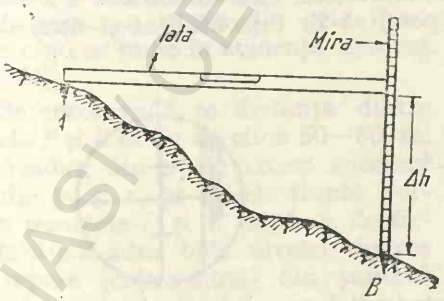


Fig. 3.19 — Lata de nivelment

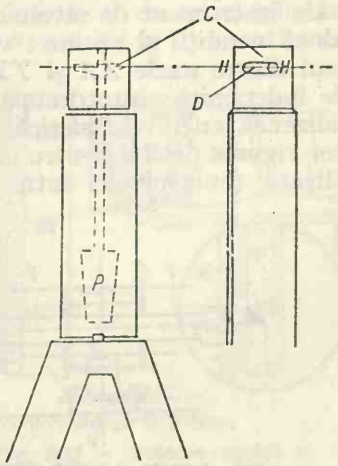


Fig. 3.20 — Nivelul cu pendul

BCU IAŞI CENTRAL LIBRARY

3.13. NIVELE CU LUNETĂ

3.130. Generalităţi. Instrumentele de nivelment geometric sînt de multe feluri, construite în multe variante. Pentru prezentarea şi studiul lor este necesară o grupare, o clasificare a lor.

O clasificare ce se poate face şi aici, ca pentru orice categorii de instrumente de altfel, este clasificarea după criteriul performanţei, a preciziei. Astfel s-ar putea clasifica în nivele de mare precizie, nivele precise şi nivele pentru lucrările curente sau pentru aşa-numitul nivelment tehnic.

După modul cum se asigură orizontalizarea vizei s-ar putea grupa în nivele de tip clasic şi nivele compensatoare (cu orizontalizare automată). În continuare ar mai putea fi constituită grupa nivelelor cu axa de viză inclinabilă. Cea mai răspîndită categorie de nivele este categoria nivelelor clasice.

Nivelele de tip clasic pot fi şi ele compartimentate în mai multe grupe. Dacă se are în vedere criteriul gradelor de libertate şi a modului cum se face verificarea se disting mai multe tipuri de nivele dar mai ales trei şi anume:

— nivelul fix (cu luneta şi nivela fixă la alidadă);
— nivelul reversibil (cu lunetă şi nivela reversibilă);
— nivelul independent (cu luneta independentă).

La orice nivel de tip clasic se disting următoarele părţi principale comune (fig. 3.21.): luneta, nivela (cu bulă), alidada ce susţine luneta şi ambaza ce susţine întregul instrument. Totodată se disting trei axe: axul principal VV', axul lunetei AA şi axul (directricea) nivelei TT. Pentru efectuarea rectificărilor se mai disting; şurubul N pentru rectificarea nivelei şi şurubul R pentru rectificarea firelor reticulare. Majoritatea nivelelor clasice, indiferent cînd au fost construite, dar mai ales cele de construcţie recentă, dispun şi de un şurub basculant de fină calare F şi de o nivelă sferică S pentru calarea aproximativă a instrumentului (verticalizarea axului principal VV').

Un instrument de nivelment clasic trebuie să îndeplinească întotdeauna două condiţii şi anume: verticalitatea axului principal VV' şi paralelismul dintre axele AA şi TT. Prima condiţie nu este neapărat necesar să fie îndeplinită întotdeauna cu mare exactitate. De obicei, în practică se realizează cu nivela sferică. A doua condiţie se cere să fie îndeplinită cît mai riguros posibil pentru ca în momentul cînd directricea TT este orizontalizată (bula nivelei între repere) să fie orizontalizat şi axul de viză AA.

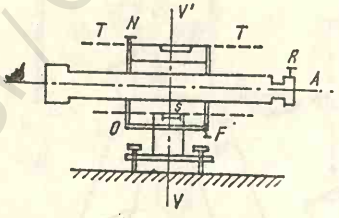


Fig. 3.21 — Schema unui nivel clasic

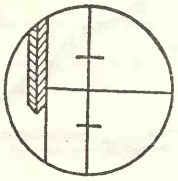


Fig. 3.22 — Imaginea nivelei de contact în cîmpul lunetei

Un echipament de nivelment se compune în general dintr-un nivel cu trepied şi două mire.

3.131. **Nivelul fix. Descriere.** Nivelul se numeşte fix deoarece luneta, nivela şi alidada fac corp comun. Există o singură mişcare, accea a alidadei în jurul axului principal, controlată de un şurub de blocare şi unul de fină mişcare. Cu aceste precizări, schema de la figura 3.21 poate fi considerată drept schemă a nivelului fix.

Pentru a se putea observa cît mai comod şi mai exact poziţia bulei şi a se aduce între repere, nivelele de construcţie modernă sînt echipate cel puţin cu o oglindă sau chiar cu dispozitive de coincidenţă (nivele de contact). Instrumentele de mare precizie, precum şi unele nivele de serie din cele de construcţie recentă, au imaginea coincidenţei bulei adusă în cîmpul ocularului lunetei ca în figura 3.22.

Nivelele de cea mai mare precizie sînt înzestrate şi cu lamele cu feţe paralele (aşezate în faţa obiectivului lunetei) cuplate cu micrometre (fig. 3.23), pentru a se mări precizia de vizare şi citire pe mină prin translarea (coborîrea) liniei de viză pînă la prima linie de demarcaţie dintre două diviziuni. Astfel, la citirile rotunde de pe mină se adaugă citirile de pe tamburul micrometrului.

Verificarea şi rectificarea nivelului fix. Calarea. Se aşază instrumentul pe trepied şi se calează (se verticalizează axul principal) întocmai ca la teodolite. Dacă în procesul calării, ce se efectuează cu nivela sferică (dacă instrumentul este dotat cu o asemenea nivelă) se constată că nivela este dereglată se va rectifica (de asemenea ca la teodolite).

Verificarea sensibilităţii nivelei de precizie (torice). Se aduce bula nivelei între repere acţionînd din şurubul F şi se citeşte prin lunetă înălţimea firului nivelor pe o mină apoi se dereglează din F şi iar se aduce bula între repere. Citirea pe mină va trebui să fie egală cu prima.

Verificarea paralelismului axei de viză cu directricea la nivelă. Este verificarea specifică şi principală, deoarece aşa cum s-a mai arătat, dacă ele sînt paralele, deodată cu orizontalizarea directricei se orizontalizează şi axa de viză. Pentru aceasta se staţionează cu nivelul în S, exact la mijlocul distanţei dintre două puncte P şi R pentru a se determina cu rigurozitate diferenţa de nivel dintre ele, apoi se staţionează cu instrumentul în staţia S_2 în apropierea unuia din cele două puncte cînd se pune în evidenţă eroarea (fig. 3.24).

Se recomandă ca distanţa dintre punctele P şi R să fie de circa 50—80 m.

Aşadar, din S_1 se citesc succesiv înălţimile p_1 şi r_1 pe mirele ţinute vertical în punctele P şi R după ce de fiecare dată s-a adus bula nivelei riguros între repere (coincidenţă) din şurubul F. Unei eventuale erori de paralelism ε, dintre directricea orizontalizată şi axa

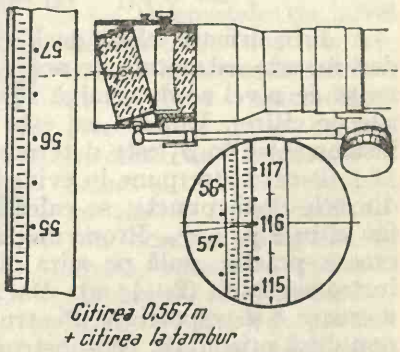


Fig. 3.23 — Schema optică şi citirea gradaţiilor la nivelul prevăzut cu lamelă plan-paralelă şi micrometru

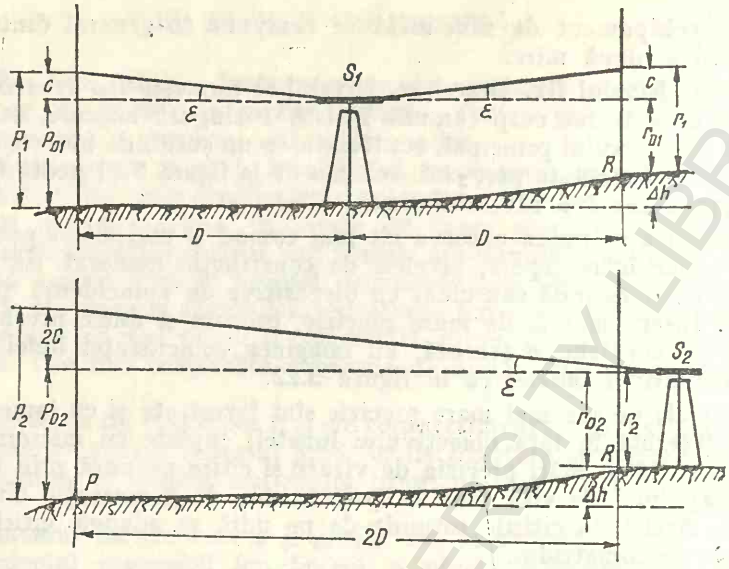


Fig. 3.24 — Verificarea nivelului fix

de viză îi va corespunde, pe cele două mire, aceeaşi eroare liniară c, deoarece distanţele sînt egale.

Dacă se notează cu p_{01} şi r_{01} intersecţia orizontalei (dusă la înălţimea instrumentului), cu mirele din P şi R este evident că diferenţa de nivel dintre cele două puncte P şi R este dată de relaţia (3.13) şi anume $\Delta h = p_{01} - r_{01}$. Deoarece mărimile p_{01} şi r_{01} sînt mărimi teoretice ce nu se cunosc (nu se cunosc nici erorile ε şi c), se pot exprima funcţie de p_1 şi r_1 ca mărimi citite şi eroarea c (necunoscută) şi anume:

$$p_{01} = p_1 - c \text{ şi } r_{01} = r_1 - c \tag{3.19}$$

pe care înlocuindu-le în relaţia iniţială ce dă diferenţa de nivel se obţine:

$$\Delta h = p_{01} - r_{01} = p_1 - c - (r_1 - c) = p_1 - r_1 \tag{3.20}$$

Prin urmare, chiar dacă axa de viză nu este paralelă cu directricea şi deci nu este orizontală, în acest caz particular cînd porteele sînt egale diferenţa de nivel se determină riguros prin diferenţa citirilor (exceptînd erorile de citire). Eroarea nu este pusă în evidenţă. Raţiunea staţionării cu instrumentul în S_1 este determinarea diferenţei de nivel Δh.

Pentru a se pune în evidenţă eroarea se mută nivelul în S_2 lîngă unul din cele două puncte, se calează, se aduce bula riguros între repere şi se fac citirile p_2 şi r_2. Erorii unghiulare ε îi va corespunde la distanţa $2D$ o eroare practic nulă pe mira din R ce se găseşte în imediata apropiere a instrumentului (2—4 m). Dacă $p_2 - r_2 \neq p_1 - r_1$ este semn că există o eroare ε şi respectiv c. Pentru a se pune în evidenţă, să presupunem din nou dusă orizontala prin instrument ce va da pe cele două mire p_{02} şi r_{02}. În poziţia *2* se poate scrie din nou relaţia (3.13) ce va da $\Delta h = p_{02} - r_{02}$. Îm această relaţie nu cunoaştem din capul locului nimic. Dacă însă se

introduce Δh obținut din prima poziție S_1 cu relația (3.20) și se ia $r_{02} = r_2$ se obține:

$$p_{02} = \Delta h + r_2 \qquad (3.21)$$

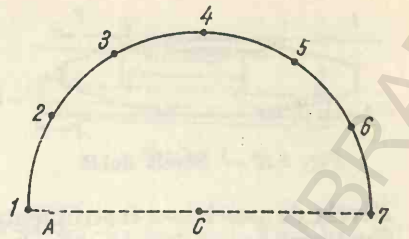


Fig. 3.25 — Verificarea deplasării axiale a lentilei de focusare

Dacă p_{02} obținut din acest calcul este egal cu p_2 citit pe mîră înseamnă că nu există eroare c și nici cauza ei ε. În caz contrar există eroare. Pentru eliminarea ei, se acționează de șurubul R de rectificare a firului nivelor pînă ce p_2 este făcut egal cu p_{02} dat de relația (3.21) cînd axul de viză s-a orizontalizat și totodată s-a paralelizat cu directricea la nivelă. Operația se repetă.

Dacă instrumentul este înzestrat cu șurub de fină calare F, rectificarea se poate face (uneori este chiar indicat) astfel: se acționează de șurubul F pînă ce pe mira depărtată se citește p_{02} apoi se aduce bula între repere acționînd șurubul de rectificare a nivelei.

Există și alte metode pentru a se verifica și rectifica paralelismul dintre axa de viză și directricea la nivelă, de exemplu: staționînd o dată lîngă o mîră apoi lîngă cealaltă etc.

În afară de acestă verificare care este principală mai există și altele; de exemplu verificarea orizontalității firului nivelor (ca la teodolite) și verificarea deplasării axiale a lentilei de focusare.

Verificarea deplasării axiale a lentilei de focusare: Dacă deplasarea nu se face riguros axial survine o deplasare a axei de viză. Verificarea se face pe un teren aproximativ orizontal. Pe un semicerc de 30—50 m, se fixează țăruși de nivelment ca în figura 3.25. Se staționează apoi cu nivelul în centrul C și se determină de mai multe ori diferența de nivel dintre țărușii *1, 2, — 7* fără a se schimba focusarea lunetei. Apoi se mută nivelul în punctul A apropiat de *1* și se repetă operațiile de nivelment cu aceiași țăruși. De data aceasta distanțele nivel-mîră fiind mereu altele este necesară modificarea focusării pentru a se obține imagine clară.

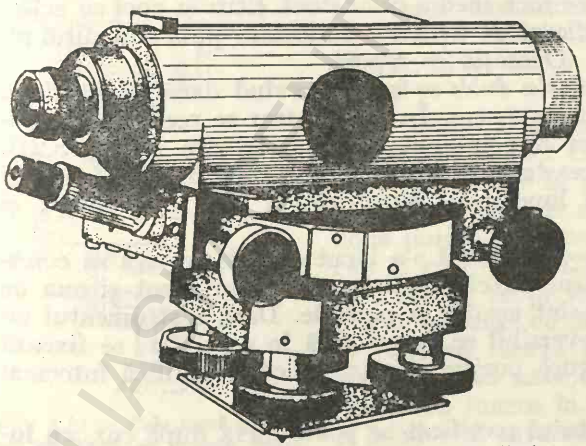


Fig. 3.26 — Nivelul Ni — 030 Zeiss cu limb

Diferențele de nivel calculate din nou nu trebuie să depășească toleranța de lucru caracteristică nivelului. În caz contrar sistemul de focusare este defect și trebuie reparat la un atelier de specialitate. Din această categorie de nivele, care este cea mai răspîndită, se citează nivelul Ni 030 Zeiss de precizie medie, cu sau fără limb (fig. 3.26), nivelul Zeiss de mare precizie, nivelul 35-E

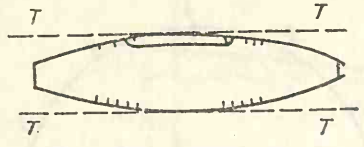


Fig. 3.27 — Nivelă dublă

MOM (R.P.U.), nivelul Pz polonez, nivelul de construcție sovietică N_1 de foarte mare precizie (fost NB-3 și NB-4), N_2 de precizie (fost NA_1), N_3 (fost NW-3) și NT pentru nivelmentul tehnic, apoi nivelele Wild N_{10}, NK_{10}, N_2, NK_2 etc.

3.132. **Nivelul reversibil. Descriere.** Nivela de precizie a instrumentului este o nivelă dublă (butoi) (fig. 3.27) fixată solidar cu luneta. Nivela și luneta sînt reversibile, adică pot ocupa două poziții diferite cu 200^g în jurul axului de figură al lunetei. Dacă în prima poziție nivela se găsește deasupra lunetei, în cea de a doua va fi dedesubt (fig. 3.28).

Nivelul poate fi utilizat în ambele poziții deoarece nivela are gradații pe ambele fețe. Pentru ca acest sistem să lucreze corect este necesar ca tangentele la nivelă în punctele curbate centrale opuse să fie paralele, lucru realizat prin construcție.

Verificarea și rectificarea nivelului reversibil. Operațiile de calare, ca și operațiile de verificare a sensibilității nivelei, a orizontalității firului nivelor și a deplasării axiale a lentilei de focusare se fac întocmai ca la nivelul fix.

Principala verificare, *paralelismul dintre axa de viză și directricea la nivelă*, se face folosindu-se proprietatea de reversibilitate, în condiții chiar de laborator, în două etape.

Verificarea corespondenței axei de viză cu axa geometrică a lunetei. Se vizează pe o mîră verticală și se citesc gradațiile apoi, fără să se miște mira și fără să se acționeze vreun șurub se rotește luneta în jurul axei ei de figură (poziția II) (fig. 3.28) și se citește din nou pe mîră. Diferența de citire, dacă există, se datorează necorespondenței celor două axe ale lunetei (de figură și de viză) și reprezintă eroarea liniară corespunzătoare dublului erorii unghiulare. Aceasta este de fapt eroarea de colimație pe verticală (în cazul teodolitelor s-a vorbit mai ales de eroarea de colimație pe orizontală). Pentru rectificarea ei se face media celor două citiri și apoi se acționează din șurubul de rectificare R a firelor reticulare pînă cînd firul nivelor arată media citirii lor. Operația se repetă.

Verificarea rectificării nivelei duble se face observînd dacă în cele două poziții bula nivelei rămîne între repere. În caz contrar se rectifică din șurubul de rectificare a nivelei N combinat cu acționări din F (fig. 3.21). Operația se repetă. Prin aceasta se orizontalizează directricele nivelei și totodată axa geometrică a lunetei în jurul căreia s-a rotit nivela și luneta.

Deoarece prin operația precedentă s-a făcut ca axa de viză să corespundă cu axa de figură înseamnă că implicit s-a orizontalizat și axa de viză. Toate fiind orizontale sînt așadar și paralele. Dacă instrumentul nu poate fi rectificat ca nivel reversibil se transformă în nivel fix: se fixează nivela (și luneta) într-o singură poziție și se rectifică și verifică întocmai ca nivelul fix.

Modul de lucru. Cu nivelul rectificat se poate lucra după caz, cu luneta într-o singură poziție pentru puncte oarecare și cu luneta în ambele

poziții (fig. 3.28), pentru punctele importante cum sînt de regulă punctele rețelei de sprijin. Întotdeauna înainte de a se citi, fie că se lucrează cu luneta într-o singură poziție, fie că se lucrează cu ea în ambele poziții, se aduce bula riguros între repere din șurubul F.

Din categoria acestor instrumente se pot cita diferite instrumente de construcție mai veche cu nivela sus-jos (Sprengher) sau cu nivela stînga — dreapta (Starke și Zeiss) și nivela modernă N_1 B — Zeiss.

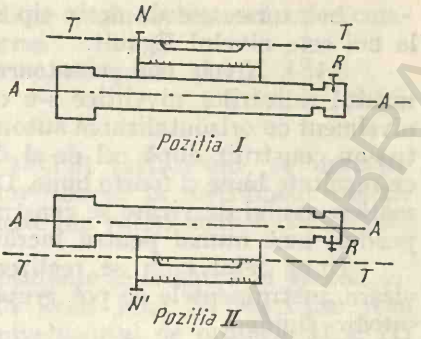


Fig. 3.28 — Cele două poziții ale nivelului reversibil

3.133. **Nivelul independent. Descriere.** Nivela este fixată la furcile alidadei iar luneta este independentă, adică poate fi scoasă de pe furci și așezată în altă poziție : răsucită sau cap la cap. În figura 3.29 se arată schema de construcție și schema celor două poziții ale instrumentului.

Verificarea și rectificarea nivelului independent. Calarea, verificarea și rectificarea sensibilității nivelei, a orizontalității firului nivelor, a deplasării axiale a lentilei de focusare și a corespondenței axei de viză cu axa de figură a lunetei se face ca la nivelul fix respectiv nivelul reversibil.

Singura verificare efectiv specifică este aceea a *egalei înălțimi a furcilor alidadei*, verificare ce se face astfel : cu bula nivelei între repere se vizează pe o mira verticală și se înscrie valoarea citită la firul nivelor. A doua citire se face cu luneta în aceeași poziție însă cu furcile alidadei schimbate cu 200^g, poziție ce se obține ridicînd luneta de pe furci (cu o mînă) rotind furcile cu 200^g în jurul axei principale, lăsînd luneta pe furci și citind din nou. Dacă se constată o diferență între cele două citiri ea se atribuie inegalei înălțimi a furcilor. Se face media celor două citiri și se introduce dintr-un șurub la furcă ce modifică înălțimea unei furci. Operația se repetă. Dacă instrumentul nu se poate rectifica în condiții satisfăcătoare se poate transforma într-un nivel fix și rectifica în mod corespunzător.

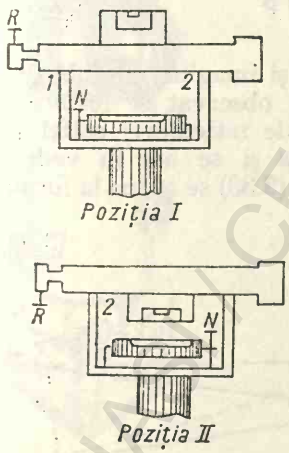


Fig. 3.29 — Cele două poziții ale nivelului cu lunetă independentă

Modul de lucru. Citirea la punctele curente de detaliu se face cu luneta într-o singură poziție iar citirile la puncte importante, inclusiv punctele rețelei de sprijin, se fac cu luneta în două poziții. A doua poziție se obține cu luneta cap la cap (fig. 3.29) astfel : cu o mînă se ridică luneta de pe furci iar cu cealaltă se rotesc frucile alidadei cu 200^g în jurul axului vertical : se coboară luneta pe furci și se răsucește cu 200^g în jurul axei ei de figură. Media citirilor făcute cu luneta în ambele poziții elimină, ca și la nivelul reversibil, eventualele erori rămase de la rectificare.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Instrumentele de acest tip sînt vechi. Un instrument întîlnit adesea la noi este nivelul Egault.

3.134. **Nivele compensatoare (automate).** Pentru a se spori randamentul ridicărilor nivelitice s-a căutat să se construiască instrumente de nivelment cu orizontalizarea automată a axei de vizare. Asemena instrumente s-au construit după cel de-al doilea război mondial, într-o gamă variată, cu rezultate bune şi foarte bune. De fapt instrumente cu orizontalizare automată a axului de vizare se construiseră şi înainte (vezi § 3.122. Nivelul cu pendul) însă numai pentru lucrări expeditive.

După felul cum se realizează orizontalizarea automată a axei de vizare, instrumentele se pot grupa în: pendulante, nivelatoare şi compensatoare fluide.

Principii de compensare. Partea centrală a oricărui nivel cu orizontalizarea automată a axei de vizare este compensatorul, fapt pentru care aceste instrumente se numesc nivele compensatoare. O condiţie a funcţionării (în bune condiţii) a compensatoarelor este aceea că în timpul lucrului unghiul α pe care-l face axa de viză a lunetei cu orizontala să fie mic (fig. 3.30). De aici necesitatea că instrumentul să fie în prealabil calat aproximativ (operaţie ce se face de obicei cu o nivelă sferică).

Pentru a se citi gradaţiile O de pe orizontală există două soluţii: fie să se deplaseze centrul firelor reticulare R în O_i (compensare mecanică) fie să se aducă imaginea orizontalei O în centrul firelor reticulare R (compensare optico-mecanică). În primul caz intervine deplasarea unghiulară β din B iar în al doilea deplasarea β' din B'.

În ambele cazuri este necesar să se producă abaterea a şi să fie îndeplinită condiţia:

$$a = RO_i = H_iR \sin \alpha = BR \sin \beta \tag{3.32}$$

în primul caz şi

$$a = O_iR = H_iO_i \sin \alpha = B'O_i \sin \beta' \tag{3.33}$$

în cel de al doilea.

Cu H_0 şi H_i s-au notat punctele principale (obiect şi imagine) ale obiectivului. Dacă viza este lungă, imaginea obiectivului observat se formează practic în focarul obiectivului (unde se găsesc şi firele reticulare) astfel că $H_iR = H_iO_i = f$. Dacă se notează $B'O_i = BR = u$ şi se are în vedere faptul că unghiurile α şi β sînt mici, relaţiile (3.23) şi (3.33) se reduc la forma (3.34).

$$a = f \quad \alpha = u\beta \tag{3.34}$$

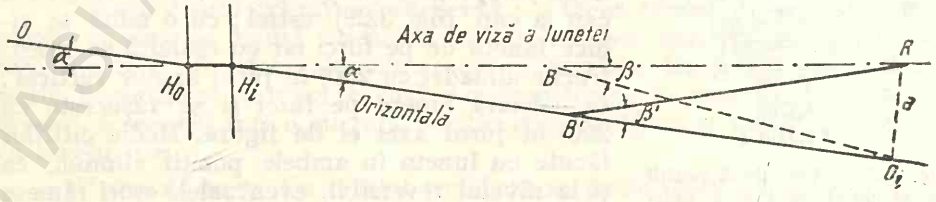


Fig. 3.30 — Principii de compensare la nivele corespunzătoare

ce reprezintă condiția de bază pe care trebuie s-o îndeplinească orice compensator. Relația se poate da și sub forma:

$$\frac{f}{u} = \frac{\beta}{\alpha} \qquad (3.35)$$

Acest raport, constant pentru un anumit instrument, se numește amplificator unghiular și variază de la instrument la instrument funcție de poziția punctului B respectiv B'. El poate lua valori între 1 cînd B este în H_i și 6 cînd B este aproape de R.

Din marele număr de nivele compensatoare se remarcă în special nivelele Salmoiraghi Mod. 5190 și Koni 007 Zeiss Jena, Ni 002 Zeiss Jena ca nivele de mare precizie apte pentru nivelmentul de ordinele II și III precum și nivelele de precizie medie proprii pentru nivelmentul de ordinul IV (unele chiar pentru ordinul III) ca: NiB_3 MOM, Ni-2 Opton Zeiss Oberkochen, Kern GK_1-A, N.S.M.-2 U.R.S.S., Cowley produs de Hilger Watts, Ni 050 Zeiss Jena cu sau fără limb etc.

Precizia nivelelor compensatoare depinde de puterea de mărire a lunetei și de precizia compensatorului.

Nivelul Koni 007. Un nivel răspîndit, deși de construcție relativ recentă (1960) este nivelul Koni 007 de tip pendulant cu prismă (fig. 3.31). În figura 3.32 se dă schema optică cu compensatorul. Lungimea pendulului este $f/2$ astfel că unei deplasări a prismei pendulate cu $\frac{f}{2}\alpha = \frac{a}{2}$

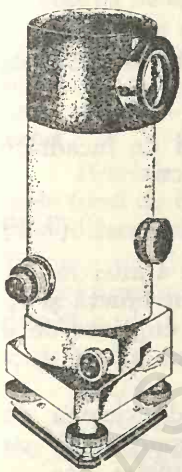


Fig. 3.31 — Nivelul Koni 007

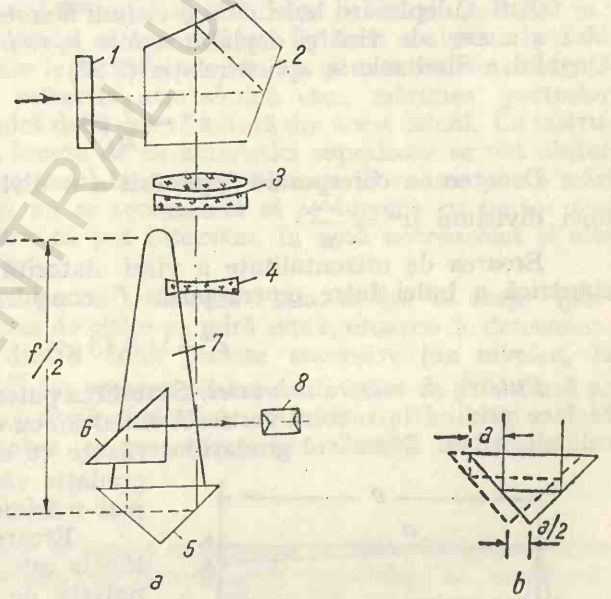


Fig. 3.32 — Schema compensatorului la nivelul Koni 007:
1 — lamelă de sticlă; *2* — prismă pentagonală; *3* — obiectivul nivelei *4* — lentila de focusare; *5* — prismă pendulară; *6* — prismă deviatoare; *7* — pendul; *8* — ocularul cu fire reticulare.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

îi va corespunde o deplasare a razei ca în figura 3.32, *b*. Astfel se produce deplasarea razei tocmai cu $a = f \cdot \alpha$ cerută de relaţia (3.34).

Nivelul poate fi livrat cu sau fără cerc gradat orizontal. Este prevăzut şi cu lamele cu feţe paralele conexate cu un micrometru. Pentru lucrări curente micrometrul poate fi blocat şi se lucrează cu mire obişnuite cînd eroarea medie a unui nivelment dublu este de $\pm 2 - 3$ mm/km. Cu micrometru şi mire de invar eroarea medie scade la $\pm 0{,}5 - 0{,}8$ mm/km.

Modul de lucru cu nivelele compensatoare. După instalarea instrumentului în staţie se calează cu nivela sferică apoi se priveşte prin ocularul lunetei şi eventual se aşteaptă cîteva secunde pînă ce firul nivelor s-a oprit din deplasarea lui aparentă pe stadie şi se citeşte. Verificarea şi rectificarea se face întocmai ca la nivelul fix.

Dacă eroarea nu poate fi îndepărtată acţionînd din firele reticulare nivelul se trimite la un atelier de specialitate.

3.135. **Precizia nivelelor cu lunetă.** Precizia nivelelor clasice cu lunetă este funcţie de sensibilitatea nivelei care condiţionează orizontalitatea vizei şi funcţie de puterea de mărire a lunetei care condiţionează precizia de lectură a gradaţiilor pe mire.

Sensibilitatea nivelei. Stabilirea valorii unghiulare μ corespunzătoare deplasării bulei cu o gradaţie se face staţionînd cu nivelul într-un punct (fig. 3.33) şi vizînd la o miră aşezată la distanţa D. Se va viza şi citi de două ori: o dată cu un capăt al bulei tangent la un reper de pe fiolă cînd se obţine citirea h_1 şi apoi cu acelaşi capăt al bulei tangent al altă gradaţie de pe fiolă, *an — a* (de exemplu *3* sau *4*) cînd se citeşte h_2. Pentru deplasarea bulei se acţionează din şurubul basculant de fină calare.

Astfel, deplasării bulei cu n diviziuni îi corespunde deplasarea unghiulară α a axei de viză şi deplasarea $h = h_2 - h_1$, pe miră la distanţa D Unghiul α fiind mic se aplică relaţia (2.25):

$$\alpha^{cc} = \frac{h}{D}\rho^{cc}$$

Deoarece α corespunde deplasării a n diviziuni, rezultă că valoarea unei diviziuni $\mu^{cc} = \frac{\alpha^{cc}}{n}$.

Eroarea de orizontalitate a vizei datorită impreciziei de încadrare simetrică a bulei între repere poate fi considerată egală cu

$$e_1^{cc} = \pm 0{,}15\,\mu^{cc} \qquad (3.36)$$

Puterea de mărire a lunetei. Stabilirea puterii de mărire a unei lunete se face privind la o miră verticală simultan cu un ochi prin lunetă şi cu celălalt liber. Numărul gradaţiilor văzute cu ochiul liber cuprinse de o gradaţie văzută prin lunetă dă tocmai mărimea M.

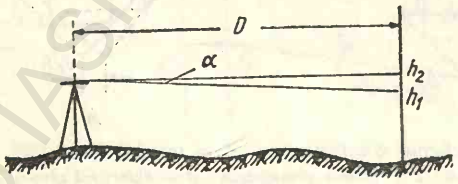


Fig. 3.33—Determinarea sensibilităţii nivelei

Eroarea cauzată de vizarea cu luneta este invers proporţională cu puterea de mărire a lunetei.

$$e_2 = \pm \frac{2^c}{M} \qquad (3.37)$$

unde 2^c este considerată acuitatea vederii monoculare adică unghiul minim sub care două linii (obiecte) se văd distincte.

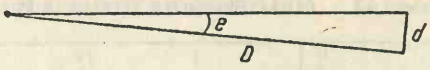


Fig. 3.34 — Determinarea mărimii porteelor

Determinarea mărimii porteelor. Însumînd erorile e_1 şi e_2 aplicînd relaţia (1.77) rezultă:

$$e = \pm e_1 \pm e_2 = \sqrt{e_1^2 + e_2^2} \tag{3.38}$$

Pentru stabilirea lungimii vizei în aşa fel încît să nu se depăşească o anumită eroare de citire d pe mină se face referire la figura 3.34 construită după figura 3.33. Relaţia (2.25) va da:

$$\frac{D}{d} = \frac{\rho}{e} \tag{3.39}$$

de unde:

$$D = \frac{d}{e}\rho \tag{3.40}$$

Exemplu: Dacă se foloseşte un instrument de nivelment tehnic de caracteristicile $\mu^{cc} = 60^{cc}$ şi $M = 20\ x$ şi se aplică relaţiile (3.36 — 3.40) şi se ia $d < 2$ mm rezultă; $e_1 = \pm 9^{cc}$; $e_2 = \pm 10^{cc}$; $e \cong \pm 13^{cc}$ şi $D \approx 100$ m; adică mărimea porteelor poate atinge 100 m. Întrucît nu s-au luat în considerare şi erorile pe care le introduce mira, ca şi eventualele influenţe ale mediului ca: vîntul, refracţia atmosferică etc., mărimea porteelor trebuie să fie de fapt mai mică decît cea rezultată din acest calcul. Cu instrumente dotate cu nivele şi lunete de caracteristici superioare se pot obţine rezultate mai precise (d mai mic) la aceleaşi distanţe D sau se poate mări lungimea porteelor. Totuşi nu se recomandă să se lucreze cu portee mai mari de 100—120 m pentru că pot interveni, în mod necontrolat şi alte erori.

Precizia pe km. Dacă pe un traseu de 1 km, se fac 10 staţii (porteele fiind de 50 m) şi eroarea de citire pe mină este e, eroarea de determinare a diferenţei de nivel dintre două puncte succesive (un niveleu, la 100 m), va fi de $e_2 = e\sqrt{2}$ iar eroarea pe km va fi $e_{km} = e_2\sqrt{10}$. Dacă pe acelaşi traseu se efectuează două rînduri de măsurători, de obicei o dată dus şi o dată întors, eroarea ce va caracteriza dublul nivelment va fi $e_{km}^d = \frac{e_{km}}{\sqrt{2}}$

Caracteristicile nivelelor în raport cu precizia ce trebuie asigurată. Pentru a se asigura preciziile necesare determinării punctelor de nivelment, socotite în nivelment dublu cu portee de 50 m, este ca instrumentele de nivelment să posede următoarele caracteristici constructive (tabelul 3.3).

Tabelul 3.3 CARACTERISTICILE NIVELELOR ÎN RAPORT CU PERFORMANȚELE CE TREBUIE OBȚINUTE ÎN EXPLOATARE

	Clasă de nivelment	Eroarea medie mm/km	Mărirea lunetei ×	Sensibilitatea nivelei			Observații
				Fără coincidență	Cu coincidențe	Precizie calaj bula	
Nivele de mare precizie	I a	0,5	44	10″	5″	0″,2	Cu micrometru optic și mire de invar
	I b	1	31	20	10	0,5	
Nivele de precizie	II	3	31	20	10	0,5	
	III	6	25	30	15	1	
Nivele	IV	10	25	30	—	5	
	V	15	20	40	—	7	

3.14. METODE DE NIVELMENT GEOMETRIC

3.140. **Generalități.** Problema de bază a nivelmentului este, așa cum s-a arătat la § 3.00, determinarea diferențelor de nivel dintre puncte pentru că în funcție de ele se calculează cotele punctelor.

Punctele a căror cotă se determină pot fi puncte ale rețelei de sprijin, puncte caracteristice pe anumite direcții (nivelment pe profile) sau puncte caracteristice de relief ale unor suprafețe (nivelment de suprafață). În funcție de cotele obținute se poate reprezenta relieful pe anumite direcții (profile) sau pe suprafețe.

Pentru efectuarea ridicării nivelitice este necesar să se folosească metode de nivelment. Dacă punctele trebuie să aibă și determinare planimetrică se va căuta ca o dată cu ridicarea nivelitică să se facă și ridicarea planimetrică sau să se coordoneze ridicările în așa fel încît să se asigure un randament cît mai ridicat.

Ridicările de nivelment trebuie să se sprijine pe rețeaua nivelmentului de stat dacă, bineînțeles, aceasta este dezvoltată, definitivată și folosibilă în regiunea unde au loc ridicările. În caz contrar se va dezvolta în prealabil, sau concomitent, o rețea de sprijin locală.

Metodele de nivelment geometric cele mai frecvente sînt: metoda radierii, metoda drumuirii și metoda profilelor, precum și combinații de drumuiri cu radieri sau drumuiri cu profile etc.

3.141. **Îndesirea (determinarea) rețelei de sprijin prin drumuiri.** Drumuirile de nivelment îndeplinesc două funcții și anume: prima, de îndesire a rețelei de sprijin sau, în lipsa acesteia, de creare a unei rețele de sprijin și a doua, de ridicare a punctelor caracteristice de detaliu.

Drumuirea constă din măsurători de diferențe de nivel înlănțuite (fig. 3.35), adică de fiecare dată se consideră cunoscut punctul care în stația precedentă era nou. În cazul existenței unei rețele de sprijin, drumuirea pleacă întotdeauna de la un punct și se închide pe alt punct cunoscut. Dacă nu există rețea de sprijin drumuirea se închide pe punctul de plecare.

BCU CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

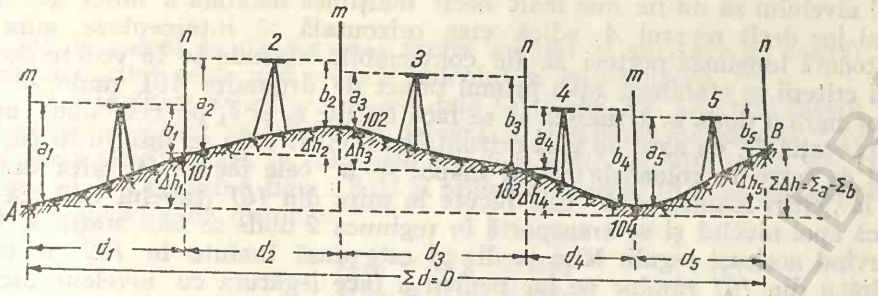


Fig. 3.35 — Metoda drumuirii

Ordinele drumuirilor. Făcînd abstracţie de punctele reţelei nivelmentului de stat, determinate tot prin drumuiri, drumuirile desfăşurate în cadrul unei ridicări nivelitice oarecare pot fi: primare, secundare şi terţiare (fig. 3.36) cu înţelesul de la drumuirile planimetrice, § 2.461.

Condiţiile unei drumuiri de nivelment geometric:

— Lungimea totală a unui traseu de drumuire să nu depăşească cîţiva km. Această condiţie nu este riguroasă, deoarece conform celor arătate la § 3.05 — Reţele de sprijin, lungimea drumuirilor poate fi chiar de ordinul sutelor de km totuşi, pentru a nu obliga operatorul la prea multe măsuri de prevedere, pentru a se putea asigura un randament cît mai mare ridicărilor, şi pentru a se putea efectua un control cît mai des posibil se recomandă ca drumuirile să fie scurte.

— Mărimea porteelor să nu fie mai mare de 100, maximum 150 m, chiar acolo unde terenul ar permite-o, pentru că se îngreunează operaţiile de teren şi survin erori necontrolabile provocate în special de refracţia atmosferică.

— Traseul drumuirii să fie în aşa fel ales încît să urmeze liniile cu cele mai puţine şi mai mici declivităţi pentru ca porteele să nu fie prea mici, nu mai mici de 10 m, cînd s-ar reduce simţitor nu numai operativitatea ridicărilor ci şi precizia.

— Punctele ce constituie drumuirea trebuie marcate în prealabil (cu reperi sau ţăruşi) dacă sînt puncte ce vor trebui utilizate în viitor. În caz contrar, pentru a se asigura identitatea de înălţime a mirei între două nivele succesive se vor utiliza saboţi de nivelment (broaşte).

Efectuarea măsurătorilor în teren. Fie *A* şi *B* două puncte de cotă cunoscută între care urmează a se desfăşura o drumuire (fig. 3.35), operaţiile de măsurare încep din unul din cele două puncte (de exemplu din *A*). Pe reperul din *A* se ţine vertical una din cele două mire (de exemplu *m*). Nivelul verificat va fi aşezat aproximativ în direcţia în care se dezvoltă traseul în aşa fel încît orizon-

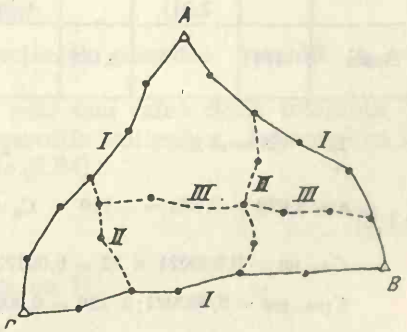


Fig. 3.36 — Ordinele drumuirilor

tul nivelului să nu fie mai înalt decît înălţimea maximă a mirei dar nici mai jos decît reperul *A*, adică viza orizontală să intercepteze mira şi totodată lungimea porteei să fie convenabilă. Avîndu-se în vedere aceleaşi criterii se stabileşte apoi primul punct de drumuire 101 unde se va ţine mira a doua *n*. Urmează să se facă citirile a_1 şi b_1 pe cele două mire (din staţia *1*), cu axul de viză orizontalizat, citiri care se înscriu în carnetul de teren în coloanele „citiri înapoi + *a*" cele făcute la mira din *A* şi la „citiri înainte — *b*" cele făcute la mira din *101* (tabelul 3.4). Se ridică apoi nivelul şi se transportă în regiunea *2* unde se face staţia *2*, observînd aceleaşi reguli. Mira *m* din *A* este dusă înainte în *102* pe cînd mira *n* din *101* rămîne pe loc pentru a face legătura cu niveleul precedent. Astfel, din aproape în aproape, se ajunge în *B*.

Calculul drumuirii. Calculul cotelor punctelor de drumuire poate fi efectuat în mai multe feluri: empiric, semiriguros şi riguros (în cazul fiecă-

Tabelul 3.4. **CARNET DE NIVELMENT PENTRU DRUMUIRI — 1**

Niveleul	Dist. aproximativă m	Citiri pe mină				Cote provizorii	Corecţii unitare totale mm	Cote definitive	Punctul	Schiţa
		înapoi +a		înainte −b						
		directe	medii	directe	medii					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A-101	82	2,554 2,552	2,553	0,243 0,247	0,245	532,644 534,952	+2 +2	532,644 534,954	A 101	
101—102	104	2,285 2,281	2,283	0,854 0,852	0,853	536,382	+2 +4	536,386	102	
102—103	136	0,178 0,176	0,177	1,970 1,972	1,971	534,588	+3 +7	534,595	103	
103—104	60	0,218 0,216	0,217	2,002 2,004	2,03	532,802	+1 +8	532,810	104	
104-B	92	2,915 2,911	2,913	0,395 0,391	0,393	535,322	+2 +10	535,332	B	
Suma	474		8,143		5,465					

$\Sigma a - \Sigma b = +2{,}678$ $\qquad H_B - H_A = 2{,}688$

$e = 2{,}678 - 2{,}688 = -010$ $\qquad C_u \dfrac{-0{,}010}{474} = +\,0{,}000021$ m/m

$C_{A-101} = 0{,}000021 \times 82 = 0{,}00173 \cong 0{,}002$ m $= 2$ mm.

$C_{102-103} = 0{,}000021 \times 136 = 0{,}00287 \cong 0{,}003$ m $= 3$ mm.

etc.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

rui fel de calcul se disting mai multe moduri şi variante de calcul). În cazul lucrărilor celor mai curente calculul se face empiric.

O modalitate de calcul este cea dată în tabelul 3.4. Calculul începe cu calcularea mediilor valorilor din coloana *3* şi separat din coloana *5* (dacă sînt două citiri). Astfel, în coloanele *4* şi *6* se obţin valorile medii ale citirilor *a* şi *b*. Observînd figura 3.35 şi aplicînd relaţiile (3.1) se pot exprima cotele punctelor de drumuire.

$$\begin{aligned} H_{101} &= H_A + \Delta h_1 \\ H_{102} &= H_{101} + \Delta h_2 \\ &\vdots \\ H_B &= H_{104} + \Delta h_5. \end{aligned} \tag{3.38}$$

Întrucît în tabelul 3.4 nu figurează diferenţele de nivel, acestea se vor exprima funcţie de valorile medii ale citirilor *a* şi *b* cu relaţiile (3.13):

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= a_1 - b_1 \\ \Delta h_2 &= a_2 - b_2 \\ &\vdots \\ \Delta h_5 &= a_5 - b_5. \end{aligned} \tag{3.39}$$

Înlocuind, în relaţia (3.38) devin:

$$\begin{aligned} H_{101} &= H_A + a_1 - b_1 \\ H_{102} &= H_{101} + a_2 - b_2 \\ &\vdots \\ H_B &= H_{104} + a_5 - b_5 \end{aligned} \tag{3.40}$$

cu ele se calculează cotele din coloana *7*. Întrucît citirile *a* şi *b* sînt afectate de erori de măsurare, cota punctului *B*, astfel calculată, va diferi de cota de referinţă a punctului *B* înscris în coloana *9*. Dacă diferenţa (eroarea *e*) este mai mică decît toleranţa *T* se va compensa în coloana *8*.

Pentru calculul toleranţei se foloseşte relaţia (1.78):

$$T = e_{km} \sqrt{D_{km}} \tag{3.41}$$

unde:

e_{km} este eroarea pe km (toleranţa pe km) dată de instrucţiuni pentru nivelmentul ce se execută iar

D_{km} este lungimea traseului exprimată în km.

Pentru nivelmentul tehnic instrucţiunile noastre prevăd $e_{km} = \pm 0{,}03$ m

Aşadar, dacă eroarea de închidere este mai mică decît toleranţa *T* se va compensa, calculîndu-se mai întîi corecţia unitară c_u, întocmai ca la calculul drumuirilor planimetrice relaţiile (2.94):

$$c_u = \frac{-e}{D} \tag{3.42}$$

De unde corecţia pe fiecare niveleu va fi:

$$\begin{aligned} c_1 &= c_u \cdot d_1 \\ c_2 &= c_u \cdot d_2 \\ &\cdots\cdots \end{aligned} \tag{3.43}$$

BCU IAŞI CENTRU UNIVERSITY LIBRARY

Cotele definitive H^d se obţin în coloana *9* prin însumarea corecţiilor parţiale la cotele provizorii H^p,

$$\begin{aligned} H^d_{101} &= H^p_{101} + c_1 \\ H^d_{102} &= H^p_{101} + c_1 + c_2 \\ &\vdots \\ H^d_B &= H^p_{104} + c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Cota punctului B astfel calculată va trebui să corespundă exact cu cota de referinţă a punctului B scrisă în prealabil în coloana *9*.

Controlul închiderii în toleranţe se poate face (chiar este bine să se facă) înainte de a se calcula cotele provizorii.

Dacă se însumează relaţiile (3.40) rezultă:

$$H_B = H_A + \Sigma a - \Sigma b \tag{3.45}$$

Prin urmare, dacă se însumează pe coloana *4* se obţine Σa iar pe coloana *6* se obţine Σb. Condiţia este deci,

$$H_B - H_A = \Sigma a - \Sigma b \tag{3.46}$$

şi trebuie îndeplinită în limitele toleranţelor $e < T$

unde:

$$e = (\Sigma a - \Delta b) - (H_B - H_A) \tag{3.47}$$

Dacă într-adevăr $e < T$, se calculează cotele provizorii apoi corecţiile (unitare şi totale) şi cotele definitive.

Aplicaţie. În tabelul 3.4 se dă un exemplu de calcul al unei drumuiri prin procedeul arătat. În coloanele *3* şi *5* sînt înscrise citirile directe. În cazul lucrărilor curente sînt patru cifre (m, dm, cm şi mm) iar în cazul lucrărilor de mare precizie cînd nivelul este înzestrat cu micrometru optic apar cinci şi chiar şase cifre adică inclusiv zecimi şi respectiv sutimi de mm. Însumîndu-se valorile medii din coloanele *5* şi *7* şi făcînd diferenţa lor rezultă 2,678 m valoare ce confruntată cu $H_B - H_A = 2{,}688$ dă $e = -0{,}010$ m.

Dacă toleranţa este de 2 cm/km, la lungimea drumuirii de 474 m, toleranţa este, după relaţia (1.78):

$$T = 2 \text{ cm} \cdot \sqrt{\frac{474}{1\,000}} = 2 \times 0{,}69 = 1{,}38 \text{ cm}.$$

deci $e < T$ deoarece $0{,}010 < 0{,}0138$

În continuare se calculează cotele provizorii plecînd cu H_A la care se adaugă a_1 şi se scade b_1 cînd se obţine H_{101} etc. pînă la sfîrşitul coloanei unde cota punctului de control B astfel obţinută (535,322) diferă de cota de referinţă $H_B = 535{,}332$ tocmai cu 0,010 m.

Împărţind eroarea (tolerabilă) $e = -0{,}010$ la lungimea traseului $D = 474$ şi schimbînd semnul se obţine corecţia unitară pe m, adică $c_u = 0{,}000021$. Corecţiile pe nivelee vor da 2 mm, 2,5 mm, 3 mm etc. Însumînd

BCU / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

corecţiile unitare, din aproape în aproape, se obţin corecţiile totale, care adunate cotelor provizorii dau cotele definitive.

O altă modalitate de calcul este dată în tabelul 3.5 unde sînt prevăzute şi coloane pentru diferenţele de nivel. Însumînd diferenţele de nivel (relaţiile 3.39) se obţine:

$$\Sigma\Delta h = \Sigma a - \Sigma b \tag{3.48}$$

Condiţia de îndeplinire apare sub forma

$$\Sigma\Delta h = H_B - H_A \tag{3.49}$$

iar eroarea $e = \Sigma\Delta h - (H_B - H_A)$ trebuie să fie mai mică decît toleranţa T.

Se calculează corecţia unitară şi corecţiile pe niveleu întocmai ca la tabelul 3.4. Corecţiile pe niveleu se aplică fiecărei diferenţe de nivel cu semnul ei.

Cotele definitive, compensate, se obţin adăugîndu-se din aproape în aproape diferenţele de nivel corectate cu semnul lor. Închiderea pe punctul B trebuie să se facă perfect.

Tabelul 3.5. **CARNET DE NIVELMENT PENTRU DRUMUIRI–2**

Niveleul	Dist. aproximativă m	Citiri pe mîră				Diferente de nivel / Corecţii		Cote m.	Punctul	Schiţa
		înapoi a		înainte b						
		directe	medii	directe	medii	+	−			
1	2	3	4	5	6	7=4−6	8=4−6	9	10	11
A–101	82	2,554 2,552	2,553	0,243 0,247	0,245	2,308 +2 2,310		532,644 534,954	A 101	Fig. 3.45
101–102	104	2,285 2,281	2,283	0,854 0,852	0,853	1,430 +2 1,432		536,386	102	
102–103	136	0,178 0,176	0,177	1,970 1,972	1,971		1,794 +3 1,791	534,595	103	
103–104	60	0,218 0,216	0,217	2,002 2,004	2,003		1,786 +1 1,785	532,810	104	
104–B	92	2,915 2,911	2,913	0,395 0,391	0,393	2,520 2 2,522		535,332	B	
Sume	474					6,258	3,580			

$\Sigma\Delta h = 6{,}258 - 3{,}580 = +2{,}678 \qquad H_B - H_A = 2{,}688.$

$e = \Sigma\Delta h - (H_B - H_A) = 2{,}678 - 2{,}688 = -0{,}010$

Calculul corecţiilor unitare şi pe niveleu sînt identice cu cele de la tabelul precedent 3.4

Notă. 1. O formă simplificată a calculelor exemplificate în tabelele 3.4 şi 3.5 este aceea cînd porteele sînt egale, sau se consideră egale, cînd corecţiile pe nivelee sînt şi ele egale $c_1 = c_2 = \ldots = c_n = c$.

În astfel de situaţii corecţia pe niveleu se calculează mai uşor cu relaţia (3.50).

$$c = -\frac{e}{n} \tag{3.50}$$

unde n este numărul staţiilor drumuirii (niveleelor). În exemplul dat, corecţia pe fiecare niveleu ar fi de 2 mm.

2. Dacă închiderea se face pe punctul de plecare condiţia va fi:

$$\Sigma a - \Sigma b = \Sigma \Delta h = H_B - H_A = H_A - H_A = 0 \tag{3.51}$$

de unde erorile vor fi $e = \Sigma a - \Sigma b$ sau $e = \Sigma \Delta h$ după cum se aplică primul calcul sau al doilea.

Măsuri de prevedere. Pentru a se evita greşelile şi pentru a se obţine valori mai bune, se impune luarea unor măsuri de prevedere la efectuarea măsurilor în teren în special în cazul traseelor lungi şi anume:

Fig. 3.37 — Contrafişe pentru susţinerea verticală a mirei

— alegerea staţiilor să se facă în aşa fel încît porteele, pe fiecare niveleu, să fie cît mai egale posibil pentru a se micşora efectul unor eventuale erori instrumentale precum şi efectul curburii pămîntului şi al refracţiei atmosferice;

— dacă instrumentul este reversibil sau independent se vor face măsurători cu luneta în ambele poziţii:

— dacă se lucrează cu nivel fix se vor face citiri şi la firele standimetrice a căror medie trebuie să fie egală cu citirea la firul nivelor (principal)

— mirele din punctele de drumuire oarecare vor fi ţinute pe saboţi de nivelment şi verticalizate cu ajutorul dispozitivelor de verticalizare (nivelă sferică sau pendul);

— pentru mai multă siguranţă mirele vor fi ţinute vertical cu ajutorul unor contrafişe (fig. 3.37);

— un control eficace şi o valoare mai probabilă se obţine prin efectuarea unui dublu nivelment pe acelaşi traseu: cu două instrumente eventual cu acelaşi instrument în două poziţii distincte (fig. 3.38) cînd diferenţa de nivel calculată pe loc, din cele două staţii, trebuie să fie aceeaşi (în toleranţe).

3.1411. *Drumuiri cu puncte nodale.* Consideraţiile de principiu făcute la drumuirile cu puncte nodale planimetrice (§ 2.73) sînt valabile şi aici. Punctul de întîlnire a cel puţin trei trasee de drumuire, de acelaşi ordin, poate fi calculat mai precis ca punct nodal. Cota

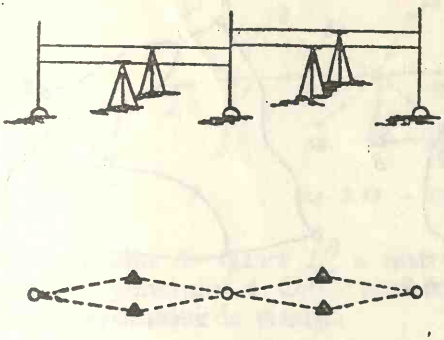


Fig. 3.38 — Dublă stație de drumuire

Fig. 3.39 — Drumuiri cu punct nodal

punctului N (fig. 3.39) poate fi calculată pe cele trei trasee obținîndu-se trei rînduri de valori. Dacă cele trei cote ale lui N sînt apropiate, între ele, în limitele toleranțelor este semn că măsurătorile și calculele s-au executat bine iar prin facerea mediei se obține o valoare mai probabilă.

Dacă însă lungimile celor trei trasee diferă dintr-o măsură apreciabilă se recomandă să se facă o medie ponderată (relațiile 1.58) ce în acest caz iau forma:

$$H_N = \frac{p_A \cdot H_N^A + p_B \cdot H_N^B + p_C \cdot H_N^C}{p_A + p_B + p_C} \tag{3.51}$$

Calculul cotelor pe cele trei trasee se face cu relațiile (3.40), iar calculul ponderilor se face plecînd de la calculul erorii medii, știindu-se că ponderea se exprimă în funcție de ea. Dacă eroarea de determinare a diferenței de nivel pe un niveleu este e apoi pe n nivelee înlănțuite va fi $e_m = \pm e\sqrt{n}$. Ponderea calculată cu relația (1.63) fiind:

$$p = \frac{K}{e_m^2} \text{ se obține } p = \frac{K}{(e\sqrt{n})^2} = \frac{K}{e^2 n} \tag{3.52}$$

Întrucît pe toate traseele s-a lucrat cu același aparat și dacă în general porteele au fost egale, ponderea devine:

$$p = \frac{1}{n} = \frac{1}{D} \tag{3.53}$$

Așadar, ponderea se ia invers proporțională cu lungimea traseului sau cu numărul de puncte pe traseu.

Aplicație. Cele trei cote ale punctului N calculate din cele trei puncte au dat:

$$H_N^A = 552{,}428: \quad H_N^B = 552{,}438: \quad H_N^C = 552{,}448;$$

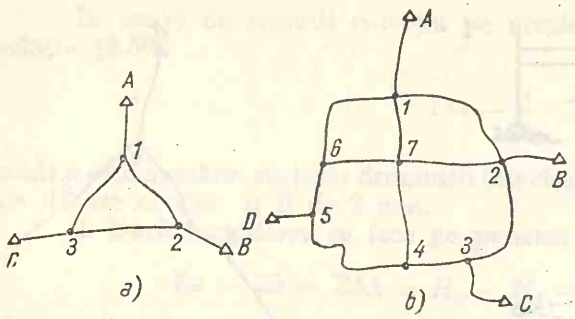


Fig. 3.40 — Rețele de drumuiri

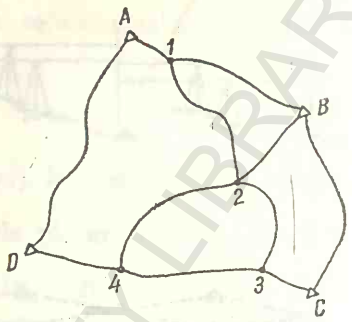


Fig. 3.41 — Rețele de drumuiri

Dacă s-ar face media aritmetică s-ar obține $H_N = 552{,}438$. Dacă lungimile celor trei trasee sînt: $D_1 = 1000$ m. $D_2 = 2000$ m și $D_3 = 3000$ m cînd ponderile pe cele trei trasee ar fi: $p_1 = \frac{1}{1} = 1$; $p_2 = \frac{1}{2} = 0{,}5$ și $p_3 = \frac{1}{3} = 0{,}33$ s-ar obține media ponderată:

$$H_N = \frac{1 \cdot 28 + 0{,}5 \cdot 38 + 0{,}33 \cdot 48}{1 + 0{,}5 + 0{,}33} = \frac{63}{1{,}83} = 34{,}5$$

adică $H_N = 552{,}434$ față de 552,438 cît a dat prin facerea mediei simple.

3.1412. *Rețele de drumuiri.* Dacă suprafața pe care se desfășoară ridicările nivelitice este mare, se va dezvolta o rețea de drumuiri de nivelment într-o densitate suficientă pentru scopul lucrării (fig. 3.40 și 3.41). Calculul rețelei se poate face empiric, semiriguros și riguros. Calculul riguros se poate referi numai la unele trasee sau la majoritatea traseelor cînd compensarea în bloc dă o mai mare unitate. Principiile unei compensări riguroase pot fi urmărite la capitolul 5.2.

3.142. **Ridicarea detaliilor.** Metodele specifice de ridicare a punctelor de detaliu sînt: metoda radierii, metoda profilelor și combinații de drumuiri cu radieri și profile.

3.1420. *Metoda radierii.* Metoda radierii este de fapt metoda simplă de determinare a cotelor unor puncte, dintr-o singură stație, în funcție de cota cunoscută a unui punct (fig. 3.42). Cotele punctelor reper $R_1 \ldots R_6$ se obțin în funcție de cota cunoscută a punctului A și citirea a făcută pe mira ținută în punctul A și citirile r făcute în punctele R. Mai întîi se calculează

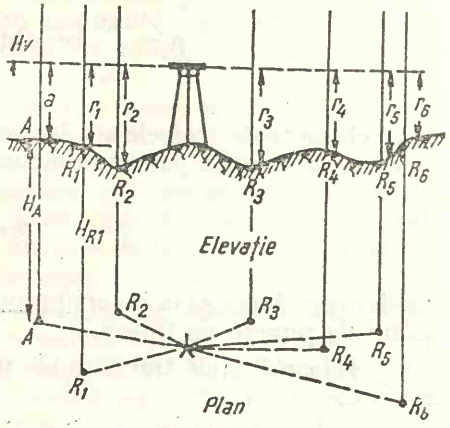


Fig. 3.42 — Metoda radierii

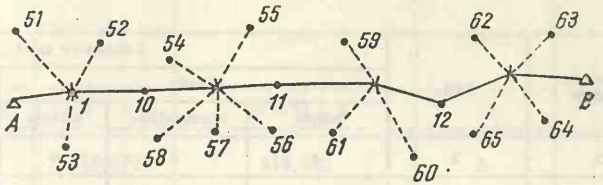


Fig. 3.43 — Drumuire cu radieri

cota planului de vizare H_v a instrumentului prin adăugarea citirii a la cota H a punctului A. Cotele punctelor R se obţin prin scăderea citirilor r din cota planului de vizare.

$$H_v = H_A + a \text{ iar } H_{R_1} = H_v - r_1 : \ldots H_{R_6} = H_v - r_6 \qquad (3.53')$$

Prin radieri se ridică, aşadar, acele puncte care intră în raza de determinare dintr-o singură staţie, adică pînă la depărtări de 100 m eventual 200 m şi chiar 300 m, corespunzător cu precizia ce se urmăreşte şi de limitele pe care le impune terenul.

Prin radieri se ridică, în marea lor majoritate, punctele nivelmentului de suprafaţă.

O caracteristică a cestei metode este aceea că în general determinările nu au control, de unde necesitatea unei atenţii deosebite în toate fazele lucrării. Totodată, neexistînd control nu există nici calcule suplimentare de compensare pe care le necesită, în cadrul oricărei metode, corectarea erorii constatate la control.

3.1421. *Metoda drumuirilor cu radieri.* Metoda de nivelment cea mai des folosită este metoda drumuirilor cu radieri. Reperii de nivelment ca şi punctele importante vor fi prinşi în reţeaua drumuirii, iar punctele oarecare vor fi determinate ca puncte radiate. Dată fiind importanţa mai mare a punctelor de drumuire, atît din cauză că ele reprezintă reţeaua de sprijin pentru puncte radiate cît şi pentru faptul că prin drumuiri se ridică punctele importante, vor fi citite de două ori respectiv în ambele poziţii ale lunetei (eventual în două poziţii ale instrumentului) pe cînd punctele radiate vor fi citite o singură dată.

Carnetul de nivelment pentru drumuiri cu radieri (tabelul 3.6) poate avea o coloană în plus şi anume coloana punctelor radiate numite şi intermediare. Dacă carnetul nu are o asemenea coloană, citirile la punctele radiate se înscriu în coloana „înainte".

În figura 3.43 se arată în plan o drumuire cu radieri sprijinită pe punctele A şi B. Măsurătorile încep din staţia *1*. Mai întîi se efectuează măsurătorile privind drumuirea şi abia apoi se fac vizele spre punctele radiate. Din staţia *1* s-a vizat înapoi la A obţinîndu-se citirile 0,788 şi 0,790 ce se înscriu în coloana *4* şi înainte la *10* cînd s-au obţinut valorile 2,*675* şi 2,673 înscrise în coloana *6*. Citirile la punctele radiate făcute o singură dată se înscriu în coloana *5* „intermediare".

Calculul începe cu drumuirea. În coloanele *7* şi *8* se fac mediile citirilor, funcţie de care se calculează diferenţele de nivel din coloanele *9* şi *10*. Suma diferenţelor de nivel de la A la B dă: $\Sigma_a = 7{,}761$ şi $\Sigma_b = 8{,}482$ de unde

Tabelul 3.6.

Stații	Aliniamente Puncte	Dist.	Citiri pe mină				
			directe			medii	
			înapoi	intermediare	înainte	înapoi a	înainte b
1	2	3	4	5	6	7	8
1	A—10	95	0,788		2,675	0,789	2,674
			0,790		2,673		
	51			1,268			
	52			2,766			
	53			0,495			
2	10—11	118	1,875		2,065	1,876	2,064
			1,877		2,063		
	54			0,812			
	55			0,977			
	56			1,275			
	57			2,342			
	58			1,648			
3	11—12	115	2,412		1,675	2,413	1,674
			2,414		1,673		
	59			2,456			
	60			1,248			
	61			1,076			
4	12—B	109	2,682		2,070	2,683	2,070
			2,684		2,070		
	62			1,215			
	63			1,814			
	64			2,007			
	65			1,415			
					Σ	7,761	8,482

$\Sigma_a - \Sigma_b = -0{,}721 \qquad \Sigma\Delta h = -0{,}721$

$H_B - H_A = 414{,}954 - 415{,}682 = -0{,}728$

$e = \Sigma\Delta h - (H_B - H_A) = -0{,}721 - (-0{,}728) = +0{,}007 \text{ m}$

$$c \approx \frac{-7 \text{ mm}}{4} \cong -2 \text{ mm}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Diferențe de nivel h		Cota planului de vizare	Cote	Puncte	Schița
+	−				
9 = 4 − 6	10 = 4 − 6	11 = 7 + 12	12 = 11 + 5	13	14
	1,885 −1 1,886	416,471	415,682	A —	
			413,796	10	
			415,203	51	
			413,705	52	
			415,976	53	
	0,188 −2 0,190	415,672	413,796	10	
			413,606	11	
			414,860	54	
			414,695	55	
			414,397	56	
			413,330	57	
			414,024	58	
0,739 −2 0,737		416,019	413,606	11	
			414,343	12	
			413,563	59	
			414,771	60	
			414,943	61	
0,613 −2 0,611		417,020	414,343	12	
			414,954	B	
			415,805	62	
			415,206	63	
			415,013	64	
			415,605	65	
1,352	2,073				

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

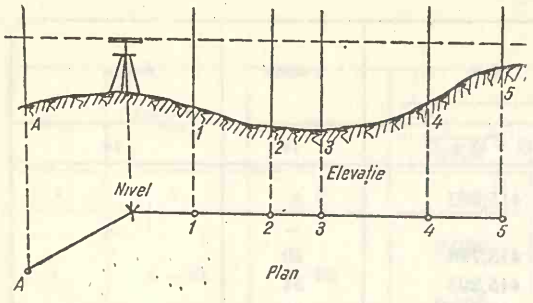


Fig. 3.44 — Profil luat cu puncte la schimbare de pantă

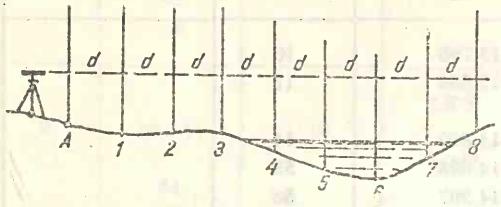


Fig. 3.45 — Luarea unui profil cu puncte la egală distanță

$\Sigma_a - \Sigma_b = -0{,}721$. valoare ce confruntată cu diferența de nivel $H_B - H_A = -0{,}728$ dă eroarea $e = +0{,}007$ m. Dacă laturile drumuirii sînt aproximativ egale, corecția c se obține împărțind eroarea, dacă este tolerabilă, la numărul stațiilor de drumuire. Cu diferențele de nivel corectate se calculează cotele punctelor de drumuire *10, 11, 12,* În funcție de cotele definitive, citirile intermediare (coloana *5* și mediile din coloana *7*) se calculează cotele punctelor radiate astfel: în fiecare stație se calculează cota planului de viză prin adăugarea citirii medii înapoi (coloana 7) la cota punctului respectiv, adică în stația *1* se adaugă 0,789 la 415,682 și se obține 416,471. Din această valoare se scad pe rînd citirile intermediare din stația 1, întocmai ca la metoda radierii (relațiile 3.53').

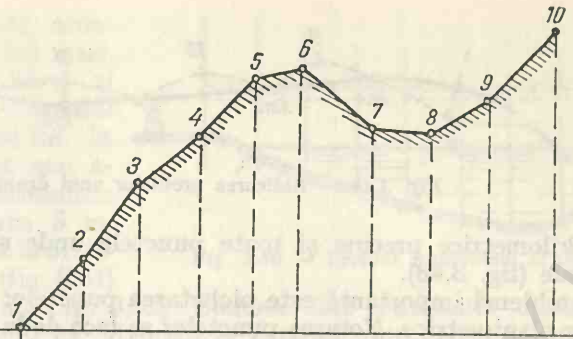
3.1422. *Metoda profilelor,* Metoda este exemplificată în figura 3.44. Instrumentul se așază în traiectul profilului ce trebuie ridicat, se calează și se ia viza de referință, adică se vizează la mira ținută pe un punct cunoscut *A* pentru a se putea calcula cota plan viză. Apoi se dirijează luneta în direcția profilului și se citesc succesiv înălțimile pe mirele ținute în punctele *1, 2, 3, 4* etc., de schimbare de pantă pe profil. Carnetul de teren este similar cu cel dat la drumuirile cu radieri. Citirile pe profil se înregistrează la coloana ,,intermediare". Cotele se calculează cu relația (3.53').

Întrucît în special în cazul profilelor și al nivelmentului suprafețelor trebuie cunoscută și poziția planimetrică a punctelor se admite ca punctele pe profil să fie luate la egală distanță între ele (fig. 3.45).

Prin metoda profilelor se ridică de obicei profilele transversale ale unor ape precum și punctele de pe anumite direcții dacă metoda este aplicabilă. În practică metoda profilelor se aplică de obicei combinat cu metoda radierii.

3.15. PROBLEME DE NIVELMENT GEOMETRIC

Adeseori, rezolvarea unor probleme de nivelment necesită și cunoașterea unor prevederi specifice și înlănțuiri de operații. Dacă se cere și determinarea poziției planimetrice a punctelor de nivelment de la caz la caz, ridicarea planimetrică și nivelitică se poate face eșalonat sau simultan (dacă instrumentul este prevăzut cu limb și terenul este practic orizontal). Dintre problemele de nivelment geometric cele mai frecvente se enumeră: ridicarea



Picheți	1_0	2_0	3_0	4_0	5_0	6_0	7_0	8_0	9_0	10_0
Cote	73,10	76,65	80,55	82,90	86,10	86,62	83,55	83,12	84,60	88,08
Distanțe între picheți	29,50	30,50	28,80	26,70	22,40	34,60	32,70	28,30	32,00	
Distanțe cumulate		29,50	59,50	88,30	115,00	137,40	172,00	204,70	232,00	264,00
Diferență de nivel	+3,55	+3,90	+2,35	+3,20	+0,52	-3,07	-0,43	+1,50	+3,48	
Pante %	12,2	12,8	8,2	11,9	2,3	-8,9	-1,3	5,3	10,8	

Fig. 3.46 — Redactarea unui profil longitudinal

profilelor drumurilor, căilor ferate și apelor, trecerea nivelmentului peste ape și rîpe, nivelmentul de suprafață etc.

3.150 **Redactarea unui profil.** Profilele se redactează funcție de cotele punctelor de pe traseu și distanțele dintre puncte (fig. 3.46). Pentru ca variația reliefului pe profil să fie cît mai evidentă, scara înălțimilor se ia de 10—100 ori mai mare decît scara planimetrică. Ecartul de scară va fi cu atît mai mare cu cît terenul este mai puțin reliefat.

În cazul figurii 3.46, picheții 1_0 2_0 3_0 etc. au fost raportați pe orizontală la scara 1 : 2 000. Față de orizontala de cotă 73,00 s-au ridicat cotele tuturor punctelor (picheților) pe verticală la scara 1 : 200. Unirea picheților *1*, *2*, *3* etc. dă tocmai profilul, exagerat de 10 ori, adică în raportul 2000 : 200 = 10. Pe celelalte linii ale cartușului se fac diverse calcule cum ar fi: diferența de nivel dintre picheții alăturați pentru a se putea calcula panta terenului.

Scara la care se raportează profilele transversale este una și aceeași pentru lungimi ca și pentru înălțimi spre exemplu 1 : 50; 1 : 100; 1 : 200; 1 : 500 (fig. 3.47).

3.151. **Nivelmentul drumurilor și căilor ferate.** De obicei se cer profilele longitudinale ale axelor și profilele transversale la anumite distanțe precum și acolo unde aspectul profilului transversal se schimbă.

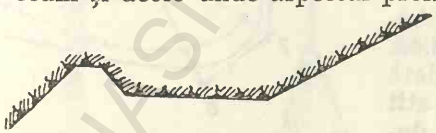


Fig. 3.47 — Profilul transversal al unui drum (scara 1 : 500)

Punctele ce se nivelează pe profilul longitudinal sînt toate punctele de schimbare de pantă precum și toate punctele de schimbare de direcție cum ar fi punctele i_c — intrarea în curbă sau e_c — ieșire din curbă, apoi

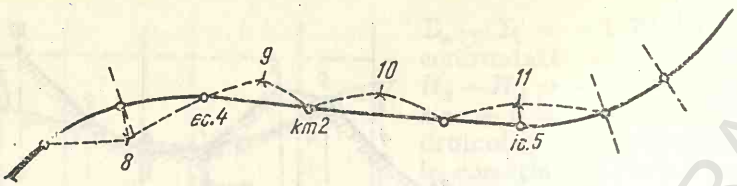


Fig. 3.48 — Ridicarea profilelor unui drum

pietrele kilometrice precum şi toate punctele unde se vor ridica profile transversale (fig. 3.48).

O problemă importantă este pichetarea punctelor şi determinarea poziţiilor lor planimetrice. Notarea punctelor se face de la centru spre exterior precum şi dinspre liniile principale spre cele secundare. Astfel se notează şi curbele. În lipsa unei ridicări prealabile se măsoară distanţele dintre picheţi. Ridicarea nivelitică prorpriu-zisă a punctelor pentru profilul longitudinal se face prin drumuiri cu radieri (cu *8, 9, 10* etc. sînt notate staţiile).

Profilele transversale se iau perpendicular pe traiectul longitudinal, de preferinţă cu lata.

3.152. **Nivelmentul apelor.** Problemele ce se pun în legătură cu nivelmentul apelor sînt: ridicarea în plan a cursurilor de ape cu precizarea firului şi întocmirea profilului longitudinal, ridicarea reliefului fundului apelor, trecerea nivelmentului peste ape etc.

3.1520. *Ridicarea cursurilor de ape.* Asemenea ridicări cuprind întotdeauna atît ridicarea planimetrică cît şi ridicarea nivelitică.

Ridicarea planimetrică trebuie să dea patul apei, nivelul apelor celor mai mari şi al celor mai mici, ca şi poziţia firului apei, iar ridicarea altimetrică trebuie să dea profilele transversale (de pe care se ia şi poziţia firului) şi profilul longitudinal întocmit după planul de situaţie şi profilele transversale.

Pentru o bună organizare a lucrărilor este bine ca anumite faze de ridicări planimetrice să le preceadă pe celelalte, iar altele să se facă simultan cu cele altimetrice astfel: alegerea şi determinarea în plan a poziţiei punctelor *1, 2, 3, 4* etc. (fig. 3.49) se pot face dinainte cu un teodolit, determinarea punctelor *a, b, c* ... se poate face de asemenea dinainte, eventual simultan cu operaţiile de nivelment (dacă instrumentul are limb), iar determinarea poziţiei planimetrice a punctelor de pe profilele transversale $1—1_a$, $2—2_a$ etc. se face deodată cu lucrările de nivelment.

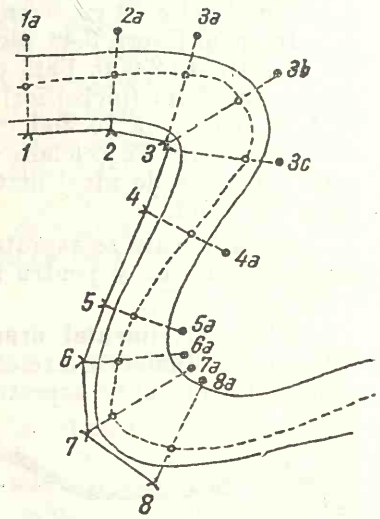


Fig. 3.49 — Nivelmentul unei ape curgătoare

Profilele transversale se iau aproximativ în zonele indicate în figura 3.49. Elevaţia unui asemenea profil este dată în figura 3.50. Dacă apele sînt mici, atît ca lăţime dar mai ales ca adîncime, ducerea profilelor se face cu multă uşurinţă

conform celor arătate anterior. Dacă însă apele sînt mari, mai sînt necesare bărci şi odgoane, precum şi personalul corespunzător folosirii lor. În cazul cînd apele sînt mai adînci de 3—4 m, bastoanele de nivelment de circa 5 m, folosite în mod curent la nivelmentul apelor mici (fig. 3.51) se înlocuiesc cu sonde (fig. 3.52). Sondele sînt constituite dintr-o greutate metalică de 5—10 kg, atîrnată la capătul unui cablu de oţel gradat în metri şi decimetri.

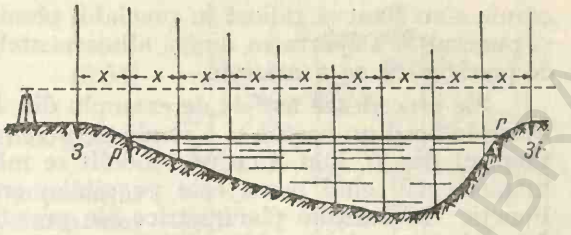


Fig. 3.50 — Profilul transversal al unei ape

Dacă apele sînt mai adînci decît circa 0,5 m, pe lîngă ţăruşii p şi r ce se bat pe aliniamentul profilului transversal la nivelul apei, se fixează şi doi pari A şi B între care se întinde un cablu marcat metalic pentru a se cunoaşte depărtarea. Un al doilea cablu gros va servi la conducerea bărcii. La distanţele stabilite se iau adîncimile apei h_1 h_2 etc.

Profilul se redactează funcţie de cotele punctelor p şi r determinate cu instrumentul şi înălţimile h_1h_2... etc., ce se coboară de la linia p r în dreptul punctelor *1, 2, 3* etc.

Pe profil se identifică firul apei a cărui poziţie planimetrică se transpune pe planul de situaţie (fig. 3.49).

Profilul longitudinal al firului apei se obţine din unirea punctelor O care se iau de pe planul de situaţie în ceea ce priveşte poziţia planimetrică şi de pe profilele transversale în ceea ce priveşte poziţia altimetrică.

3.1521. *Nivelmentul fundului apelor.* Determinarea şi redarea reliefului fundului unei ape (lac) sînt strîns legate de determinarea simultană şi a poziţiei planimetrice a punctelor. În figura 3.53 se arată un lac în jurul

Fig. 3.51 — Baston de nivelment

Fig. 3.52 — Sondă de nivelment

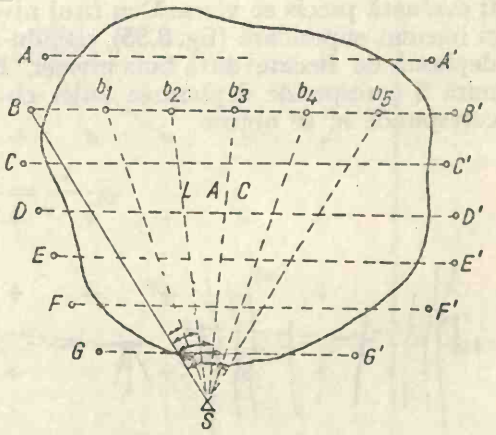


Fig. 3.53 — Ridicarea reliefului fundului unui lac

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

căruia s-au fixat şi ridicat în prealabil planimetric punctele AA', BB' etc. şi punctul S. Depărtarea dintre aliniamentele AA' şi BB' etc., este funcţie de precizia ce se urmăreşte.

Se procedează astfel: de exemplu din B pleacă pe direcţia B' o barcă avînd la bord un baston şi o sondă de nivelment. Barca este dirijată pe aliniament din B. Din S cu un teodolit se măsoară unghiurile $\beta_1, \beta_2 \ldots$ etc., în momentul cînd barca este pe aliniament şi cînd măsoară adîncimea. Funcţie de poziţiile planimetrice ale punctelor B şi S şi unghiurile β se determină prin intersecţie grafică punctele b_1 b_2 etc. Funcţie de adîncimile măsurate se pot întocmi profile de fund şi determina cote pe întreaga suprafaţă a lacului.

3.1522. *Trecerea nivelmentului peste ape.* Dacă distanţa nu depăşeşte 80—120 m nu există o problemă prorpiu-zis specifică.

Dacă însă distanţa este mai mare, pînă la 200—300 m, procedeul de lucru devine specific. Pe cele două maluri se fixează doi ţăruşi de nivelment A şi B (fig. 3.54). Se staţionează cu instrumentul în apropierea punctului A la o distanţă de 10—20 m în poziţia *1* apoi la fel faţă de B în poziţia *2*. De fiecare dată se vizează şi se face citirea gradaţiilor de pe mirele ţinute vertical deasupra punctelor A şi B. Deoarece în ambele cazuri viza scurtă poate fi interpretată că nu dă eroare (sistematică) ci numai viza lungă, se observă că eventualele erori sistematice ce se produc la viza lungă se elimină. Într-adevăr în primul caz s-a obţinut $\Delta h_1 = a_1 - b_1$ iar în al doilea $\Delta h_2 = a_2 - b_2$. Valorile subliniate (cele eronate) fiind de semn contrar, eroarea practic se anulează. Diferenţele trebuie, evident, să se încadreze în toleranţe specifice.

Dacă distanţa este mai mare de circa 300 m, gradaţiile de pe miră nu mai pot fi bine distinse. În astfel de cazuri se lucrează cu mire cu panou ce se înalţă după indicaţiile operatorului exact pînă la înălţimea planului de viză cînd citirea înălţimii panoului pe miră se face de către lucrătorul ce ţine mira. În lipsa acestora se lucrează cu mire (late) gradate decimetric eventual din 5 în 5 cm. Deoarece intercepţia firului nivelor pe miră nu poate fi evaluată precis se vizează cu firul nivelor la gradaţia imediat inferioară şi imediat superioară (fig. 3.55), citindu-se numărul de diviziuni cu care s-a deplasat de fiecare dată bula nivelei. Dacă deplasării x a firului nivelor pe miră îi corespunde deplasarea bulei cu m diviziuni şi deplasării $l - x$ îi corespunde n, se obţine

$$\frac{x}{l-x} = \frac{m}{n} \qquad (3.53'')$$

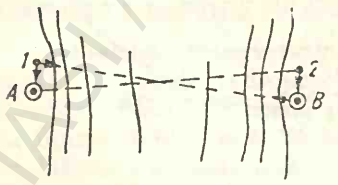


Fig. 3.54 — Trecerea nivelmentului peste ape

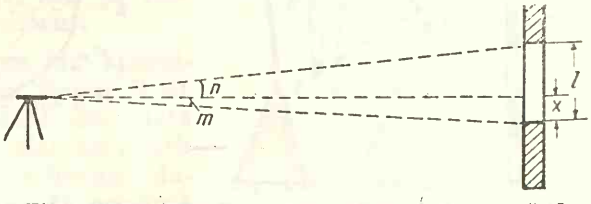


Fig. 3.55 — Trecerea nivelmentului peste o apă de o lăţime mai mare decît circa 300 m

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

de unde:

$$x = l\frac{m}{m+n} \qquad (3.54)$$

cantitate ce se adaugă la citirea gradaţiei rotunde H pe miră.

3.153. **Nivelmentul de suprafaţă.** Un obiectiv de seamă al nivelmentului este şi redarea formelor de teren. Lucrările de nivelment ce privesc atît măsurarea cît şi reprezentarea reliefului se numesc lucrări de nivelment de suprafaţă sau de nivelment complet. Reprezentarea reliefului se face funcţie de un număr suficient de puncte ridicate în teren raţional alese ca număr şi poziţie. În general, nivelmentul de suprafaţă se execută prin nivelment trigonometric (inclusiv tachimetric) în special în terenurile variate şi accidentate. Prin nivelment geometric se efectuează nivelment de suprafaţă, atunci cînd metoda este convenabilă ca randament şi cînd se cere o precizie ridicată. Este cazul ridicării terenurilor de şes pentru canalizări şi irigaţii, orezării, turbării, construcţii sau amenajări de terenuri de aviaţie şi sport, ridicarea luncilor etc.

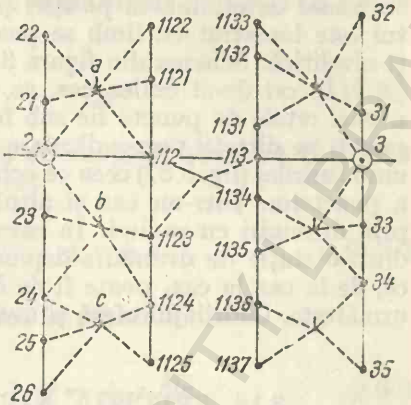


Fig. 3.56 — Nivelment de suprafaţă pe trasee (profile) transversale

În astfel de terenuri, aproximativ plane, punctele de schimbare de pantă care trebuie ridicate pot fi uneori identificate cu uşurinţă, de obicei însă asemenea puncte sînt greu identificabile.

În primul caz, ridicarea punctelor caracteristice de nivelment s-ar face în mod cu totul convenabil prin drumuiri cu radieri, însă rămîne în

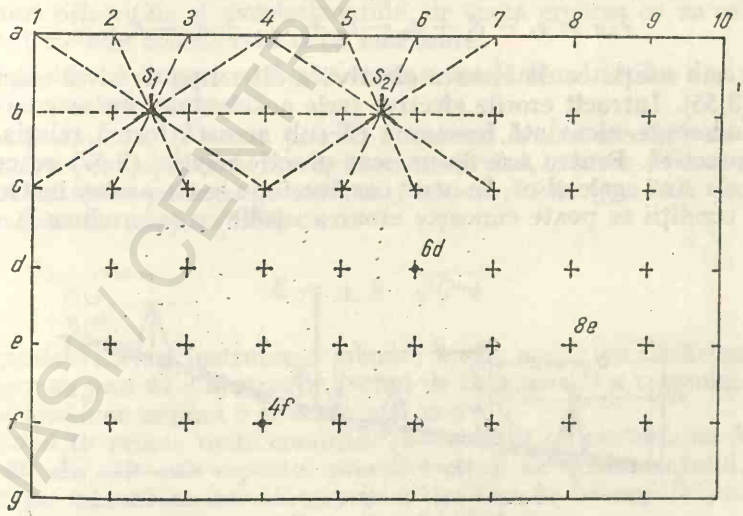


Fig. 3.57 — Nivelment de suprafaţă prin puncte de cadrilaj

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

suspensie determinarea poziţiei planimetrice a punctelor. Dacă instrumentul este înzestrat cu limb se poate face o ridicare simultană planimetrică şi nivelitică. Schema din figura 3.43 ar corespunde şi acestei situaţii.

În cel de-al doilea caz, se recomandă aplicarea la teren în prealabil a unei reţele de puncte fie sub forma unor puncte alese (la schimbarea de pantă) pe direcţii perpendiculare la traseul de bază (fig. 3.56), fie sub forma unui cadrilaj (fig. 3.57) ceea ce echivalează cu stabilirea poziţiei planimetrice a punctelor. Într-un caz şi altul ridicarea nivelitică prorpriu-zisă se face prin drumuiri cu radieri. În cazul cadrilajului, numărul de puncte radiate dintr-o staţie de drumuire depinde de distanţa dintre punctele de cadrilaj ce, de la caz la caz, poate fi de 5—50 m, funcţie de teren şi precizia ce se urmăreşte. Cadrilajul oferă şi avantajul notaţiei (6 *d*, 8 *e* etc.).

3.16. PRECIZIA NIVELMENTULUI GEOMETRIC

Să presupunem cazul unor nivelee înlănţuite (drumuiri) (fig. 3.58). Dacă mărimile ce se citesc a_1 b_1, a_2 $b_2 \ldots a_n b_n$ sînt afectate respectiv de erorile $e_1 e'_1$ e_2 e'_2 $\ldots e_n e'_n$ eroarea ce va afecta diferenţa de nivel va fi $e_{\Delta H}$.

Relaţia ce dă diferenţa de nivel este:

$$\Delta H = a_1 - b_1 + a_2 - b_2 \ldots + a_n - b_n \tag{3.55}$$

Dacă intervin erorile se obţine:

$$\Delta H + e_{\Delta H} = (a_1 + e_1) - (b_1 + e'_1) + (a_2 + e_2) - \\ -(b_2 + e'_2) + \ldots (a_n + e_n) - (b_n + e_n) \tag{3.56}$$

Scăzînd relaţia (3.55) din relaţia (3.56) rezultă:

$$e_{\Delta H} = e_1 - e'_1 + e_2 - e'_2 + \ldots + e_n - e'_n \tag{3.57}$$

Aceasta este relaţia ce dă eroarea efectivă a diferenţei de nivel calculată cu relaţia (3.55). Întrucît erorile efective (cele accidentale) nu se cunosc şi nu pot fi cunoscute niciodată, înseamnă că sub această formă relaţia nu are valoare practică. Pentru a se da un sens practic relaţiei (3.57) se consideră că porteele sînt egale şi că, în acest caz, lucrîndu-se cu acelaşi instrument în aceleaşi condiţii se poate cunoaşte eroarea medie ce se produce la distanţa

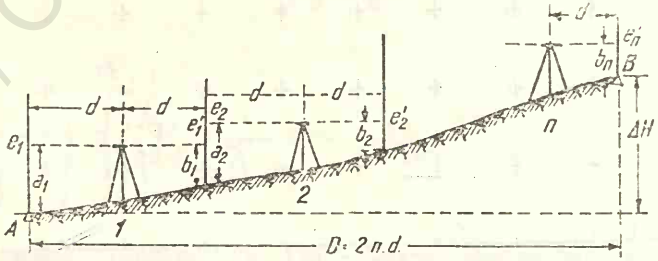


Fig. 3.58 — Precizia nivelmentului geometric

d. În acest sens erorile efective, $e_1 e'_1$, $e_2 e'_2$ ... se înlocuiesc în relaţie cu erorile medii considerîndu-se:

$$e_1 \approx e'_1 \approx e_2 \approx e'_2 \ldots \approx \pm e \tag{3.58}$$

cînd eroarea ce se obţine şi va caracteriza diferenţa de nivel va fi şi ea o eroare medie E. Astfel relaţiile (3.57) devin:

$$E = \pm e \pm e \pm e \pm \ldots \pm e \pm e \tag{3.59}$$

Pentru îndepărtarea semnelor se ridică la pătrat

$$E^2 = \pm e^2 + e^2 + \ldots + e^2 = \pm e\sqrt{2n} \tag{3.60}$$

Întrucît $D = 2n \cdot d$ relaţia se mai poate scrie

$$E = \pm e \sqrt{\frac{D}{d}} \tag{3.61}$$

Deoarece e este funcţie nu numai de aparate ci şi de d se poate scrie:

$$E = \pm \frac{e}{\sqrt{d}} \cdot \sqrt{D} = \pm e' \sqrt{D} \tag{3.62}$$

Adică precizia este funcţie de instrument e, respectiv e', şi de radical din lungimea traseului. Desigur, în practică nu se pot asigura portee egale decît în terenuri orizontale şi cvasiorizontale, de aceea eroarea ce va caracteriza rezultatul trebuie considerată ceva mai mare.

O problemă importantă este aceea a corelării mărimilor d, e şi randamentul ce trebuie asigurat.

Dacă eroarea $\pm e$ este privită numai ca eroare efectivă de înălţime provocată, de exemplu şi de erorile instrumentului, eroarea va creşte proporţional cu mărimea porteei. În acest caz, se poate scrie $\pm e = k \cdot d$, valoare ce introdusă în relaţia (3.61) dă:

$$E = \pm k \cdot \sqrt{D \cdot d} \tag{3.63}$$

adică, pentru acelaşi instrument eroarea medie creşte cu rădăcina patrată din lungimea porteei d abstracţie făcînd de lungimea D a traseului. Aşadar, porteele mici vor asigura o precizie mai mare.

Avînd în vedere toate condiţiile, s-a stabilit că porteele de 50 m sînt satisfăcătoare atît sub aspectul preciziei cît şi al randamentului. Bineînţeles că pe măsură ce nevoile preciziei descresc în aceeaşi măsură se pot mări porteele pentru a se ridica ritmul ridicării.

BCU Cluj / Central University Library

3.2. NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC

3.20. NOȚIUNI DE BAZĂ

Nivelmentul trigonometric este nivelmentul terenurilor accidentate și în general al tuturor terenurilor, precum și nivelmentul la distanțe mari.

Diferența de nivel se obține cu relația (3.14), $\Delta h = D \cdot \text{tg}\,\varphi$ adică, nu direct ca în nivelmentul geometric ci indirect, printr-un calcul funcție de două mărimi măsurate: unghiul vertical φ și distanța D (redusă la orizont). Unghiul vertical poate fi pozitiv sau negativ și este, ca mărime, de ordinul gradelor, eventual chiar al zecilor de grade, iar distanța poate varia de la cîțiva metri la cîțiva kilometri. În aceasta constă atît superioritatea nivelmentului trigonometric, fiind propriu pentru orice terenuri și orice distanțe, cît și neajunsurile lui în sensul că se măsoară două categorii de mărimi, ceea ce îngreunează atît măsurătorile în teren cît și calculul. Evident că, intervin și două categorii de erori, ceea ce face ca precizia nivelmentului trigonometric să fie mai slabă decît a nivelmentului geometric.

Dacă distanța D este mai mare este necesar să se ia în considerare *efectul curburii pămîntului* (c_1), *și al refracției atmosferice* (c_2) care în acest caz apare sub forma din figura 3.59.

Refracția atmosferică modifică unghiul vertical real φ' în φ producînd efectul liniar c_2. Se observă că;

$$c_1 + D\ \text{tg}\varphi = c_2 + \Delta h \text{ sau } \Delta h = D \cdot \text{tg}\varphi + c_1 - c_2 \qquad (3.64)$$

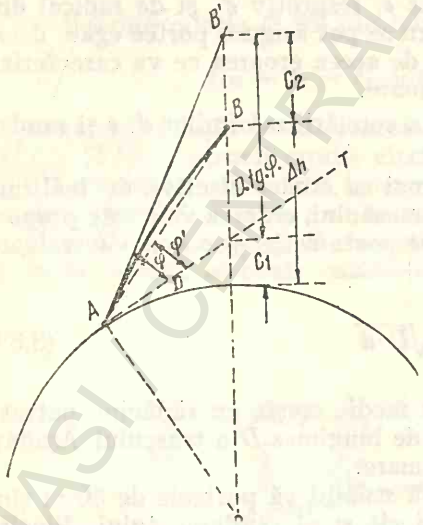


Fig. 3.59 — Efectul curburii pămîntului și al refracției atmosferice în cazul nivelmentului trigonometric

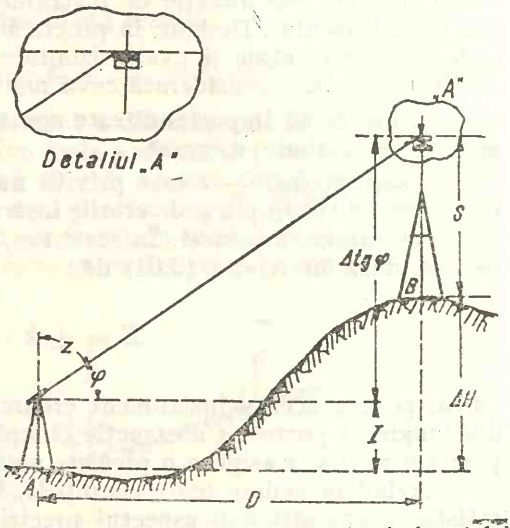


Fig. 3.60 — Cazul general al nivelmentului trigonometric

BCUIASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Întrucît $c_1 - c_2 = c$ şi se extrage din tabelele 3.1 şi 3.2 relaţia devine:

$$\Delta h = D \cdot \text{tg}\varphi + c \text{ şi respectiv } H_B = H_A + \Delta h \qquad (3.65)$$

Efectul c poate fi introdus în calcule sau poate fi neglijat în raport cu lungimea vizei şi precizia ce se cere.

Dar calculul nivelmentului trigonometric nu se reduce la atît. Mai intervin şi elementele pe care le implică măsurarea unghiului vertical adică înălţimea instrumentului şi înălţimea semnalului la care se vizează.

Cazul general al nivelmentului trigonometric este redat în figura 3.60 unde cu I s-a notat înălţimea teodolitului (a axului orizontal) deasupra punctului staţionat iar cu S s-a notat înălţimea semnalului, deasupra punctului vizat B (pînă la baza capului negru). După figură se obţine:

$$\Delta H + S = D \cdot tg\varphi + I \qquad (3.66)$$

Dacă depărtarea D dintre punctele A şi B este mare, intervine şi efectul curburii pămîntului şi al refracţiei atmosferice c care se adaugă întotdeauna termenului $D \cdot \text{tg}\varphi$ care este afectat direct [fig. 3.59 şi relaţiile (3.64) şi (3.65)]. Prin urmare relaţia (3.66) devine:

$$\Delta H + S = D \cdot \text{tg}\varphi + I + c \text{ sau } \Delta H = D \cdot \text{tg}\varphi + I - S + c \qquad (3.67)$$

Dacă în locul unghiului vertical φ s-a măsurat unghiul zenital z, termenul $D \cdot \text{tg}\varphi$ se înlocuieşte în relaţia cu $D \cdot \text{ctg}\, z$ cînd relaţia (3.67) devine:

$$\Delta H = D \cdot \text{ctg}z + I - S + c \qquad (3.68)$$

Dacă se cunoaşte cota punctului A, cota punctului B va fi:

$$H_B = H_A + \Delta H \qquad (3.69)$$

Un caz particular al relaţiei (3.67) este acela cînd înălţimea semnalului $I = S$, cînd relaţia (3.67) devine:

$$\Delta H = D \cdot tg\varphi + c \qquad (3.70)$$

Dacă distanţa este mică se neglijează şi termenul c astfel că relaţia devine:

$$\Delta H = D \cdot \text{tg}\ \varphi \qquad (3.71)$$

Acesta este cazul lucrărilor curente la distanţe mici, pînă la 100 — 200 m, cînd semnalul la care se vizează este stadia pe care se poate viza exact la înălţimea aparatului deasupra punctului.

3.21. INSTRUMENTE DE NIVELMENT TRIGONOMETRIC

Mărimile ce intervin în relaţiile nivelmentului trigonometric fiind distanţele şi unghiurile, instrumentele folosite în nivelmentul trigonometric sînt cele ce măsoară distanţe şi unghiuri verticale.

Dacă în privinţa instrumentelor de măsurat distanţe şi a măsurării propriu-zise a distanţelor nu sînt elemente deosebite faţă de cele date la

§ 2.2, în privinţa instrumentelor de măsurat unghiurile verticale şi a modului cum se măsoară mai sînt de făcut observaţii în plus faţă de cunoştinţele prezentate în § 2.3.

Instrumentul tipic folosit la măsurarea unghiurilor verticale este teodolitul (cercul vertical). Pentru măsurarea în bune condiţii a unghiului vertical este necesar ca instrumentul, în speţă teodolitul, să fie bine verificat în ceea ce priveşte cercul vertical.

O atenţie deosebită trebuie acordată şi indentificării sistemului de gradaţie a cercului vertical. Pe lîngă faptul că trebuie făcută distincţia dintre gradaţia centezimală şi gradaţia sexagesimală, originea gradaţiilor poate fi la unele instrumente la orizontală, măsurînd unghiuri verticale, iar la altele la verticală, măsurînd unghiuri zenitale (nadirale). Există chiar instrumente, rare este adevărat, care au cercul împărţit în 200^g în loc de 400^g.

Referindu-ne numai la gradaţia centesimală se disting următoarele sisteme de gradaţii (fig. 3.61). Pentru simplificarea înţelegerii s-a considerat unghiul vertical $\varphi = 20^g$, respectiv unghiul zenital $z = 80^g$. În fiecare caz s-a considerat atît viza directă cît şi viza cu luneta în poziţia a doua.

Precizii mari la măsurarea unghiurilor verticale se obţin cu teodolitele ale căror eclimetre sînt înzestrate cu nivele de contact. În asemenea cazuri, întotdeauna înainte de a se face citirea, fie că luneta este în poziţia întîi fie că este în a doua, se aduce bula nivelei în contact. Dacă eclimetrul este prevăzut cu o nivelă oarecare, se va căuta să fie adusă cît mai riguros între repere.

Dacă măsurarea unghiurilor verticale trebuie făcută cu multă precizie se vor face mai multe măsurători. Întrucît cercul vertical nu este reiterator, decît în mod excepţional, el fiind fixat la lunetă, nu se pot aplica metode de măsurare a unghiurilor de mai multe ori în sensul celor arătate la măsurarea unghiurilor orizontale.

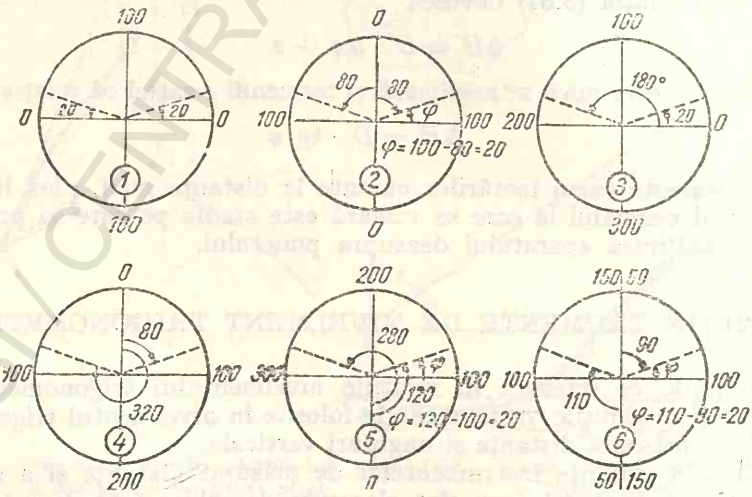


Fig. 3.61 — Gradaţii ale cercurilor verticale

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

De aceea, se recomandă să se utilizeze şi firele stadimetrice s superior şi i inferior, paralele cu firul nivelor n (fig. 3.62). Unghiurile verticale astfel citite vor fi simetrice faţă de unghiul citit cu firul nivelelor $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$

Făcîndu-se media mai multor citiri la trei fire, cu luneta în ambele poziţii, se micşorează nu numai erorile de vizare şi citire, ci şi erorile de diviziune, iar erorile de construcţie şi reglaj se elimină,

3.22. METODE DE NIVELMENT TRIGONOMETRIC

Metodele de nivelment trigonometric sînt metoda drumuirii şi metoda radierii. Din punctul de vedere al desfăşurării lor, aceste metode sînt similare cu metodele drumuirii şi radierii planimetrice.

Se disting în general două variante şi anume: nivelmentul la distanţe mici şi nivelmentul la distanţe mari. Deosebirea de principiu dintre nivelmentul la distanţe mici şi nivelmentul la distanţe mari este aceea că primul nu ia în considerare efectul curburii pămîntului ca fiind neglijabil la distanţele mici pe care se aplică (200—300 m), pe cînd nivelmentul la distanţe mari (mai mari decît 300 m) ia în considerare acest efect. Din punct de vedere practic apar în mod aproape consecvent însă două aspecte distincte şi anume: în cazul nivelmentului la distanţe mici se măsoară de-a dreptul unghiul vertical φ dintre cele două puncte, deoarece se vizează la înălţimea instrumentului pe stadie (fig. 3.63) (relaţiile 3.71), pe cînd în nivelmentul la distanţe mari se măsoară unghiul vertical φ pe care-l face

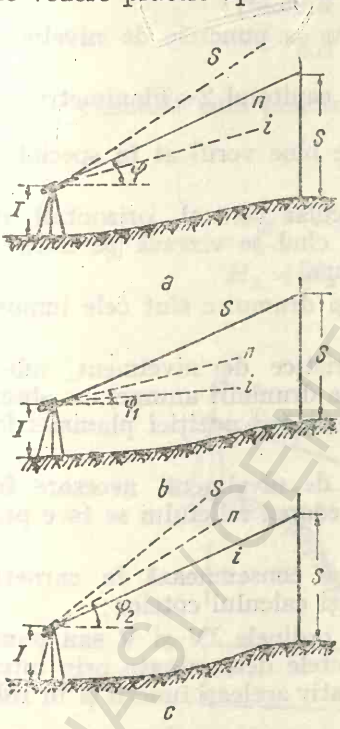


Fig. 3.62 — Măsurarea unghiurilor verticale folosind şi firele stadimetrice

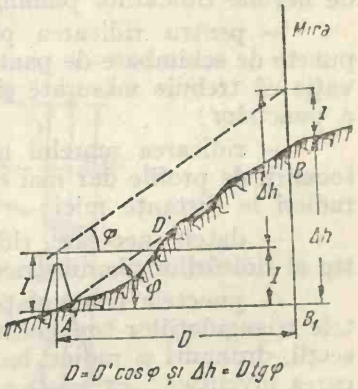


Fig. 3.63 — Nivelmentul trigonometric la distanţe mici

BCUIAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

viza determinată de teodolit şi baza capului negru al semnalului (fig. 3.60), care impune luarea în considerare în calcul atît a înălţimii instrumentului *I* cît şi a înălţimii semnalului *S* (relaţiile 3.67 şi 3.68). A doua distincţie practică între nivelmentul la distanţe mici şi nivelmentul la distanţe mari este aceea că în primul caz distanţele se măsoară la teren, pe cale directă sau indirectă, pe cînd în cazul nivelmentului la distanţe mari distanţele se deduc din coordonatele planimetrice ale punctelor (relaţiile 2.46).

De aici nivelmentul la distanţe mici este nivelmentul drumuirilor şi radierilor planimetrice, iar nivelmentul la distanţe mari este nivelmentul reţelelor de îndesire (intersecţii) şi al triangulaţiilor, deşi într-un caz şi celălalt metodele de determinare a punctelor, înlănţuit sau separat, sînt metodele drumuirii şi radierii.

Planurile ce se cer azi întocmite, cum ar fi planurile tehnice şi planurile de situaţie etc., necesită redarea atît a planimetriei cît şi a altimetriei.

Ridicarea nivelitică pe cale trigonometrică se face simultan cu ridicarea planimetrică pentru următoarele considerente:

— nivelmentul trigonometric se execută cu teodolitul cu ajutorul căruia se face şi ridicarea planimetrică;

— datele esenţiale ale nivelmentului se măsoară de obicei şi pentru nevoile planimetriei, (reducerea distanţelor la orizont);

— pentru redarea reliefului este necesar ca punctele de nivelment să aibă cunoscută şi poziţia planimetrică.

Faţă de metodele de ridicări descrise la capitolul 2—Planimetria, se fac în plus următoarele observaţii:

— eclimetrul teodolitului trebuie să fie bine verificat în special în cazul nivelmentului la distanţe mari;

— vizarea se face cu firul nivelor (reticular central, orizontal), riguros la înălţimea *I* a instrumentului atunci cînd se vizează pe miră şi la baza capului negru dacă se vizează pe semnal;

— punctele de triangulaţie, intersecţie şi drumuire sînt cele impuse de nevoile ridicărilor planimetrice;

— pentru ridicarea punctelor caracteristice de nivelment, adică puncte de schimbare de pantă, se pot desfăşura drumuiri anume, cu observaţia că trebuie măsurate şi elementele determinării poziţiei planimetrice a punctelor;

— ridicarea marelui număr de puncte de nivelment, necesare întocmirii de profile dar mai cu seamă pentru redarea reliefului se face prin radieri la distanţe mici;

— datele necesare ridicării nivelitice se consemnează în carnetul tip al ridicărilor planimetrice, în care se face şi calculul cotelor;

— punctele triangulaţiilor geodezice de ordinele IV şi V sau punctele triangulaţiilor topografice precum şi punctele determinate prin intersecţii, drumuiri şi radieri îndeplinesc aproximativ aceleaşi funcţii şi în ridicarea nivelitică;

— pe cîtă vreme în cazul ridicărilor planimetrice, reţeaua de bază este în mod normal, cea formată de reţeaua geodezică de ordinele I, II,

III şi chiar IV, în ridicările nivelitice reţeaua de bază este reţeaua (de precizie de ordinele I, II, III) a nivelmentului de stat determinată prin nivelment geometric (vezi § 3.05).

3.23. NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC LA DISTANŢE MARI

3.230. **Generalităţi.** Acesta este nivelmentul specific al punctelor reţelei de sprijin planimetrice propriu-zise şi al reţelei de îndesire prin intersecţii.

Se disting mai ales două cazuri şi anume cazul nivelmentului trigonometric al intersecţiilor înainte, cînd este cunoscută cota punctului de staţie şi cazul nivelmentului trigonometric al intersecţiilor înapoi cînd nu este cunoscută cota punctului de staţie. Într-un caz şi în altul se desprind variantele cu unghiul vertical φ pozitiv (fig. 3.60) şi cu unghiul vertical φ negativ (fig. 3.64). Cazul din figura 3.60 a fost analizat la cazul general (relaţiile 3.66—3.69). Cazul din figura 3.64, cu unghi vertical negativ, tot ca intersecţie înainte, dă:

$$\Delta H + I = D \cdot \operatorname{tg}\varphi + S \tag{3.72}$$

sau

$$\Delta H = D \cdot \operatorname{tg}\varphi + S - I \tag{3.73}$$

Dacă se cunoaşte cota punctului A se poate scrie:

$$H_B = H_A - \Delta H \tag{3.74}$$

$$H_B = H_A + I - D \cdot \operatorname{tg}\varphi - S + c \tag{3.75}$$

$$H_B = H_A + I + D \cdot \operatorname{ctg}z - S + c \tag{3.76}$$

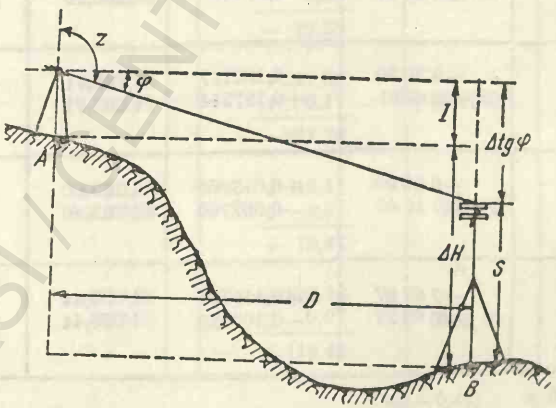


Fig. 3.64—Nivelmentul trigonometric la distanţe mari cu unghi vertical negativ

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În această relaţie, ctg z se ia întotdeauna pozitiv. Dacă unghiul vertical φ este negativ, adică $z > 100^g$, semnul negativ pe care-l ia termenul $D \cdot \text{ctg}\, z$ va fi dat de ctg z, care în cadranul al doilea este negativ.

Conexînd relaţiile (3.67 şi 3.68) cu 3.75 şi 3.76) rezultă formele generale (3.77) care se aplică în cazul nivelmentului trigonometric la distanţe mari pentru calculul cotelor punctelor intersectate înainte:

$$H_B = H_A \pm D \cdot \text{tg}\, \varphi + I_A - S_B + c$$
$$H_B = H_A + D \cdot \text{ctg}\, z + I_A - S_B + c \qquad (3.77)$$

În limbaj topografic acest nivelment se mai numeşte şi nivelment dus, adică se duce cota la punctul vizat (B).

Tabelul 3.7

Staţia	Vize	Unghiuri de pantă	tg φ	D Distanţa redusă	D · tg φ	I Staţie
		g c cc		m	m	m
1	2	3	4	5	6	7
A	B	+5 22 65	+0,082283	875,22	+ 72,02	1,40
B	A	−4 72 87	−0,074415	875,22	− 65,13	1,35
B	C	+3 88 20	+0,061054	1 252,78	+ 76,49	1,35
C	B	−3 51 04	−0,055197	1 252,78	− 69,15	1,42
C	D	−4 03 40	−0,063451	566,15	− 35,92	1,42
D	C	+4 85 84	−0,076464	566,15	+ 43,29	1,32
D	E	−8 36 30	−0,132127	1 683,71	−224,46	1,32
E	D	+8 6830	+0,137244	1 683,71	+231,08	1,30
E	F	+0 88 90	+0,013965	1 123,66	+ 15,69	1,30
F	E	−0 49 40	−0,007760	1 123,66	− 8,72	1,45
F	A	+7 02 07	+0,110731	1 055,44	+116,87	1,45
A	F	−6 60 27	−0,104089	1 055,44	−109,86	1,40

$D_t \approx 6\,500$ m

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă punctul staţiei A este de cotă necunoscută, din relaţiile (3.77) rezultă :

$$H_A = H_B \pm D \cdot \operatorname{tg}\varphi_A - I_A + S_B - c$$
$$H_A = H_B - D \cdot \operatorname{ctg} z - I_A + S_B - c \qquad (3.78)$$

Relaţiile se aplică în cazul nivelmentului trigonometric pentru calculul cotelor punctelor intersectate înapoi (nivelmentul adus).

Observînd relaţiile (3.77) şi (3.78) se constată că :

— înălţimea S a semnalului la care se vizează are întotdeauna semnul invers înălţimii I a instrumentului ;

— corecţia c se ia din tabele şi are întotdeauna acelaşi semn cu I.

DRUMUIRI DE NIELELMENT TRIGONOMETRIC LA DISTANŢE MARI

S viză	c Corecţie	Diferenţe de nivel		Cote	Punct	Schiţa
		deduse	medii			
m	m	m	m	m		
8	9	10	11	12	13	14
				325,16	A	
4,90 4,98	0,05 0,05	+ 68,57 − 68,71	+ 68,64 + 0,05 68,69	393,85	B	
5,25 4,90	0,10 0,10	+ 72,69 − 72,53	+ 72,61 + 0,08 72,69	466,54	C	
4,86 5,25	0,02 0,02	− 39,34 + 39,38	− 39,36 + 0,03 − 39,33	427,21	D	
5,00 4,86	0,19 0,19	−227,95 +227,71	−227,83 + 0,11 −227,72	199,49	E	
4,92 5,00	0,09 0,09	+ 12,16 − 12,18	+ 12,17 + 0,07 + 12,24	211 73	F	
4,98 4,92	0,08 0,08	+113,42 −113,30	+113,36 + 0,07 +113,43	325,16	A	

$$\Sigma\Delta h = -0{,}41 \qquad \delta H_{AA} = 0 \qquad c_u = \frac{-(-0{,}41)}{6\,500} = \frac{+\,0{,}063}{1\,000}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

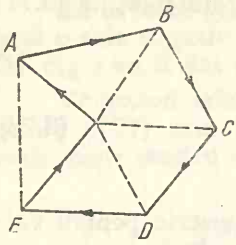


Fig. 3.65 — Drumuire de nivelment pe puncte de intersecţie sau puncte de triangulaţie topografică

3.231. **Metoda drumuirii.** Cu datele culese la îndesirea unei reţele de sprijin planimetrice, precum şi la determinarea unei reţele de sprijin planimetrice prin triangulaţii, se pot închega drumuiri de nivelment. Traseul se alege în aşa fel încît să fie incluse laturile cele mai scurte şi cu vize înalte deasupra terenului, pentru că numai în astfel de condiţii efectul curburii pămîntului şi al refracţiei atmosferice este controlabil în bune condiţii. Dacă există un singur punct de cotă cunoscută, sau nu există nici unul (cînd se pleacă cu o cotă arbitrară), traseul se va închide pe punctul de plecare (fig. 3.65). Dacă este posibil se va alege un traseu cu vize reciproce, lucru posibil în cazul triangulaţiilor topografice şi al intersecţiilor combinate, cînd există un prim control la calculul diferenţei de nivel dintre două (cîte două) puncte, funcţie de unghiurile măsurate în ambele puncte. Al doilea control se face pe punctul de închidere a drumuirii de nivelment (tabelul 3.7).

Laturile drumuirii sînt *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, *EF* şi *FA*. Se fac următoarele observaţii:

— în coloana *7* se înscrie întotdeauna înălţimea instrumentului în punctul de staţie (din coloana *1*), iar în coloana *8* se înscrie înălţimea semnalului vizat (din coloana *2*);

— diferenţele de nivel deduse în coloana *10* nu pot depăşi toleranţa;

— în coloana *11* se face media diferenţelor de nivel calculate în coloana *10* cu semnul primei valori;

— eroarea de închidere se compensează proporţional cu lungimea laturilor $c_i = c_u \cdot D$; unde $c_u = \frac{e_t}{\Sigma D}$

3.232. **Cote medii ponderate.** Unele puncte, care n-au fost prinse în traseul drumuirii, inclusiv punctele de intersecţie înainte sau înapoi pot primi cote din mai multe părţi (din puncte de cote cunoscute în prealabil sau din punctele ale căror cote au fost determinate prin drumuire). În acest caz există un control.

Un mijloc comod şi mult practicat pentru a se obţine cota medie a unor astfel de puncte este acela de a se face media aritmetică a tuturor cotelor obţinute din determinări parţiale dacă se încadrează în toleranţă. Procedeul este bun dacă distanţele de determinare sînt aproximativ egale sau nu diferă prea mult.

Dacă vizele sînt de lungimi sensibil diferite se va face o medie ponderată (relaţia 1.58).

Pentru stabilirea ponderii cu care se ia fiecare valoare, trebuie calculată eroarea medie, deoarece se ştie că ponderea se exprimă funcţie de eroarea medie.

Se pleacă de la relaţiile de bază (3.14) respectiv (3.71) $\Delta H = D \cdot \operatorname{tg}\varphi$ care dau diferenţa de nivel dintre două puncte. Întrucît diferenţa de nivel se exprimă indirect, funcţie de două variabile, se utilizează relaţiile (1.75) care exprimă legea propagării erorilor întîmplătoare medii indirecte. Notînd cu $e_{\Delta H}$ eroarea de determinare a diferenţei de nivel dintre două punc-

te, cu e_D şi e_φ erorile medii de măsurare a distanţei D şi respectiv unghiului φ aplicînd relaţia (1.75) se obţine:

$$e_{\Delta H} = \pm\sqrt{\left(\frac{\delta \Delta H}{\delta D}\, e_D\right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta H}{\delta \varphi} \cdot e\varphi\right)^2} = \pm\sqrt{(e_D \cdot \operatorname{tg}\varphi)^2 + \left(\frac{D}{\cos^2 \varphi} \cdot \frac{e\varphi}{\rho}\right)} \quad (3.79)$$

unde ρ este factorul de transformare 636620^{cc}.

Întrucît în cazul unghiurilor verticale φ mici eroarea de distanţă $(e_D \cdot \operatorname{tg}^2\varphi)$ are un efect neglijabil, expresia (3,79) devine

$$e_{\Delta H} = \frac{D}{\cos^2 \varphi} \cdot \frac{e\varphi}{\rho^{cc}} \quad (3.80)$$

adică eroarea de determinare a diferenţei de nivel apare ca funcţie efectivă de D şi $e\varphi$ ce se poate scrie:

$$e_{\Delta H} = k \cdot D \cdot e\varphi \quad (3.81)$$

De unde ponderea $p = \frac{K}{e^2_{\Delta H}} = \frac{K}{k^2 \cdot e^2_\varphi \cdot D^2}$ (3.82)

Întrucît se lucrează cu acelaşi instrument se poate considera $e\varphi$ ca fiind constant cînd p devine:

$$p = \frac{1}{D^2} \quad (3.83)$$

Aplicaţie. Cota punctului N s-a determinat din puncte A, B, C şi D (fig. 3.66). Se cunosc şi distanţele D.

Ponderile se calculează în tabelul 3.8. în care sînt cuprinse şi datele problemei.

Dacă s-ar face media aritmetică a celor patru determinări s-ar obţine 675,25.

Cota ponderată se calculează cu relaţia $H_N = \frac{p_1H_1 + p_2H_2 + p_3H_3 + p_4H_4}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4}$

Tabelul 3.8 — CALCULUL PONDERILOR

D (m)	H_N (m)	$p = \frac{1}{D^2}$
AN = 1 260,39	H_1 = 675,18	$p_1 = \frac{1}{1{,}26^2} = 0{,}630$
BN = 1 785,68	H_2 = 675,35	$p_2 = \frac{1}{1{,}79^2} = 0{,}312$
CN = 643,82	H_3 = 675,06	$p_3 = \frac{1}{0{,}65^2} = 2{,}367$
DN = 2 314,29	H_4 = 675.41	$p_4 = \frac{1}{2{,}32^2} = 0{,}186$

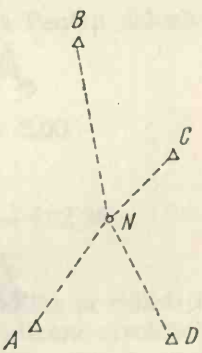


Fig. 3.66 — Cotă medie

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

înlocuind:

$$H_N = 675 + \frac{1}{100} \times \frac{0{,}630 \times 18 + 0{,}312 \times 35 + 2{,}367 \times 0{,}6 + 0{,}186 \times 1}{0{,}630 + 0{,}312 + 2{,}367 + 0{,}186} = 675{,}13$$

Aplicaţia este valabilă atît pentru intersecţii înainte cît şi pentru intersecţii înapoi sau combinate.

3.24. NIVELMENTUL TRIGONOMETRIC LA DISTANŢE MICI

Nivelmentul la distanţe mici este nivelmentul drumuirilor şi al radierilor planimetrice ca şi al acelor drumuiri şi radieri ce se fac exclusiv, pentru determinarea în spaţiu (x, y, z) a punctelor de nivelment cele mai caracteristice, pînă la distanţe de 100—200 m, adică a punctelor de schimbare de pantă, în vederea reprezentării reliefului.

3.241. **Metoda drumuirii.** Schema planimetrică a drumuirii de nivelment la distanţe mici este identică cu schema drumuirii planimetrice dată la figura 2.134. Carnetul de teren în care se înregistrează şi calculează drumuirea este cel dat la drumuirile planimetrice (tabelul 2.9). Nivelmentul se calculează, inclusiv se compensează, în coloana *13* cote, dacă închiderea se face în toleranţe, funcţie de tg φ din coloana *8* şi distanţa redusă tot în coloana *8*.

$$\delta_H = H_8 - H_4 = -6{,}22$$

$\Sigma\Delta h = -6{,}14$ de unde $e_h = \Sigma\Delta h - \delta H = -6{,}14 + 6{,}22 = +0{,}08$ m

corecţia unitară pe z va fi:

$$c_{zu} = \frac{-e_h}{D} = \frac{-0{,}08}{430{,}35} = \frac{-0{,}0186}{100}$$

iar corecţiile efective pe Δh vor fi $c_{\Delta hi} = c_{zu} \cdot d_i$

Distingem procedeul cu staţii curente (cel descris) şi procedeul cu staţii sărite. În figura 3.67 se arată, în elevaţie, esenţa acestor procedee.

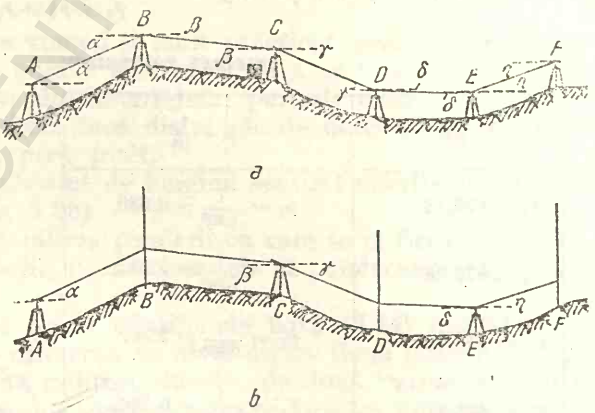


Fig. 3.67 — Drumuiri de nivelment trigonometric

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În cazul procedeului cu staţii curente unghiul vertical se măsoară din ambele capete ale pantei (traseului) şi deoarece se vizează pe stadie la înălţimea aparatului cele două unghiuri măsurate trebuie să fie egale, aşadar cu control, iar prin facerea mediei se obţine o valoare mai probabilă.

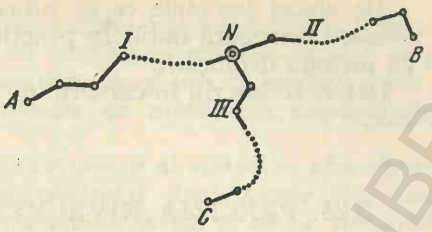


Fig. 3.68 — Punct modal

În cazul procedeului cu staţii sărite se asigură măsurarea unghiului vertical al fiecărei pante însă fără control iar pentru calculul just al diferenţei de nivel (a semnalului ei), unghiul vertical măsurat înapoi schimbă semnul. De exemplu se va lua $+\alpha$, $-\beta$, $+\gamma$, $-\delta$, $+\eta$ atunci cînd se calculează drumuirea de la A spre E. Drumuirea nivelitică cu staţii sărite trebuie pusă de acord cu o metodă planimetrică corespunzătoare.

3.242. **Drumuiri cu puncte nodale.** Îndesirea reţelei de nivelment poate duce la apariţia punctelor nodale. Considerentele sînt exact cele de la drumuirile planimetrice cu puncte nodale. Ponderea se calculează de asemenea ca la drumuirile planimetrice fiind:

$$p \approx \frac{1}{n} \approx \frac{1}{D}.$$

Aplicaţie. Fie dispozitivul de la figura 3.68. Se dau cotele obţinute pentru N pe cele trei drumuiri şi lungimile acestora.

$$H_{N_1} = 682{,}15 \text{ m}; \qquad D_1 = 1255 \text{ m};$$

$$H_{N_2} = 682{,}30 \text{ m}; \qquad D_2 = 842 \text{ m};$$

$$H_{N_3} = 682{,}48 \text{ m}; \qquad D_3 = 503 \text{ m}.$$

Media aritmetică a celor trei cote ar da 682,31 m. Pentru calculul mediei ponderate se calculează ponderile:

$$p_1 = \frac{1}{1{,}26} = 0{,}79; \; p_2 = \frac{1}{0{,}84} = 1{,}19; \; p_3 = \frac{1}{0{,}50} = 2{,}00$$

$$H_N = 682{,}00 + \frac{1}{100} \times \frac{0{,}79 \times 15 + 1{,}19 \times 30 + 2{,}00 \times 48}{0{,}79 + 1{,}19 + 2{,}00} = 682{,}36$$

3.243. **Metoda radierii.** Metoda are semnificaţia stabilită la ridicările planimetrice. Metoda radierii este metoda intensivă de ridicare nivelitică. Dintr-un punct de cotă cunoscută se pot determina oricîte puncte noi, după nevoie.

BCUAS / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

De obicei punctele ce se ridică prin radieri fiind oarecare şi multe, se măsoară o singură dată. În practică metoda radierii se combină de obicei cu metoda drumuirii.

Datele se înscriu în carnetul de teren pentru drumuiri şi radieri planimetrice.

3.25. PRECIZIA NIVELMENTULUI TRIGONOMETRIC

Plecîndu-se de la expresia diferenţei de nivel (3.14) $\Delta H = D \cdot \operatorname{tg} \varphi$ şi aplicînd legile propagării erorilor întîmplătoare (1.75) se obţin relaţiile (3.79).

$$e_{\Delta H} = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta_{\Delta H}}{\delta D} \cdot e_D\right)^2 + \left(\frac{\delta_{\Delta H}}{\delta \varphi} \cdot e\varphi\right)^2} = \pm \sqrt{(e_D \cdot \operatorname{tg}\varphi)^2 + \left(\frac{D}{\cos^2 \varphi} \cdot \frac{e\varphi}{\rho^{cc}}\right)^2} \qquad (3.79)$$

unde:

$e_{\Delta H}$ este eroarea diferenţei de nivel;
e_D — eroarea de măsurare a distanţei D;
$e\varphi$ — eroarea de măsurare a unghiului φ;
ρ^{cc} — 636620^{cc}.

Să considerăm două cazuri şi anume: $\varphi \to 0^g$ şi $\varphi \to 50^g$

Cazul $\varphi \to 0$

$$e_D \cdot \operatorname{tg}\varphi \to 0 \text{ şi } \frac{D}{\cos^2 \varphi} \cdot \frac{e\varphi}{\rho^{cc}} \to \frac{D \cdot e\varphi}{\rho^{cc}} \qquad (3.84)$$

deci:

$$e_{\Delta H} = \frac{D \cdot e\varphi}{\rho^{cc}} = k \cdot D \cdot e\varphi \qquad (3.85)$$

adică, unghiul vertical este mic, efectul erorii de măsurare a distanţei este nul. Eroarea diferenţei de nivel depinde direct de lungimea vizei D şi de eroarea $e\varphi$ de măsurare a unghiului vertical φ.

Cazul $\varphi \to 50^g$

$$e_{\Delta H} = \pm \sqrt{e_D^2 + \left(\frac{2 \cdot D \cdot e\varphi}{\rho}\right)^2} \qquad (3.86)$$

Se observă că eroarea de distanţă intervine în mărime naturală sub radical iar efectul erorii unghiulare se dublează (tot sub radical).

Aşadar, efectul erorii de distanţă este neglijabil în cazul unghiurilor verticale mici şi creşte o dată cu φ.

Întotdeauna eroarea creşte direct proporţional cu lungimea vizei şi cu eroarea de măsurare a unghiului vertical φ, de unde necesitatea pe de o parte de a se limita lungimea vizelor iar pe de alta de a se măsura cu mare precizie unghiul vertical, dacă se urmăresc rezultate de valoare.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă se au în vedere relaţiile nivelmentului trigonometric la distanţe mari (relaţiile 3.67 şi 3.68) se observă că intervin şi mărimile I şi S ce se măsoară. Acestea nu sînt variabile nici cu distanţa şi nici cu unghiul vertical şi în general, comparativ, erorile provocate de măsurarea acestora sînt mici.

În ce priveşte efectul curburii pămîntului şi al refracţiei atmosferice c, acesta este puţin important şi bine controlat dacă vizele sînt înalte (mai mult decît 3—4 m deasupra terenului în şes şi să se desprindă repede de sol în terenuri accidentate) şi nu prea lungi şi din ce în ce mai important şi mai greu controlabil, adică dă erori importante, pe măsură ce lungimea vizelor creşte şi devine absolut necontrolabil în cazul vizelor joase şi lungi.

În general, în cazul vizelor înalte, nivelmentul trigonometric este destul de precis pînă la 4—5 km, iar în cazul vizelor joase pînă la 1 km.

Informativ, dacă se consideră cazul unei vize puţin înclinate cînd se pot aplica relaţiile (3.85) dacă $e\varphi = 1^c$ şi $D = 1000$ m, rezultă $e_{\Delta H} \simeq 16$ cm. În general se consideră că precizia nivelmentului trigonometric la 1 000 m este de 20 cm. Aşadar, comparativ cu nivelmentul geometric, cel trigonometric, deşi foarte bun, este mult mai puţin precis.

Dacă se urmăresc rezultate de valoare se vor utiliza, în condiţiile arătate ca avantajoase, teodolite de precizie cu măsurarea unghiurilor verticale cu luneta în ambele poziţii şi citiri la trei fire.

3.26. NIVELMENT CU NIVELELE DE PANTĂ

Nivelele de pantă sînt instrumente de nivelment prezentate cînd în rîndul instrumentelor de nivelment geometric (efectiv sînt instrumente de nivelment geometric dar cu viza înclinabilă), cînd în rîndul celor de nivelment trigonometric (dau tangenta unghiului de înclinare a vizei).

Nivelele de pantă sînt instrumente simple, cu sau fără lunetă (clizimetre) folosite la măsurarea sau aplicarea de-a dreptul a pantelor. De aici întrebuinţările lor în lucrările rutiere.

În figura 3.69 se dă schema unei nivele de pantă cu lunetă. Furca A este fixă iar furca B este înălţabilă din şurubul *2*. Pe cadrul *2* B se citeşte de-a dreptul panta. Luneta poate fi aşezată şi peste cap, adică cu ocularul în B cînd viza este înclinată invers. Şurubul *3* este şurubul basculant de fină calare.

Înstrumentul se verifică şi rectifică ca un instrument de nivelment geometric cu lunetă independentă cînd pentru poziţia orizontală trebuie să se citească panta 0.

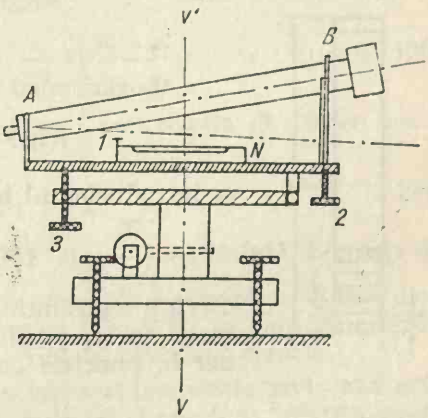


Fig. 3.69 — Schema nivelei de pantă

Pentru calculul diferenței de nivel nu mai este necesar să se folosească tabelele de valori deoarece se citește direct panta astfel că:

$$dh = p \cdot d \tag{3.87}$$

3.261. **Declivimetrul.** Declivimetrul este tot un fel de nivel de pantă mai simplu pendulant, care se ține în mînă și dă înclinarea vizei în pante (vezi § 4.312). Instrumentul este deosebit de valoros în lucrările de teren la stabilirea expeditivă a unor trasee de pantă dată.

3.3. NIVELMENTUL BAROMETRIC

3.30. RELAȚII DE BAZĂ

Nivelmentul barometric se întemeiază pe descreșterea presiunii atmosferice cu creșterea altitudinii.

Dacă o coloană de aer este considerată ca fiind formată de n straturi de aer subțiri de grosime egală a, înălțimea coloanei va fi (fig. 3.70).

$$H_n = n \cdot a. \tag{3.88}$$

Deoarece cota crește în progresie aritmetică cu numărul de ordine a, $2a$, $3a \ldots n\,a$ și deoarece presiunea în cuprinsul cîte unui strat poate fi socotită aceeași, între presiunile p_1, $p_2 \ldots p_n$ din straturile respective se poate scrie relația:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{p_1}{p_2} = \ldots \frac{p_{n-1}}{p_n} = r \tag{3.89}$$

și

$$p_1 = \frac{p}{r};\ p_2 = \frac{p_1}{r} = \frac{p}{r^2};\ p_n = \frac{p_{n-1}}{r} = \frac{p}{r^n} \tag{3.90}$$

sau

$$r^n = \frac{p}{p_u} \tag{3.91}$$

Fig. 3.70 — Principiul nivelmentului barometric

Logaritmînd relația (3.91) pentru a-l scoate pe n

$$n \lg r = \lg \frac{p}{p_n} \text{ sau } n = \frac{1}{\lg r} \cdot \lg \frac{p}{p_n} \tag{3.92}$$

și introducîndu-l în relația (3.88) se obține:

$$H_n = \frac{a}{\lg r} \cdot \lg \frac{p}{p_n} = K \cdot \lg \frac{p}{p_n} \tag{3.93}$$

Dacă p reprezintă presiunea atmosferică la nivelul mării iar p_1 și p_2 presiunile măsurate în aceeași coloană de aer în punctele oarecare p_1 și p_2 rezultă:

$$H_1 = K \cdot \lg \frac{p}{p_1} \text{ și } H_2 = K \cdot \lg \frac{p}{p_2} \tag{3.94}$$

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Diferența de nivel ΔH dintre cele două puncte va fi:

$$\Delta H = K \cdot \lg \frac{p_1}{p_2} \tag{3.95}$$

Dacă se ia în considerare și temperatura, relația devine:

$$\Delta H = K \cdot \lg \frac{p_1}{p_2}(1 + \alpha t) \tag{3.96}$$

unde $\alpha = \frac{1}{273}$ este coeficientul de dilatare a aerului iar $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ unde t_1 și t_2 sînt temperaturile măsurate în cele două puncte *1* și *2*. Relația (3.96) este relația de bază în nivelmentul barometric și este cunoscută ca relația lui L a p l a c e. Valoarea constantei K determinată în condiții diferite dă valori diferite, dar apropiate.

La noi s-a preluat $K = 18464$.

Relația (3.96) nu este convenabilă pentru calcul, din cauza logaritmului și nici în acord ca operativitate cu caracterul expeditiv al nivelmentului barometric. De aceea s-a căutat să se transforme relația.

Notînd $\frac{p_1}{p_2} = x$ și exprimînd logartimul zecimal funcție de logaritmul natural se obține:

$$\lg x = \lg e \cdot \ln x = 0{,}4343 \cdot \ln x \tag{3.97}$$

$$\ln x = 2\left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5 + \dots\right] \tag{3.98}$$

și considerînd $x \to 1$, ceea ce înseamnă că $p_1 \to p_2$ adică diferența de nivel dintre punctele în cauză este mică, termenii seriei la putere pot fi neglijați, ca fiind foarte mici.

$$\ln x = 2\frac{x-1}{x+1} = 2\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \tag{3.99}$$

Înlocuind (3.99) în (3.97 și 3.96) se obține:

$$\Delta H = 16030\left(1 + \frac{1}{273}t\right)\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \tag{3.100}$$

Dacă se ia diferența de presiune $p_1 - p_2 = 1$ mm relația (3.100) se poate scrie:

$$\Delta H = h \cdot (p_1 - p_2) \tag{3.101}$$

unde cantitatea $h = 160\,30\,(1 + 0{,}00367 \cdot t)\frac{1}{p_1 + p_2}$ reprezintă diferența de nivel corespunzătoare unei variații de presiune de 1 mm și se obține ușor din tabele sau cu ajutorul unor nomograme (fig. 3.71) în care se intră cu presiunea medie și temperatura medie citită în cele două puncte.

Aplicație. Dacă în două puncte s-au măsurat temperaturile și presiunile obținîndu-se $p_1 = 706{,}5$ mm; $t_1 = 22°$ și $p_2 = 699{,}1$ mm $t_2 = 20°$; presiunea

medie va fi $p = 702{,}8$; temperatura medie 21° iar diferența de presiune $p_1 - p_2 = 7{,}4$ mm.

Pe nomogramă se intră cu temperatura medie $t = 21°$ pe verticală și cu presiune medie $p = 702{,}8$ pe orizontală. La intersecția rectangulară a liniilor se interpolează valoarea h între liniile înclinate și se apreciază $h = 12{,}27$ m. Cu relația (3.101) se obține:

$$H = 12{,}27 \times 7{,}4 = 90{,}80 \text{ m}$$

Notă. Din cauza exprimării făcute la relația intermediară (3.99) nu se recomandă să se lucreze cu relația simplificată (3.101) decît pînă la diferențe de nivel de cîteva zeci de metri eventual chiar sute de metri corespunzător cu precizia ce se urmărește.

3.31. INSTRUMENTE DE NIVELMENT BAROMETRIC

Mărimile funcție de care se obține diferența de nivel fiind presiunile și temperaturile, instrumentele trebuie să dea presiunile și temperaturile. Acestea sînt barometrele și respectiv termometrele. În general și unele și altele sînt cunoscute din liceu. În privința termometrelor vom face doar remarca că ele trebuie să dea temperatura cu o precizie de 0°, 1.

Barometrele pot fi de mai multe categorii: cu mercur și aneroide.

Barometrele cu mercur sînt construite de asemenea într-o gamă variată, înregistrîndu-se mereu îmbunătățiri pentru a se realiza tipuri cît mai portabile.

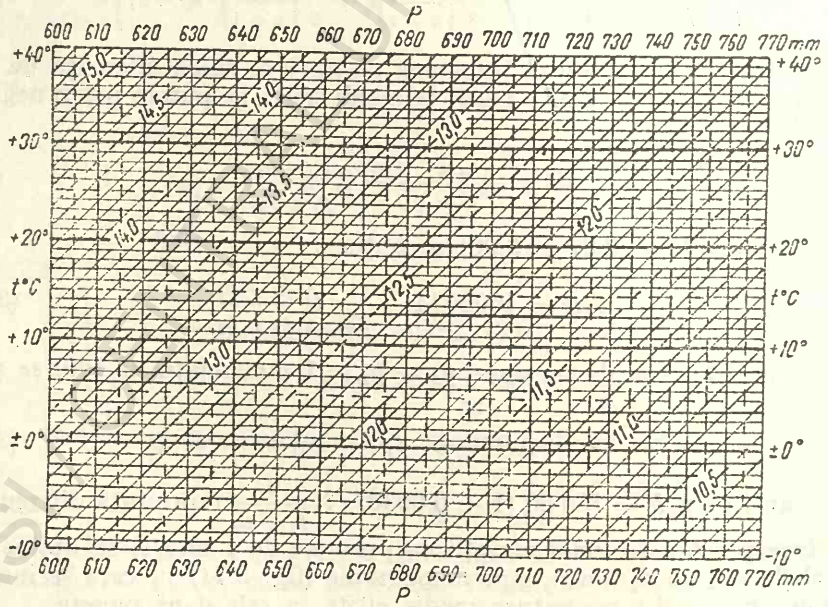


Fig. 3.71 — Nomograme pentru calculul diferențelor de nivel corespunzătoare variațiilor de presiune de 1 mm

Un barometru cu mercur trebuie să asigure o precizie de citire a presiunilor de 0,1 mm coloană de mercur. Pentru ca această valoare să reprezinte şi precizia de măsurare a presiunilor este necesar să se aducă corecţii: de temperatură, de gravitaţie (de altitudine şi latitudine), de presiune capilară şi de etalonare şi eventual alte corecţii specifice cum ar fi corecţia de cuvetă la barometrul cu cuvetă etc.

În general aceste corecţii sînt mici şi calculul este în discordanţă cu operativitatea metodei.

Barometrele aneroide sînt mai portabile dar şi mai puţin precise. În plus valorile citite la aneroide trebuie corectate pentru a se obţine presiunile atmosferice p.

$$p = A + a + b \cdot t + c(760\text{-}A) \qquad (3.102)$$

unde

A este citirea la aneroid, a, b şi c sînt constante ale aparatului iar t — temperatura. Sînt şi barometre compensate pe temperatură cînd $b \cdot t \simeq 0$.

Barometrele altimetre sau simplu *altimetrele* sînt aneroide compensate pe temperatură cu o scală de-a dreptul a altitudinilor. Există altimetre construite şi gradate pentru a da cota de la 0 la 100 m, altele de la la 500 sau de la 0 la 2 000 m, eventual pentru altitudini variind între 1 000 şi 2 000m. Altimetrele sînt firesţe mai puţin precise decît barometrele propriu-zise dar cu atît mai precise cu cît ecartul de cotă pentru care sînt construite este mai mic.

3.32. METODE DE NIVELMENT BAROMETRIC

Se disting metode cu un singur barometru şi metode cu două barometre.

3.320. **Nivelmentul cu un singur barometru.** Se desprind variantele: măsurarea numai a presiunilor şi măsurarea inclusiv a temperaturilor. În ambele variante se pleacă de la un punct în care se înregistrează citirea (citirile), se parcurge terenul prin punctele ale căror cotă trebuie determinată şi se revine la punctul de plecare unde se fac citiri din nou. Dacă se găsesc alte valori decît cele de la plecare, se face reducerea ultimelor citiri la primele, corijîndu-se proporţional şi citirile de pe teren.

3.321. **Nivelmentul cu două garnituri.** O garnitură este formată dintr-un barometru, un termometru, un ceasornic şi un carnet de teren. Se disting variantele:

— cu o garnitură fixă şi una purtată;

— cu ambele garnituri purtate.

Varianta cu o garnitură fixă şi una purtată este cea mai folosită. O garnitură va staţiona tot timpul observaţiilor într-un punct (aproximativ în centrul regiunii). Din timp în timp, de exemplu din 10 în 10 minute un observator va înregistra citirile făcute. A doua garnitură, după ce s-a pus de acord cu prima, este purtată în punctele ale căror cotă trebuie determinată.

În carnet se notează presiunea, temperatura şi ora citirii. La sfîrşit instrumentele se vor confrunta din nou. Pentru determinarea diferenţelor de nivel se iau citirile de la aceeaşi oră în punctul de plecare şi în cel observat.

3.33. PRECIZIA NIVELMENTULUI BAROMETRIC ŞI CONSIDERAŢII ASUPRA LUI

Avînd în vedere schema de bază (fig. 3.70) şi relaţiile respective rezultă că nivelmentul barometric lucrează în condiţii normale atunci cînd punctele se găsesc în aceeaşi coloană de aer iar citirile se fac simultan. Evident mai este necesar ca timpul să fie frumos. De aici, concluzia că nivelmentul barometric este indicat în terenurile foarte accidentate.

Precizia propriu-zisă este condiţionată în primul rînd de precizia măsurării presiunii, precizie ce s-a arătat că poate fi în cel mai bun caz 0,1 mm coloană de mercur. Întrucît unei diferenţe de presiune de 1 mm coloană de mercur la 15° îi corespunde o diferenţă de înălţime de circa 11 m la nivelul mării, 12 m la altitudine de 500 m, 13 m la altitudinea de 1 000 m şi întrucît pentru determinarea diferenţei de nivel dintre două puncte sînt necesare măsurători în ambele puncte şi întrucît intervin şi alte erori înseamnă că nivelmentul barometric este un nivelment expeditiv.

Plecînd de la relaţia nivelmentului barometric (3.96) eroarea de determinare a diferenţei de nivel se obţine după legea de propagare a erorilor accidentale (1.75):

$$e = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta \Delta H}{\delta p_1} \cdot e_{p_1}\right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta H}{\delta p_2} \cdot e_{p_2}\right)^2 + \left(\frac{\delta \Delta H}{\delta t} \cdot et\right)^2} \qquad (3.103)$$

Avînd în vedere că $e_{p1} \approx e_{p2} \approx 0{,}1$ mm, căreia îi corespunde o diferenţă de nivel de 1,1—1,4 m, rezultă că precizia nivelmentului barometric în cel mai bun caz poate fi de $\pm 1{,}6$ m la $\Delta H = 50$ m; $\pm 1{,}7$ m la $\Delta H = 100$ m; $\pm 1{,}8$ m la $\Delta H = 200$ m şi ± 4 m la $\Delta H = 1\,000$ m.

Dar din cauză că punctele nu se găsesc în aceeaşi coloană şi nici citirile nu se fac simultan, precum şi din cauză că măsurătorile presiunii se fac cu erori mai mari, precizia nivelmentului barometric curent va fi mai slabă decît cea indicată ca performanţă cu 2—5 ori.

3.4. REPREZENTAREA RELIEFULUI

3.40. GENERALITĂŢI

Se ştie că o figură se reprezintă bine atunci cînd se utilizează o suprafaţă de referinţă asemănătoare. Astfel, pămîntul în ansamblul lui se reprezintă bine pe o sferă (globul pămîntesc şcolar) iar pe porţiuni limitate se pot întocmi machete. Asemenea reprezentări sînt foarte expresive dar sînt greu de obţinut şi transportat şi au utilizări limitate. De aceea este necesar ca şi relieful, întocmai ca planimetria, să se reprezinte convenţional pe supra-

feţe plane şi anume chiar pe suprafeţele pe care se face reprezentarea planimetriei.

Se cunosc multe metode prin care se poate face reprezentarea reliefului pe suprafeţe plane: prin curbe de nivel, haşuri, tente etc. Metoda cea mai obişnuită şi cea mai inginerească este redarea prin curbe de nivel.

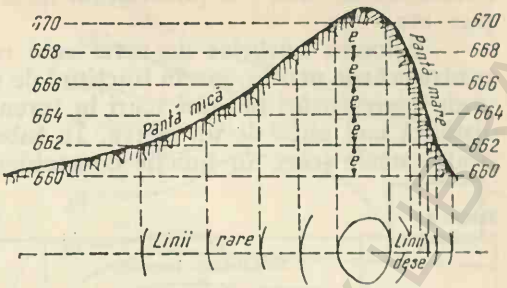


Fig. 3.72 — Secţiuni de nivel

3.41. REPREZENTAREA RELIEFULUI PRIN CURBE DE NIVEL

Curbele de nivel reprezintă proiecţiile orizontale ale liniilor de secţiune ale suprafeţei topografice cu suprafeţe de nivel echidistante (fig. 3.72 şi 3.73). În figura 3.74 se dau curbele de nivel imaginate în perspectivă. Valoarea curbelor de nivel este aceea a înălţimii suprafeţei de secţiune şi se înscrie pe curba respectivă. Echidistanţa (pe înălţime) pe cuprinsul unei reprezentări este necesară pentru ca reprezentarea reliefului să fie unitară ca precizie şi totodată înţelegerea formelor de teren să fie uşurată.

Pe plan, adică în reprezentare, distanţa dintre curbele de nivel variază cu accidentaţia terenului în locul respectiv; unde distanţa dintre ele este mai mare şi deci planul apare mai deschis, mai aerat, acolo panta este mai mică iar acolo unde sînt dese panta este mai mare.

După conformaţia, desimea şi desfăşurarea curbelor de nivel se recunosc şi formele de teren. Astfel, în figura 3.73 punctul *V* reprezintă vîrful

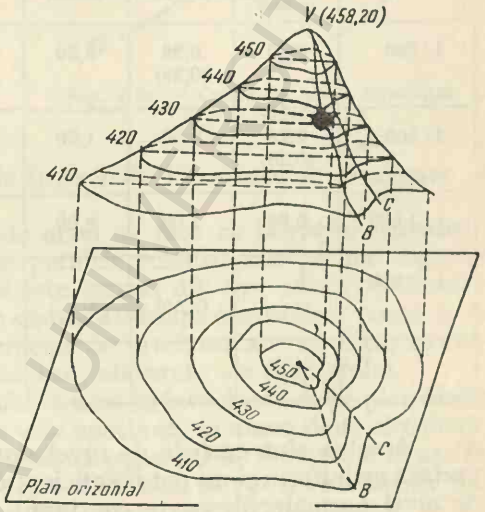


Fig. 3.73 — Curbe de nivel

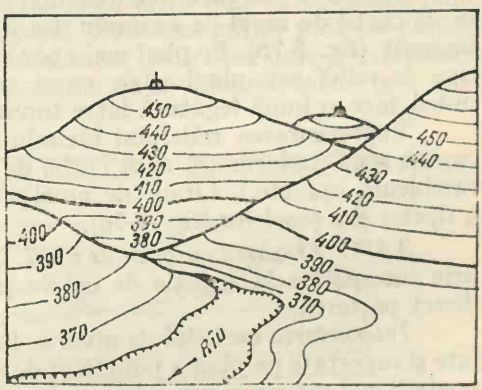


Fig. 3.74 — Curbe de nivel imaginate în perspectivă

mamelonului, linia VB piciorul, iar linia VC o vale cu tendință de pronunțare etc.

Valoarea curbelor de nivel este rotundă, adică metri fără fracțiuni pentru scările uzuale, sau în fracțiuni de metri, dar și acelea rotunde, pentru unele reprezentări la scări mari în teren de șes dacă este necesară o echidistanță mai mică de un metru. În tabelul 3.9 se dau cîteva echidistanțe, pentru unele scări, în funcție de accidentația terenului.

Tabelul 3.9 **ECHIDISTANȚA CURBELOR DE NIVEL**

Scara	Echidistanța normală m			Scara	Echidistanța normală m		
	Teren șes sau ușor ondulat	Teren mijlociu	Teren muntos		Teren șes sau ușor ondulat	Teren mijlociu	Teren muntos
1 : 200	0,10	0,20 (0,25)	0,50	1 : 5 000	2 (2,50)	5	10
1 : 500	0,20 (0,25)	0,50	1,00	1 : 10 000	5	10	20
1 : 1 000	0,50	1,00	2,00	1 : 25 000	5	10	20
1 : 2 000	1	2 (2,50)	4 (5)	1 : 50 000	10	20	20
				1 : 100 000	20	20	40

Acestea sînt curbele de nivel normale. Acolo unde formele de teren variază neuniform și nu pot fi suficient de bine surprinse numai prin curbele de nivel normale (desenate continuu) pot fi folosite și curbele de nivel secundare (desenate prin linii întrerupte) (fig. 3.75).

Pentru a se face redarea mai expresivă și planul mai ușor citeț, unele curbe de nivel de exemplu din 5 în 5 sau din 10 în 10 se desenează îngroșat (fig. 3.75). Pe plan mai apar scrise și cotele unor puncte caracteristice de relief sau planimetrie ca și cotele rețelei de ridicare pentru a se putea face o bună legătură între teren și plan.

Reprezentarea reliefului făcîndu-se peste reprezentarea planimetrică, capătă sens conformația unor curbe de nivel (în zonele construite, debleuri, rambleuri, ape etc.). Liniile de nivel se întrerup la marginea construcțiilor, a rîpelor și a șoselelor (fig. 3.76).

3.411. *Trasarea curbelor de nivel.* Curbele de nivel pot fi trasate pe plan prin interpolare în funcție de cotele punctelor caracteristice și prin filare direct pe teren.

Interpolarea curbelor de nivel se face la birou în funcție de cotele calculate și raportate pe plan a punctelor de schimbare de pantă, al căror număr poate fi mai mare sau mai mic, corespunzător cu scara de redactare și precizia ce se urmărește. Interpolarea propriu-zisă a punctelor de pasaj a curbelor de

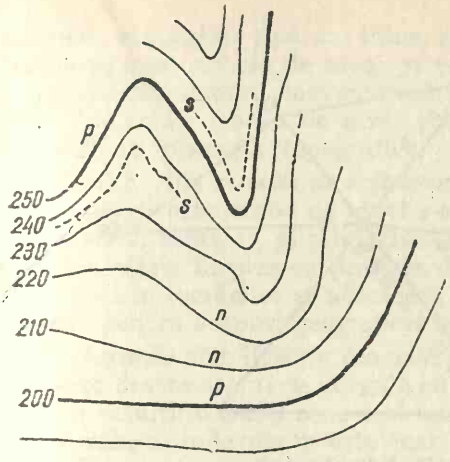


Fig. 3.75 — Curbe de nivel: *n* — normale; *p* — principale; *s* — secundare

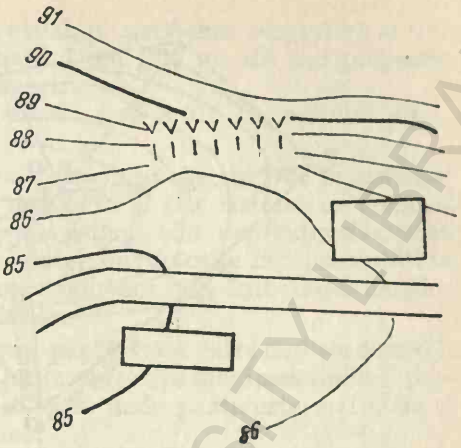


Fig. 3.76 — Curbe de nivel întrerupte pe plan

nivel se face între cîte două puncte învecinate între care se presupune că panta este practic continuă.

Practic interpolarea curbelor de nivel se face *cu izograful (izometru)* care este un grafic format din linii paralele echidistante pe un material transparent (calc, celofan), eventual este format din fire subțiri (de obicei din materiale sintetice) fixate pe un cadru. Distanța dintre linii poate fi de 2—3—4 sau 5 mm. Echidistanța curbelor de nivel, oricare ar fi ea, se consideră egală cu distanța dintre două linii alăturate ale izografului.

Lucrul cu izograful decurge astfel: punctele învecinate de pe plan dintre care, potrivit ipotezei inițiale, panta este continuă, se unesc două cîte două; se aplică izograful peste unul din cele două puncte și se potrivește în așa fel încît cota punctului să se încadreze între două linii ce vor fi echivalente tocmai cu curbele de nivel superioare și inferioare (fig. 3.77).

Izograful se fixează cu un ac chiar în punctul de plecare (interpolat), apoi se numără atîtea linii cîte curbe de nivel intră pînă la al doilea punct și se notează. Se rotește graficul în jurul punctului inițial pînă ce punctul al doilea va fi văzut cu ceva peste linia notată. Între acea linie și următoarea se va interpola și poziția punctului acestuia după valoarea cotei; prin rotiri

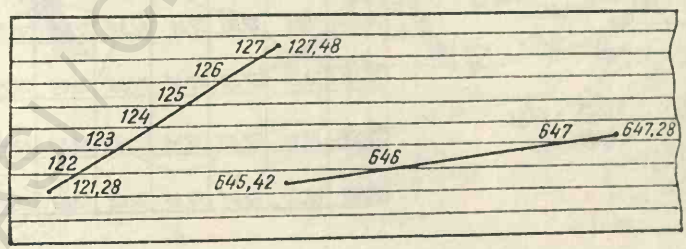


Fig. 3.77 — Interpolarea curbelor de nivel cu izograful

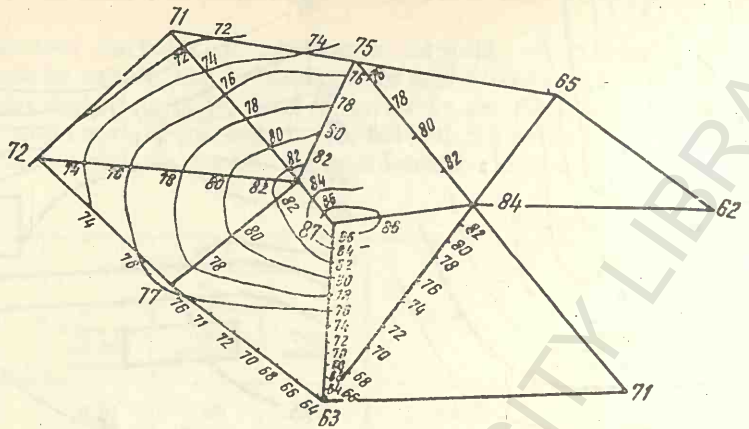


Fig. 3.78 — Trasarea curbelor de nivel

adecvate ale izografului în jurul primului punct. În această poziţie se înţeapă toate intersecţiile izografului cu linia ce uneşte cele două puncte, apoi se înscriu valorile de pasaj ale liniilor de nivel.

Curbele de nivel se obţin prin unirea punctelor de aceeaşi cotă prin linii curbe, continui (fig. 3.78 pe care se arată şi modul cum s-a făcut interpolarea şi figura 3.79).

Curbele de nivel se trasează în tuş de culoare sepia. Liniile ajutătoare interpolării rămîn în creion iar după terminarea trasării în tuş a planimetriei cît şi a nivelmentului se şterg. Liniile de nivel se întrerup la marginea construcţiilor, la marginea rîpelor precum şi la marginea apelor cu excepţia cazului cînd s-au măsurat şi adîncimile. Se va observa ca în zonele unde accidentaţia terenului este destul de mare şi curbele de nivel sînt dese, să nu facă atingere, fără a li se modifica însă poziţia planimetrică. Nu este admisibil ca liniile de nivel să se intersecteze sau atingă. Dacă panta este prea mare şi pe o porţiune de teren se înghesuie prea multe linii, se vor întrerupe şi se

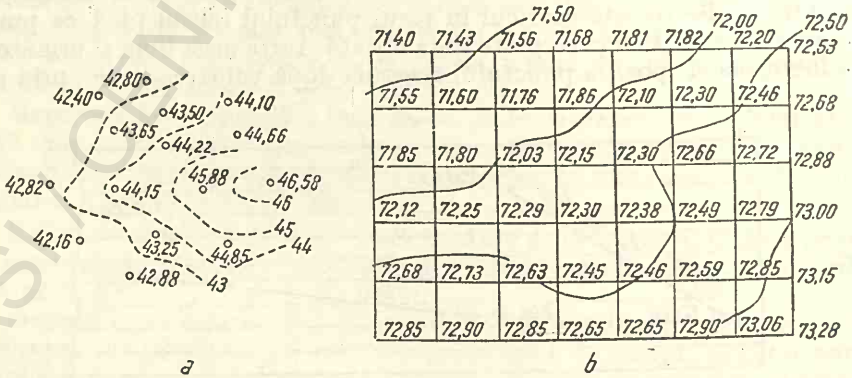


Fig. 3.79 — Trasarea curbelor de nivel:
a — funcţie de puncte de schimbare de pantă; *b* — funcţie de puncte ridicate prin cadrilaj

BCU IAŞI CENTRU UNIVERSITY LIBRARY

va aplica semnul de rîpă sau taluz, eventual, pe porţiunea respectivă se vor desena numai curbele de nivel principale. Dacă este un zid sau prăpastie se va desena semnul convenţional respectiv.

Trasarea curbelor de nivel prin filare se va arăta la capitolul 4.2— Ridicări cu planşeta topografică.

3.412. *Alte sisteme de reprezentare a reliefului.* Plecînd de la sistemul reprezentării prin curbe de nivel s-au dezvoltat şi alte sisteme ca acela al haşurilor, al tentelor, al punctelor. Aceste sisteme sînt mai expresive, însă nu aduc nimic în plus ca precizie. De obicei sînt folosite în reprezentări la scări mici în lucrări ce se adresează nespecialiştilor; la întocmirea hărţilor şcolare, pentru scopuri geografice, turistice.

Haşurile sînt linii de cea mai mare pantă trase între curbele de nivel. Distanţa dintre haşuri se ia egală cu a patra parte din lungimea liniilor (haşurilor) rezultînd astfel zone mai închise acolo unde panta este mai mare şi mai deschise unde panta este mai mică.

Tentele servesc la redarea adîncimii apelor (în tente albastre din ce în ce mai închise pe măsură ce apa este mai adîncă) şi la redarea accidentaţiei munţilor (în tente de culoare sepia din ce în ce mai închisă pe măsură ce cota creşte). Zona gheţarilor permanenţi rămîne albă.

Punctele se aplică de asemenea între liniile de nivel trasate în număr egal între două linii de nivel rezultînd un plan mai închis acolo unde este mai accidentat.

3.42. FORME DE RELIEF ŞI REPREZENTAREA LOR

Formele de relief pot fi grupate în forme de înălţimi şi forme de depresiuni. Formele de înălţimi sînt: săgeata, piscul, mamelonul, coama, movila, platoul, piciorul etc., iar formele de depresiuni sînt: căldarea, bazinul, talvegul, valea, firul, şaua etc. Pe plan, configuraţia terenului se cunoaşte după forma, alura şi valorile curbelor de nivel (fig. 3.80—3.86). Astfel, un grup de curbe închise (concentric) cu valorile crescînd spre centru

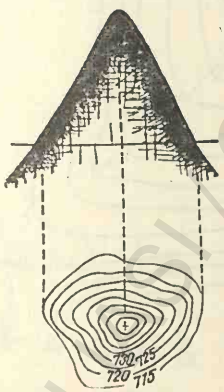
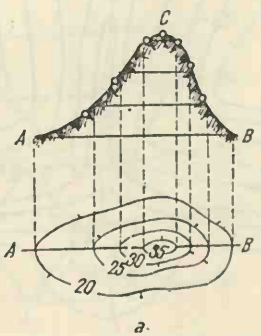


Fig. 3.80 — Pisc



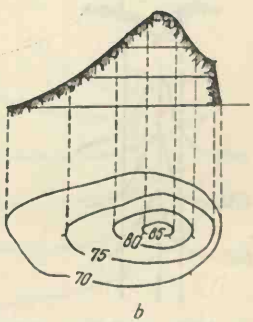


Fig. 3.81 — Mamelon

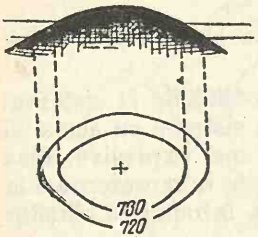


Fig. 3.82 — Movilă

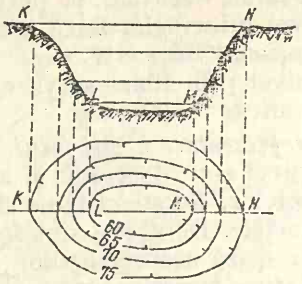


Fig. 3.83 — Căldare

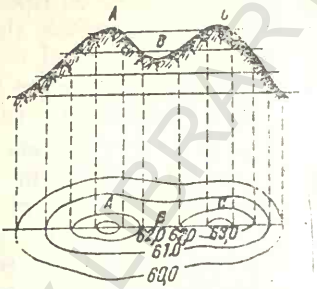


Fig. 3.84 — Șa (*B*) cu mamelon (*A* și *C*)

arată o ridicătură. Dacă valorile curbelor de nivel descresc spre centru, acolo există o depresiune. O depresiune deschisă într-o parte reprezintă un bazin iar dacă este deschisă în două părți — o vale. O depresiune între două mameloane este o șa. O înălțime continuă cu doi versanți este o coamă. Linia de unire în pantă a două coaste formează piciorul.

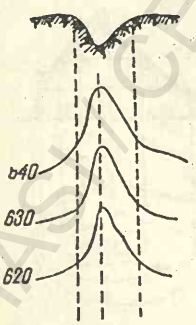


Fig. 3.85 — Vale cu fir îngust

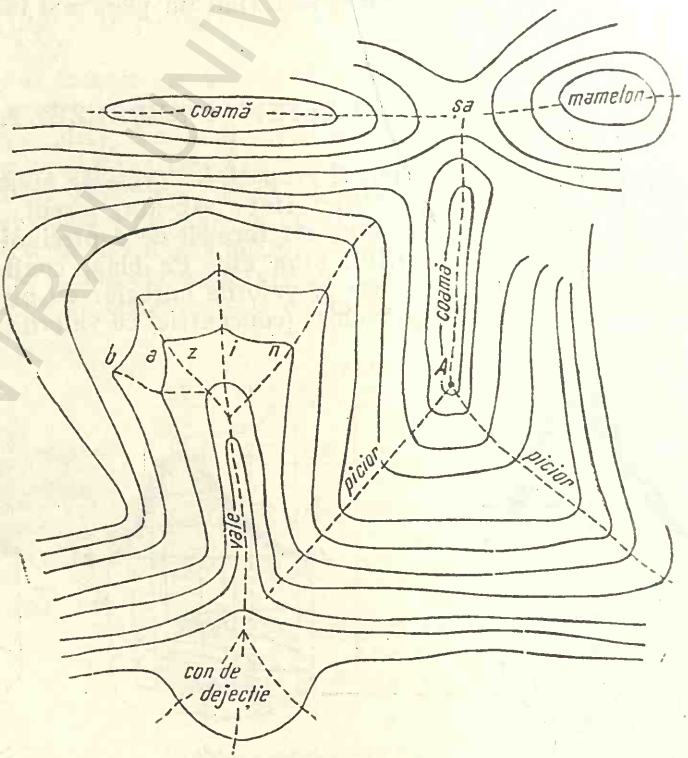


Fig. 3.86 — Forme de teren reunite redate prin curbe de nivel

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

3.43. PANTE

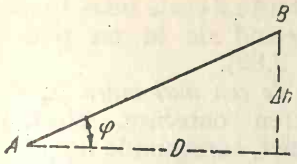


Fig. 3.87 — Panta

Înclinarea terenului este denumită în general pantă deşi într-un limbaj strict de specialitate panta este o înclinare negativă iar înclinarea pozitivă se numeşte rampă.

Panta, în general, ca tangentă a unghiului de pantă φ se poate exprima în mai multe moduri (fig. 3.87).

$$p = \operatorname{tg}\varphi = \frac{\Delta h}{D} = \frac{\frac{\Delta h}{D}}{1} = \frac{\frac{\Delta h}{D}\cdot 100}{100} = \frac{\frac{\Delta h}{D}\cdot 1\,000}{1\,000} \qquad (3.105)$$

Uneori se măsoară unghiul φ alteori diferenţa de nivel Δh şi distanţa D.

Dacă $\varphi = 2^g15^c$ rezultă $p = \operatorname{tg}\varphi = 0{,}033785$. Dacă în continuare se ia o distanţă $D = 117{,}58$ m va rezulta o diferenţă de nivel $\Delta h = D \cdot \operatorname{tg}\varphi = 3{,}97$ m. Dacă se cere diferenţa de nivel ce va corespunde, în cazul acesta la distanţa de $D_1 = 100$ şi apoi 1 000 m, se obţine $p = 3{,}38\%$ respectiv $p = 33{,}78‰$ adică înălţarea la 100 m depărtare este de 3,38 m, respectiv de 33,78 m la 1 000 m depărtare.

Panta dintre două puncte oarecare de pe hartă se obţine făcînd interpolarea cotelor punctelor, apoi diferenţa de nivel dintre ele şi raportul diferenţei la distanţă redusă. În cazul figurii 3.88 cota punctului A este apreciată la $H_A = 181{,}50$, cota punctului B la $H_B = 216{,}00$, iar distanţa de pe plan fiind $d = 21$ mm, ce la scara 1 : 25 000 reprezintă $D = 525$ m rezultă: $p = \frac{H_B - H_A}{D} = \frac{34{,}5}{525{,}0} = 0{,}065714$ sau $p = 6{,}57\%$, respectiv $p = 65{,}71‰$.

Dacă se cere stabilirea pe hartă a unui traseu de aceeaşi pantă (de o anumită pantă) se calculează distanţa D apoi d ce revine pe hartă diferenţei de nivel Δh (echidistanţa) ce corespunde pantei date p, adică $D = \frac{\Delta h}{p}$, iar $d = \frac{D}{N}$ unde N este numitorul scării planului. Practic înseamnă a aplica

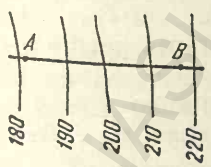


Fig. 3.88 — Panta dintre două puncte

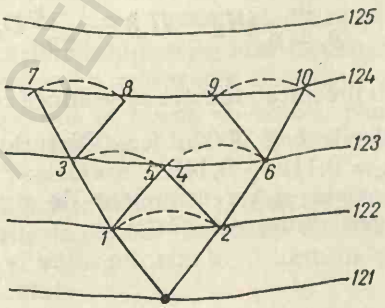


Fig. 3.89 — Traseu de aceeaşi pantă

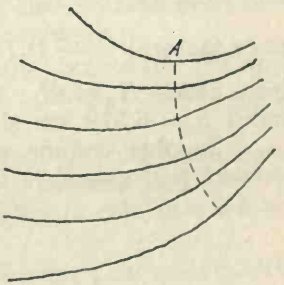


Fig. 3.90 — Traseu de cea mai mare pantă din A

BCU IAŞI / CENTRUL DE CERCETARE

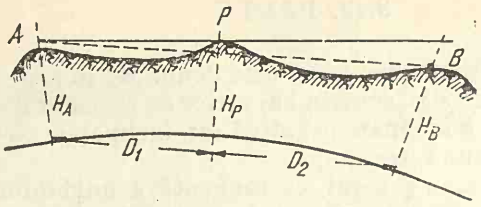


Fig. 3.91 — Calculul vizibilității între două puncte îndepărtate

pe plan distanțe d egale între liniile de nivel plecînd de la un punct dat A (fig. 3.89).

Linia de cea mai mare pantă a unui teren oarecare, plecînd dintr-un punct, corespunde unghiului de cea mai mare pantă și este perpendiculară pe plan cu curba de nivel din punctul negativ.

În figura 3.90 se arată linia de cea mai mare pantă dusă din A din aproape în aproape. O asemenea linie corespunde celui mai mare unghi de pantă deoarece aceleiași diferențe de nivel (dintre două curbe de nivel) într-un punct, îi corespunde cea mai mică distanță d respectiv D.

3.44. STABILIREA VIZIBILITĂȚILOR PE HĂRȚI ȘI PLANURI

Vizibilitățile dintre puncte pot fi stabilite pe hărțile pe care este redat relieful. Dacă punctele se găsesc pe înălțimi predominante, iar pe traseul dintre ele nu există înălțimi sau obstacole de aceleași proporții, este evident că între ele există vizibilitate.

Dacă vizibilitatea dintre două puncte nu este evidentă se va întocmi un profil al reliefului pe aliniamentul dintre ele, însă nu pentru tot traseul ci numai pentru porțiunile care se bănuiesc că ar putea împiedica vizibilitatea.

Scara lungimilor se ia la scara hărții iar scara înălțimilor se ia oarecare.

În figura 3.91 se arată un asemenea porfil ridicat între punctele A și B. În cazul acestei figuri se observă că linia dreaptă ce unește punctele A și B nu este interceptată de înălțimea din P. Dacă terenul este acoperit de pădure trebuie să se țină seama de înălțimea ei și ea să se adauge redusă la scara înălțimilor. Totodată dacă distanța dintre punctele A și B este mare și vizibilitatea este sub semnul întrebării trebuie luat în considerare efectul curburii pămîntului și al refracției atmosferice. În acest caz cota calculată a punctului P (cu relația 3.106) (fig. 3.91) trebuie să fie mai mare decît cea citită pe grafic la intercepția liniei drepte AB.

$$H_p = H_A + \frac{D_1}{D_1 + D_2}(H_B - H_A) - \frac{1-k}{2R} D_1 D_2 \qquad (3.106)$$

unde factorul $\frac{1-k}{2R} D_1 D_2$ reprezintă corecția ce se aduce cotei interpolate H_p între cotele H_A și H_B. Valorile k și R sînt cele discutate la relația (3.12) adică $R = 6\,379$ km și $k = 0{,}115 - 0{,}145$.

În plus trebuie să existe și un coeficient de siguranță pentru a se acoperi și eventualele imperfecțiuni ale hărții.

4. RIDICĂRI TAHIMETRICE

4.0. RIDICĂRI TAHIMETRICE PROPRIU-ZISE

4.00. NOȚIUNI INTRODUCTIVE

Ridicările tahimetrice sînt ridicări rapide (tahis = repede). Ridicările sînt rapide atunci cînd în același parcurs se efectuează *atît ridicarea planimetrică cît și ridicarea altimetrică* și cînd cu același instrument se măsoară atît unghiurile cît și distanțele pe cale indirectă (tahimetric). Se recomandă totuși ca distanțele mici, pînă la 10—20 m, să se măsoare direct, cu ruleta.

În accepțiune largă, asemenea ridicări pot fi efectuate cu tahimetrul (teodolit prevăzut cu dispozitive pentru măsurarea distanțelor), cu busola topografică și cu planșeta topografică. În terenurile orizontale ridicarea se poate face cu un instrument de nivelment geometric dacă este înzestrat cu limb.

În categoria ridicărilor tahimetrice pot fi cuprinse și ridicările efectuate cu instrumente moderne de măsurare a distanțelor prin unde, proprii mai mult măsurătorilor de distanțe mari, geodezice, dar adaptate și pentru distanțe mici (vezi § 5.204).

În accepțiune strictă, ridicările tahimetrice propriu-zise se efectuează cu tahimetrul în orice teren, eventual cu nivela în terenurile orizontale.

Precizia ridicărilor tahimetrice este în general, mai scăzută decît precizia ridicărilor clasice (cu măsurarea directă a distanțelor).

Pe cale tahimetrică se obțin, de obicei, planurile de situație (cu linii de nivel) la scările 1 : 1 000 și 1 : 2 000 eventual și 1 : 500 și 1 : 2 500, necesare lucrărilor de proiectare.

În sectorul forestier ridicările tahimetrice privesc : limitele patrimoniului forestier, trupurile de păduri mai mari de 200 ha, limitele unităților de producție, culmile și văile principale, drumurile publice și cele forestiere colectoare și căile ferate etc.

În ridicarea tahimetrică punctele se determină polar prin metoda drumuirilor cu radieri.

BCU CLUJ / UNIVERSITY LIBRARY

Aşadar, instrumentul specific ridicărilor tahimetrice propriu-zise este tahimetrul.

Sub raportul măsurării unghiurilor *tahimetrul* este propriu-zis un teodolit de precizie mai slabă ce trebuie să asigure o precizie de citire directă de 1^c. Pentru măsurarea distanţelor, instrumentul este echipat cu dispozitive corespunzătoare ce pot fi foarte simple (două fire paralele cu firul reticular nivelor al lunetei) sau pot fi construcţii specifice. Instrumentul se numeşte teodolit-tahimetru în primul caz şi tahimetru în cazul cînd nota dominantă este dată de măsurarea distanţelor.

Făcînd referire la măsurarea distanţelor pe cale indirectă se constată existenţa mai multor principii şi fireşte foarte multe variante de realizare. Ne vom referi numai la dispozitivele propriu-zis tahimetrice.

Măsurarea distanţelor pe cale indirectă, tahimetric, presupune ca într-un punct să fie instalat tahimetrul iar în celălalt punct să fie instalat un semnal specific, corespunzător tahimetrului. Distanţa se obţine funcţie de o bază H (miră, stadie), de mărime variabilă (fig. 4.1) sau fixă (fig. 4.2) ce poate fi ţinută în al doilea punct (vizat) sau baza se găseşte în aparat (staţie). În cazul cînd unghiul ω este fix, distanţa va fi o funcţie directă de bază.

$$D_i = K \cdot H_i \tag{4.1}$$

unde

K este o constantă ce de obicei are valoarea 100.

Dacă însă unghiul ω este variabil şi baza H constantă, atunci distanţa va fi o funcţie de ω (fig. 4.2).

$$D_i = K \cdot f(\omega_i) \tag{4.2}$$

Instrumentele cu baza în punctul vizat (fig. 4.1, *a* şi 4.2, *a*) formează grupa tahimetrelor propriu-zise iar cele cu baza în aparat (fig. 4.1, *b*) şi fig. 4.2, *b*) formează grupa telemetrelor.

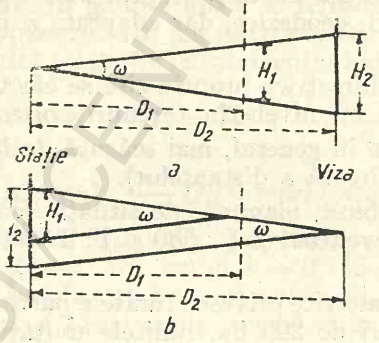


Fig. 4.1 — Principiul măsurării distanţelor pe cale indirectă cu ω constant:

a — cu baza în punctul vizat; *b* — cu baza în aparat

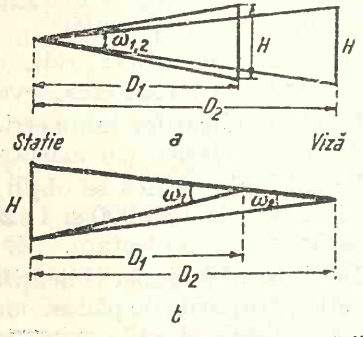


Fig. 4.2 — Principiul măsurării distanţelor pe cale indirectă cu ω variabil:

a — cu baza în punctul vizat; *b* — cu baza în aparat

BCU IASI CENTRU UNIVERSITAR

Majoritatea teodolitelor tahimetre au luneta prevăzută cu fire reticulare (stadimetrice) paralele cu firul nivelor, eventual paralele şi cu firul reticular principal, astfel încît ele se proiectează după un unghi ω constant iar baza (o miră, stadie) se ţine în punctul vizat (fig. 4.1, *a* şi relaţia 4.1). Acestea sînt tahimetrele clasice (fig. 4.3) numite şi stadimetre.

Dacă tahimetrele sînt construite în aşa fel încît dau de-a dreptul distanţa redusă la orizont se numesc reductoare sau autoreductoare. Unele dau de-a dreptul şi diferenţa de nivel iar o anumită categorie sporeşte simţitor precizia măsurării distanţelor.

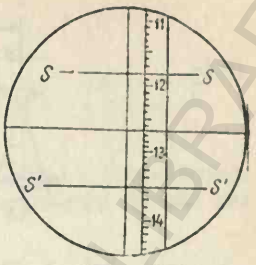


Fig. 4.3 — Firele stadimetrice şi măsurarea indirectă a distanţei lor cu lunete stadimetrice clasice

4.02. TAHIMETRE CLASICE

Tahimetrele clasice sînt de două tipuri: unul, mai vechi, cu lunetă neanalatică şi unul mai nou cu lunetă analatică sau de tip Porro.

4.021. **Luneta stadimetrică simplă.** Firele stadimetrice se proiectează în *A* şi *B* pe stadia ţinută perpendicular pe axul de viză (fig. 4.4) Dacă se notează cu *H* baza, respectiv numărul generator (încadrat de firele stadimetrice, cu *D'* distanţa de la obiectivul lunetei la stadie, cu *h* distanţa dintre firele stadimetrice şi cu *F* distanţa focală a obiectivului, în triunghiurile asemenea *ABO* şi *A'B'O'* se poate scrie:

$$\frac{D'-F}{F}=\frac{H}{h} \text{ sau } D'=F+\frac{F}{h}\cdot H \qquad (4.3)$$

Raportul constant $\frac{F}{h}=K$ se numeşte coeficient stadimetric şi are de obicei valoarea 100 eventual 200 sau 50. Distanţa *D'* va fi egală deci cu numărul generator *H* înmulţit cu 100, iar la rezultat se adaugă distanţa constantă *F*, cînd relaţia (4.3) devine (4.4)

$$D'=F+KH \text{ sau } D'=F+100\cdot H \qquad (4.4)$$

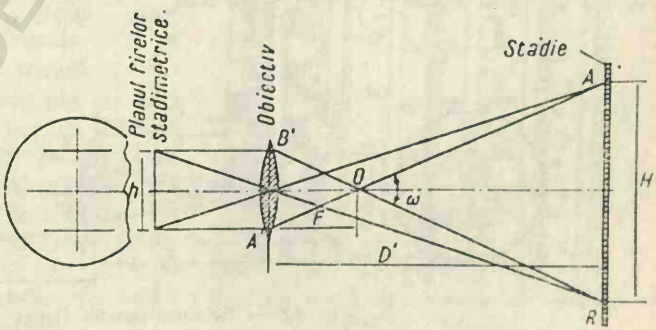


Fig. 4.4 — Schema lunetei stadimetrice

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

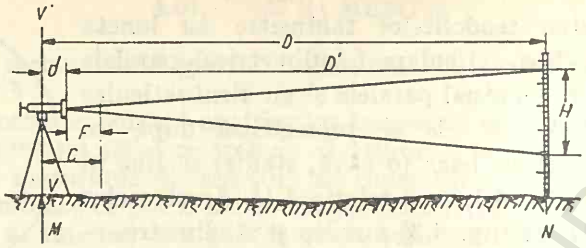


Fig. 4.5 — Obținerea distanței

Ceea ce se caută însă este distanța D, adică distanța de la stație (axul principal vv' al instrumentului ce se găsește la verticala punctului M), la stdia ținută în punctul N (fig. 4.5). Deci

$$D = d + D' = (d + F) + KH = c + KH \qquad (4.5)$$

cantitatea adiționată $c \approx 1{,}5\ F$ și poate avea valori între 20 și 50 cm.

4.022. **Luneta analatică (Porro).** În interiorul lunetei mai este introdusă o lentilă de poziție fixă, numită analizor, situată între obiectiv și ocular (fig. 4.6) în așa fel încît focarul analizorului să se găsească între obiectiv și focarul lui (al obiectivului) cînd mersul razelor este cel din figură.

Pentru a se obține distanța se scriu relațiile dintre triunghiurile asemenea $O'AB$ și $O'A'B'$.

$$\frac{D' + p'}{H} = \frac{p'}{h'} \text{ sau } D' + p' = \frac{p'}{h'} \cdot H \qquad (4.6)$$

iar din triunghiurile asemenea $A'B'O$ și $A''B''O$ rezultă:

$$\frac{h'}{h} = \frac{e - f}{f} \text{ sau } h' = \frac{e - f}{f} \cdot h \qquad (4.7)$$

Deoarece O ca focar al lentilei analizor se găsește între obiectiv și focarul lui, O va da o imagine virtuală în O'. Aplicînd relația lentilelor $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{F}$ la acest caz se scrie:

$$\frac{1}{e - f} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{F} \text{ sau } \frac{1}{p'} = \frac{F + f - e}{F(e - f)} \qquad (4.8)$$

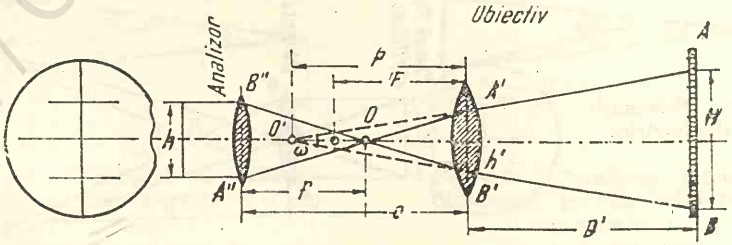


Fig. 4.6 — Schema lunetei Porro

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Introducînd pe (4.8) şi (4.7) în (4.6) rezultă:

$$D' = -\frac{F(e-f)}{F+f-e} + \frac{F \cdot f}{h(F+f-e)} \cdot H \qquad (4.9)$$

unde

D', F, h şi H reprezintă aceleaşi elemente ca şi în cazul figurii 4.4: e este distanţa constantă dintre obiectiv şi analizor iar f — distanţa focală a analizorului. Variabil este doar numărul generator H.

Distanţa dintre cele două puncte fiind D (fig. 4.5) rezultă:

$$D = d + D' = d - \frac{F(e-f)}{F+f-e} + \frac{F \cdot f}{h(F+f-e)} \cdot H = K \cdot H \qquad (4.10)$$

Diferenţa $d - \frac{F(e-f)}{F+f+e}$ poate fi neglijată, ca fiind foarte mică, printr-o alegere şi dispoziţie convenabilă a mărimilor din relaţie.

Factorul K fiind de obicei 100, relaţia (4.10) devine $D = 100.\ H$, ceea ce facilitează obţinerea distanţei.

Notă. Lunetele de construcţie modernă nu mai sînt dotate cu o lentilă analizor. Totuşi distanţa se obţine cu aceeaşi relaţie (4.10) deoarece funcţia lentilei analizor este suplinită de teleobiectiv (printr-o alegere convenabilă a elementelor lui constructive). Din categoria acestor instrumente fac parte teodolitele-tahimetre Wild T_1, Zeiss Theo — 030 şi 020 etc.

4.023. **Stadii.** Stadiile sînt de fapt mire ce se ţin de obicei vertical (fig. 4.7) eventual orizontal (fig. 4.8). Verticalitatea şi respectiv orizontalitatea se asigură de obicei cu nivele. Măsurarea distanţelor cu stadiile verticale se face cu ajutorul firelor stadimetrice orizontale şi este echivalentă cu citirea numărului generator H.

Pentru citirea mai comodă şi mai precisă a numărului generator se acţionează şurubul de înclinare a lunetei pînă cînd firul stadimetric care se proiectează pe partea dinspre pămînt a stadiei (luneta inversează imaginea) (fig. 4.9), va ajunge la o diviziune rotundă, de exemplu decimetri. Apoi se numără decimetri şi centimetri pînă la celălalt fir stadimetric şi se evaluează milimetri. În cazul fig. 4.9 numărul generator este 1462—1200 = 0,262. Dacă constanta este 100, distanţa va fi 0,262 × 100 = 26,20 m.

La stadiile orizontale se mai distinge o cătare c pentru aşezarea ei perpendicular pe direcţia vizei. Măsurarea distanţelor cu stadiile orizontale se face la fel cu deosebirea că se folosesc firele stadimetrice verticale iar centrul firelor reticulare trebuie să cadă aproximativ peste cătare.

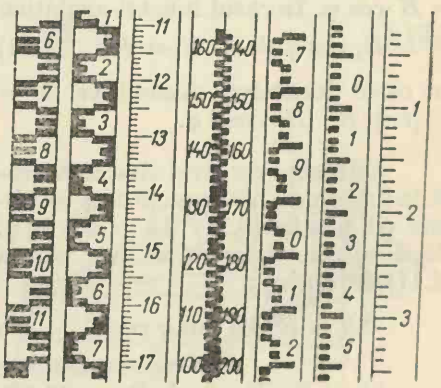


Fig. 4.7 — Diferite sisteme de gradaţii ale stadiilor verticale

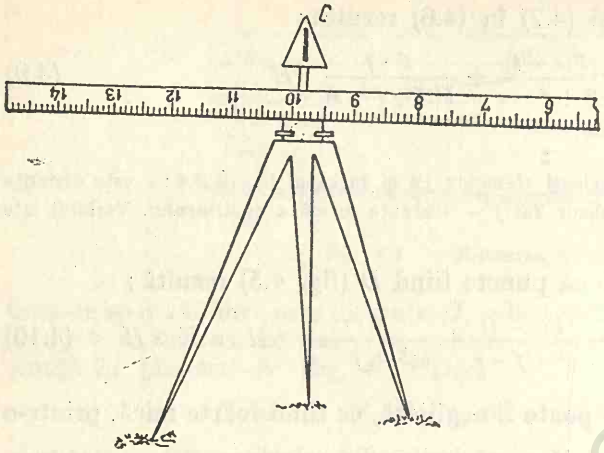


Fig. 4.8 — Stadie orizontală

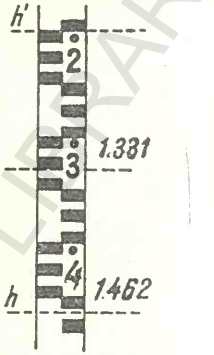


Fig. 4.9 — Citirea numărului generator pe o stadie verticală

Stadiile verticale sînt cele mai răspîndite deoarece sînt mai practice. Cu stadiile orizontale se obţin rezultate mai bune fiind în general afectate într-o mai mică măsură de refracţia atmosferică şi de înclinarea terenului.

La noi azi, construcţia stadiilor este reglementată prin STAS 5618-52 care prevede o stadie de 4 m, verticală şi STAS 5438-56 care prevede o stadie de 3 m, tot verticală.

4.024. **Reducerea distanţelor la orizont.** Relaţiile de distanţă (4.10) au fost stabilite în ipoteza că axul de viză interceptează perpendicular stadia. În acest caz se obţine distanţa pînă la stadie.

Stadiile ţinute vertical nu vor mai fi perpendiculare pe viză dacă terenul este înclinat. În figura 4.10 se observă că dacă distanţa măsurată este D_1 distanţa redusă D se obţine prin înmulţirea ei cu cosinusul unghiului de pantă φ, adică $D = D_1 \cos \varphi$. Întrucît viza cade înclinat pe stadie, numărul generator H este mai mare decît cel corespunzător distanţei D_1 de la instrument la stadie şi va trebui redus cu cos φ, adică $M'N' = MN \cos \varphi = H \cdot \cos \varphi$. În cazul lunetei analatice rezultă, aşadar că $D_1 = K \cdot H \cdot \cos \varphi$ iar

$$D = D_1 \cos \varphi = K \cdot H \cdot \cos^2 \varphi \qquad (4.11)$$

În cazul lunetelor neanalitice $D = (c + K \cdot H) \cos^2 \varphi$.

Diferenţa de nivel cînd se vizează la înălţimea instrumentului se obţine cu relaţia (3.71) $\Delta h = D \cdot \operatorname{tg} \varphi$. Dacă se fac înlocuirile din relaţia (4.11) se obţine:

$$\Delta h = K \cdot H \sin \varphi \cos \varphi \qquad \text{sau}$$

$$\Delta h = K \cdot H \cdot \frac{1}{2} \sin 2\varphi \qquad (4.12)$$

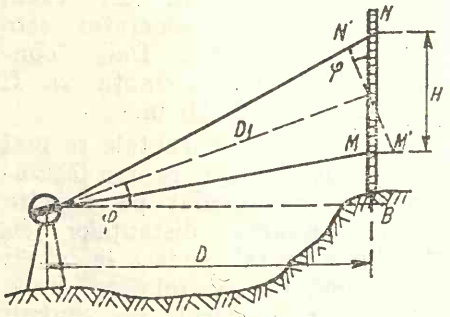


Fig. 4.10 — Reducerea la orizont a distanţelor măsurate cu stadii verticale

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă nu se vizează la înălțimea instrumentului, se va nota în carnet înălțimea S la care s-a vizat și se vor utiliza relațiile (3.73)

$$\Delta h = D \cdot \operatorname{tg} \varphi + I - S$$

Notă. Pentru ca unghiul vertical φ să fie măsurat corect se va viza întotdeauna la înălțimea I respectiv S și se va citi unghiul φ. Abia apoi se face citirea numărului generator H așa cum s-a arătat mai sus.

Calculul distanței reduse și a diferenței de nivel se poate face în mai multe moduri: cu ajutorul unor rigle de calcul speciale, cu nomograme, sau cu tabele.

Tabelele pot fi trigonometrice și de coordonate. Primele dau valorile liniilor trigonometrice și produsele $\cos^2 \varphi$ și $\sin \varphi \cos \varphi$ care trebuie înmulțite cu $K \cdot H$ pentru a se obține distanța redusă și respectiv diferența de nivel. Asemenea tabele sînt tabelele trigonometrice ale lui D. Ciurileanu (Editura Tehnică 1950). Tabelele tahimetrice de coordonate dau de-a dreptul distanța redusă și diferența de nivel în funcție de unghiul de pantă și distanța citită. Asemenea tabele sînt tabelele de coordonate topometrice, de D. Ciurileanu, tabelele de Gh. Agapie, G. Sanfelici etc.

Stadiile orizontale sînt ținute întotdeauna perpendicular pe viză chiar dacă terenul este înclinat (fig. 4.11) astfel că reducerea distanțelor la orizont se face întocmai ca în cazul măsurării distanțelor pe cale directă cu relația (2.15) $D = D_1 \cdot \cos \varphi$.

4.025. **Precizia măsurării distanțelor pe cale indirectă cu tahimetre clasice (cu fire) și stadii verticale.** Pentru stabilirea efectului diferitelor cauze de erori să considerăm, pentru început, că stadia este perfect verticală, perfect gradată, și că valoarea efectivă a constantei K este exact 100. În acest caz distanța va fi afectată *de eroarea de citire „e" a numărului generator* H. Se pleacă de la relația (4.10) $D = 100 \cdot H$. Dacă eroarea medie de citire pe stadie în dreptul unui fir este e, eroarea medie ce caracterizează citirea numărului generator la ambele fire va fi $e\sqrt{2}$ astfel că eroarea medie a funcției va fi:

$$e_D = 100 \cdot e\sqrt{2} \qquad (4.13)$$

iar eroarea relativă va fi:

$$\frac{e_D}{D} = \frac{100 \cdot e\sqrt{2}}{D} \qquad (4.14)$$

Dacă eroarea de vizare cu ochiul liber se apreciază la circa $\pm 2^c$ (sau în radiani $\frac{1}{3183}$), eroarea de vizare cu luneta de putere de mărire M, va fi de M ori mai mic, adică $\frac{1}{3183 \cdot M}$, cînd:

$$\frac{e}{D} = \frac{1}{3183 \cdot M} \qquad (4.15)$$

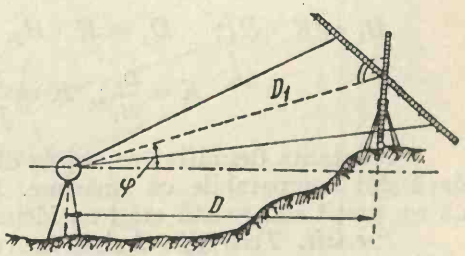


Fig. 4.11 — Reducerea la orizont a distanțelor măsurate cu stadii orizontale

valoare ce substituită în (4.14) dă:

$$\frac{e_D}{D} = \frac{100 \cdot \sqrt{2}}{3183 \cdot M} = \frac{1}{22{,}5M} \tag{4.16}$$

În linii mari practica confirmă această relaţie. Dacă $M = 20$ rezultă o eroare relativă de 1/450.

Eroarea de citire e este funcţie şi refracţia pe verticală, vibraţia şi oscilaţia straturilor de aer ca şi de grosimea şi paralaxa firelor stadimetrice.

Efectul erorii de verticalitate a stadiei. Plecînd de la distanţa înclinată $D_1 = K \cdot H \cdot \cos\varphi$ şi considerînd că stadia se abate de la verticală cu un unghi $\Delta\varphi$, efectul acesteia asupra distanţei D va fi prin diferenţiere:

$$\Delta D_1 = -K \cdot H \cdot \sin\varphi \frac{\Delta\varphi}{6\,366^c} \tag{4.17}$$

iar eroarea relativă:

$$\frac{\Delta D_1}{D_1} = \frac{-K \cdot H \cdot \sin\varphi \cdot \Delta\varphi}{K \cdot H \cdot \cos\varphi \cdot 6366} = -\operatorname{tg}\varphi \frac{\Delta\varphi^c}{6366^c} \tag{4.18}$$

adică eroarea creşte cu tangenta unghiului de pantă. De aici necesitatea ca stadiile să fie prevăzute cu dispozitive de verticalizare bune (nivele) în special atunci cînd se lucrează în terenuri accidentate.

Erorile de diviziune ale stadiei pot avea aspect accidental (diviziuni neriguros egale) şi sistematic (adică în anasamblul lor diviziunile sînt mai mici, eventual mai mari, ca urmare a variaţiei lungimii stadiei prin contracţie sau dilatare).

Erorile accidentale de diviziune sînt neglijabile, adică gradarea stadiei este considerată bună dacă la control centimetrul nu diferă cu mai mult de 0,5 mm.

O modificare a lungimii stadiei are acelaşi efect ca şi o modificare a constantei stadimetrice K şi impune corecţii de acelaşi fel.

Controlul tahimetrului se referă la controlul constantei K în condiţiile folosirii unei anumite stadii. Pe un teren aproximativ orizontal se măsoară mai multe distanţe, variabile ca mărime, între 20 şi 100 m. Aceleaşi distanţe se măsoară şi pe cale directă. Se obţin mai multe ecuaţii cu o singură necunoscută K:

$$D_1 = K \cdot H_1; \quad D_2 = K \cdot H_2, \ \ldots, \ D_n = K \cdot H_n; \text{ de unde}$$

$$K = \frac{D_1}{H_1}; \quad K = \frac{D_2}{H_2}; \ \ldots \ K = \frac{D_n}{H_n} \tag{4.19}$$

Constanta definitivă se obţine din media constantelor astfel obţinute, dacă sînt comparabile ca mărime. Dacă nu sînt comparabile înseamnă că s-a greşit sau există erori accidentale importante de gradare a stadiei.

Precizii. Toleranţe. Avînd în vedere erorile date de relaţiile (4.16) şi (4.18) ca şi celalalte erori ce intervin la măsurarea distanţelor în aceste condiţii rezultă că erorile sînt destul de importante şi cu atît mai mari cu

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

cît accidentaţia terenului creşte. Totuşi în condiţii de lucru normale, dacă luneta tahimetrului măreşte de cel puţin 24 × se contează, în terenuri practic orizontale, pe o precizie de 7 cm la 50 m şi 10 cm la 100 m, de unde toleranţe de 15,0 cm la 50 m şi 20 cm la 100 m. Proporţiona cu înclinarea vizelor va trebui prevăzută şi o oarecare majorare a toleranţelor ce poate atinge chiar 100% la o pantă de 100%. Accidentaţia terenului are şi aspecte favorabile, deoarece permite alegerea punctelor în aşa fel încît vizele să se înalţe mult deasupra terenului şi astfel să micşoreze efectul refracţiei atmosferice şi vibraţiilor. Deoarece precizia scade cu distanţa, se recomandă ca distanţele ce se măsoară pe cale indirectă cu tahimetre cu fire să nu depăşească 100 m, pentru punctele importante, 120 m pentru punctele oarecare şi 150 m pentru punctele de importanţă secundară.

4.03. TAHIMETRE AUTOREDUCTOARE

Tahimetrele autoreductoare au apărut ca urmare a strădaniilor, pe de o parte, de a se suprima calculul de reducere a distanţelor la orizont (de vreme ce măsurarea nu este precisă) iar pe de alta de a se spori precizia măsurării distanţelor. În aceste direcţii există multe idei şi realizări.

4.301. **Tahimetre cu diagramă.** În cîmpul lunetei tahimetrului apare imaginea unei diagrame, gravată pe o lamă de sticlă, montată în locul eclimetrului (sau alături de el) solidar cu luneta. O dată cu înclinarea lunetei are loc o deplasare a imaginii diagramei în cîmpul lunetei, corespunzător cu înclinarea.

Tahimetrele cu diagramă utilizează stadii verticale, adeseori de construcţie specială şi măsoară de-a dreptul atît distanţa redusă cît şi diferenţa de nivel. Se cunosc mai multe tipuri de tahimetre cu diagramă, primul fiind conceput de H a m m e r; totuşi la oricare din ele se disting: firul de zero $-oo$, firul de distanţă DD şi firele pentru diferenţa de nivel VOV (fig. 4.12). Citirea se face în dreptul firului reticular principal al lunetei cu care se vizează pe stadie.

În figura 4.13 se arată citirea cu diagrama Hammer pentru cazul:

— luneta înclinată negativ: $D = 0{,}123 \cdot 100 = 12{,}3$ m;

$\Delta h = -0{,}100 \cdot 20 = -2{,}00$ m;

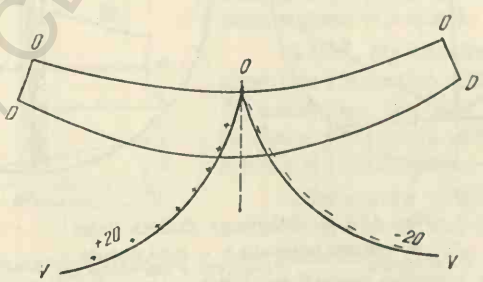


Fig. 4.12 — Diagrama lui Hammer

BCU IASI / CENTRUL DE STUDII

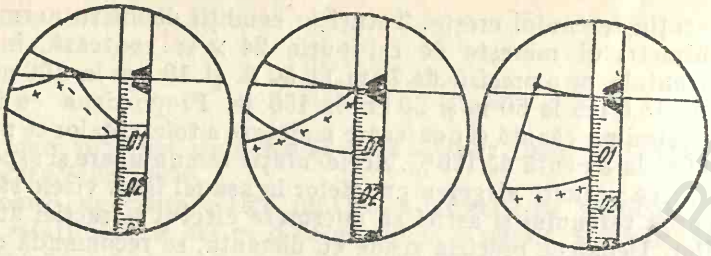


Fig. 4.13 — Citirea distanțelor reduse și a diferențelor de nivel cu diagrama lui Hammer

— luneta orizontală: $D = 0{,}137 \cdot 100 = 13{,}7$ m;
$\Delta h = 0{,}000 = 0$;

— cu luneta înclinată pozitiv: $D = 0{,}115 \cdot 100 = 11{,}5$ m;
$\Delta h = 0{,}172 \cdot 20 = 3{,}44$ m.

Se observă că:

— semnul diferenței de nivel apare pe diagramă;

— constanta pentru distanța redusă este 100 iar pentru diferența de nivel este 20, înscrisă pe curbă;

— distanțele dintre fire variază după legile reducerii distanțelor la orizont (relațiile 4.11) și calculul diferențelor de nivel (relațiile 4.12);

— stadia este astfel construită încît 0 al stadiei este reglabil pe înălțime și începe de la 1,40 m.

Măsurătorile făcîndu-se în dreptul firelor, precizia rezultatelor este asemănătoare cu cea obținută cu tahimetre clasice cu fire și stadii verticale.

Din categoria tahimetrelor cu diagramă se menționează tahimetrul Ta — D_1(MOM—Ungaria), RDS Wild, Dahlta 020 Zeiss, DK—RV Kern etc. În figura 4.14 se arată la a) cîmpul lunetei la Dahlta 020 cînd luneta este

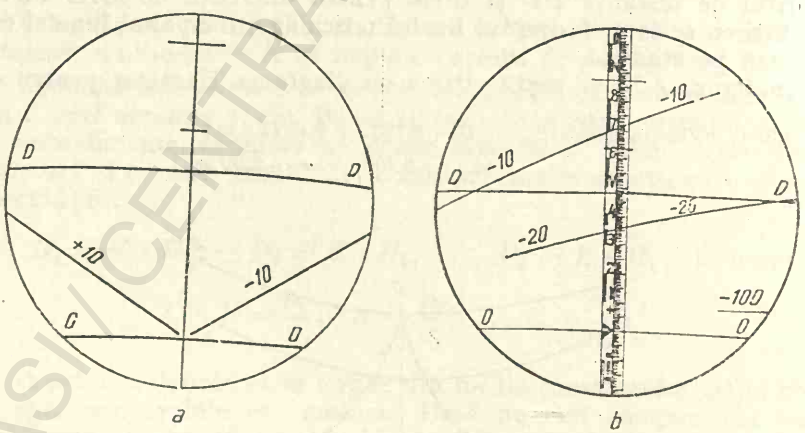


Fig. 4.14 — Diagrama Dahlta Zeiss

a — luneta orizontală; *b* — citiri distanțe
orizontală $D = 0{,}476 \times 100 = 47{,}6$ m;
diferența de nivel $\Delta h = 0{,}702 \times -10 = -7{,}02$ m;
respectiv $= 0{,}351 \times -20 = -7{,}02$ m.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

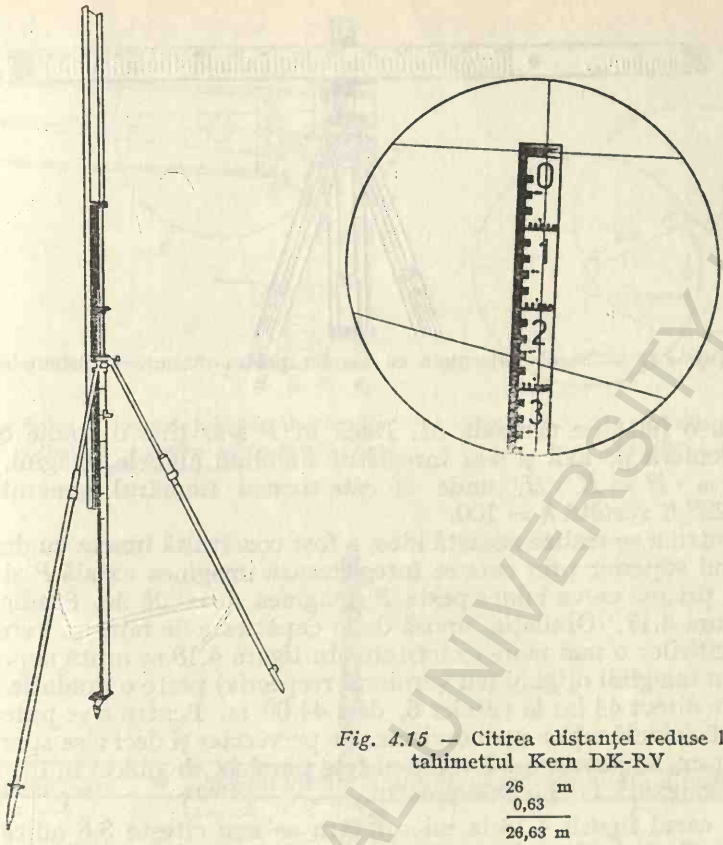


Fig. 4.15 — Citirea distanței reduse la tahimetrul Kern DK-RV

26 m
0,63
26,63 m

orizontală (se observă că firul de 0 este jos), iar la b) aspectul diagramei și citirile pentru o poziție oarecare a lunetei (înclinată negativ). Citirea gradațiilor la cercurile orizontal și vertical se face întocmai ca la Theo 030 (fig. 2.67) În figura 4.15 se arată citirea distanței cu diagrama tahimetrului Kern DK-RV pe o mira specială unde decimetrii și centimetrii se citesc pe o scală orizontală după ce firul de *o* s-a dus la 0 iar firul de distanță să bisecteze marca circulară.

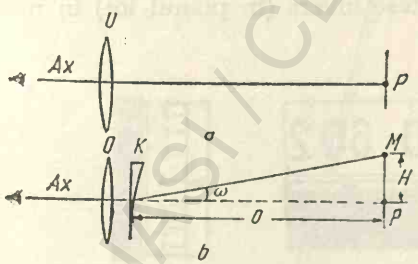


Fig. 4.16 — Principiul măsurării distanțelor cu lunete cu două imagini

4.032. **Tahimetre cu dubla imagine (cu refracție).** Primul instrument de acest gen „Redta" a fost construit la *Zeiss Jena* după indicațiile lui B o s s h a r d t (Elveția).

Ideea este următoarea: privind axial prin obiectivul *o* se vede imaginea punctului *P* (fig. 4.16, *a*) ; dacă se adaugă o pană *K* (fig. 4.16, *b*) ochiul va

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

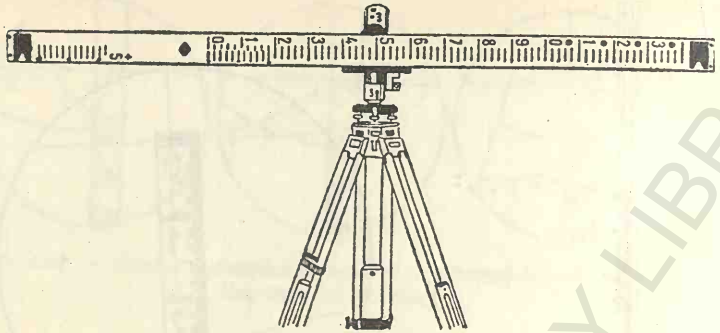


Fig. 4.17 — Stadia orizontală cu vernier pentru măsurarea distanțelor

înregistra o imagine neaxială M. Dacă în P s-ar ține o stadie orizontală perpendiculară pe axă și s-ar înregistra simultan ambele imagini, distanța $D = \text{ctg}\,\omega \cdot H = K \cdot H$, unde H este tocmai numărul generator. Dacă $\omega = 34'22'',6$ rezultă $k = 100$.

Pentru a se realiza această idee, a fost construită luneta cu două obiective: unul superior prin care se înregistrează imaginea axială P și unul inferior cu prismă ce va aduce peste P imaginea neaxială M. Stadia ar arăta ca în figura 4.17. Gradația opusă de la capăt este de fapt un vernier ce va asigura citirilor o mai mare exactitate. În figura 4.18 se arată suprapunerea efectivă a imaginii originii (cu vernierul respectiv) peste o gradație anumită. Se citește direct 44 iar la vernier 6, deci 44,60 m. Pentru a se putea asigura o perfectă coincidență a unei diviziuni de pe vernier și deci a se spori precizia de măsurare, se plasează o lamelă cu fețe paralele, de obicei în drumul razei directe, conexată cu un micrometru.

În cazul figurii 4.18 la micrometru se mai citește 3,8 adică în total 44,638 m. Precizia de citire este așadar foarte mare, de ordinul milimetrilor.

Aceasta este principiul măsurării indirecte a distanțelor naturale (nereduse) cu tahimetrele cu refracție prevăzute cu vernier și micrometru optic. Se observă că măsurarea se face fără fire stadimetrice.

Pentru ca sistemul să fie și reductor, este necesar ca în locul penei K să fie montate două pene K_1 și K_2 (fig. 4.19) cu același efect astfel încît constanta să rămînă 100. Penele K_1 și K_2 ce formează sistemul autoreductor sînt în așa fel dispuse încît se învîrtesc invers (în planul lor) în mod

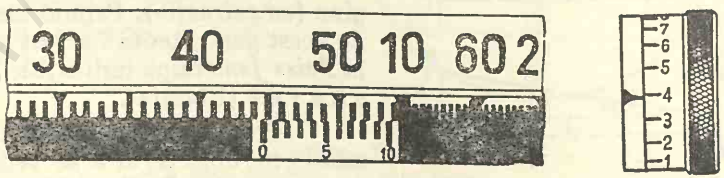


Fig. 4.18 — Citirea prin suprapunere a celor două imagini și citirea la micrometrul optic

BCU IASI / OLD UNIVERSITY LIBRARY

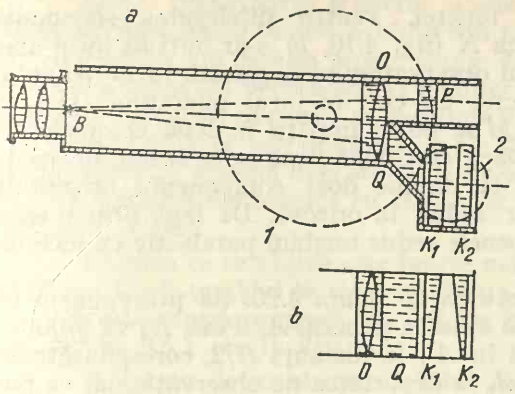


Fig. 4.19 — Schema lunetei tahimetrului Redta: *a* — secțiune verticală; *b* — secțiune orizontală prin dispozitivul reductor

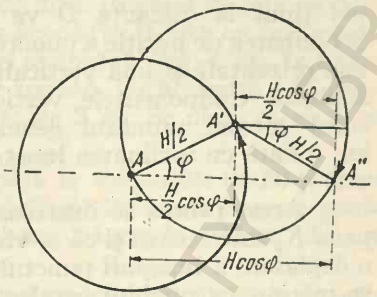


Fig. 4.20 — Efectul rotirii inverse a penelor

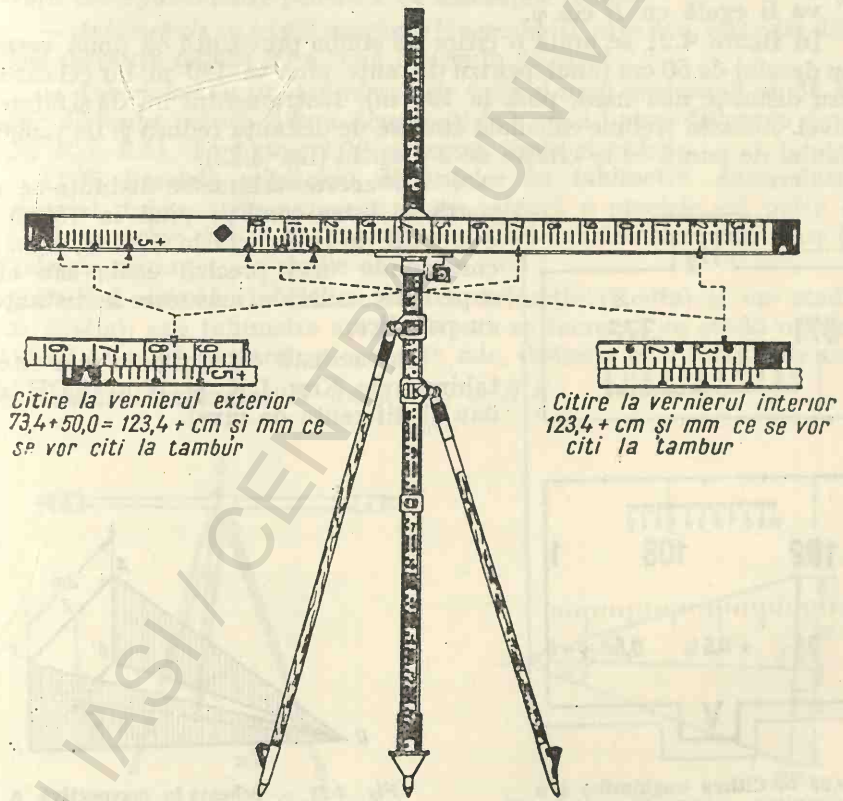


Fig. 4.21 — Citirea distanțelor cu Redta

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

automat deodată cu înclinarea lunetei. Pentru înţelegerea sistemului funcţional să ne imaginăm că pana K (fig. 4.16, *b*) s-ar roti în jurul axei lunetei. O rază axială de la ochiul observatorului deplasată în M pe ecranul ţinut la distanţa D va descrie un cerc în jurul punctului axial P. Schimbarea de poziţie a punctului M se poate împărţi în două componente, una orizontală şi una verticală. Dacă sînt două pene ce se rotesc invers se anulează componentele verticale şi rămîne doar componenta orizontală adică tocmai numărul generator redus la orizont. De fapt prin rotirea lor, o dată cu înclinarea lunetei, penele reduc unghiul paralactic cu înclinarea.

Acest proces se ilustrează intuitiv în figura 4.20. Să presupunem că pana K_2 este scoasă şi că se vizează axial la punctul A. Pana K_1 va produce o deplasare a imaginii punctului A în A', la distanţa $H/2$, corespunzătoare ca mărime cu unghiul paralactic $\omega/_2$ la depărtarea de observaţie, iar ca poziţie cu unghiul φ de rotire a penei. Dacă se introduce şi pana K_2, imaginea A' va fi translatată în continuare în A'' la distanţa $H/2$ de A'. Dacă unghiurile de rotaţie ale penelor K_1 şi K_2 sînt egale între ele şi corespund ca mărime cu unghiul φ (de înclinare a lunetei) însă de sens invers, imaginea A'' a punctului axial A se va găsi pe aceeaşi orizontală cu A iar distanţa AA'' va fi egală cu $H \cos \varphi$.

În figura 4.21 se arată o citire pe stadia prevăzută cu două verniere cu un decalaj de 50 cm (unul pentru distanţe pînă la 140 m, iar cel exterior pentru distanţe mai mari, pînă la 190 m). Instrumentul nu dă şi diferenţa de nivel. Aceasta trebuie calculată funcţie de distanţa redusă şi de tangenta unghiului de pantă ce se citeşte de-a dreptul (fig. 4.22).

Cu aceste tahimetre distanţa se măsoară în bune condiţii pînă la 150 m, cu o precizie de 1—1,5 cm la 100 m, ceea ce corespunde unei precizii egale sau chiar superioare celei de măsurare a distanţelor cu panglica.

Din această categorie se mai citează tahimetrele Kern-DK şi Wild RDH care dau şi diferenţa de nivel.

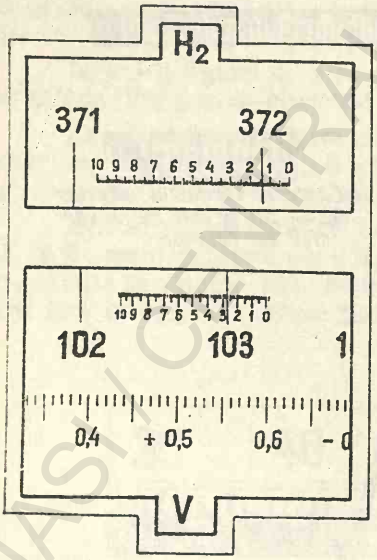


Fig. 4.22 — Citirea unghiurilor şi a pantei la Redta — orizontal 372g136; vertical 103g273; panta —0,0515

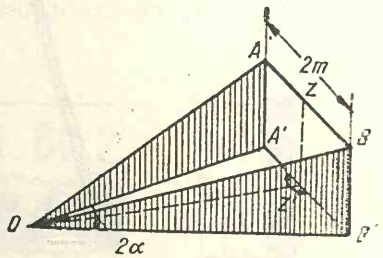


Fig. 4.23 — Schema în perspectivă a măsurării unghiului paralactic

4.033. **Dispozitivul reductor stadie orizontală de invar şi teodolit de precizie.** Distanţele reduse se obţin din tabele însoţitoare, funcţie de unghiul paralactic 2α sub care se vede o stadie de invar de 2m lungime aşezată orizontal şi totodată perpendicular pe direcţia de viză. Unghiul 2α este unghiul diedru al planelor verticale ce cuprinde vizele succesive făcute cu un teodolit de precizie (T_2) la cele două capete ale stadiei orizontale (fig. 4.23). În figura 4.24 este dată schema unei stadii de invar pe trepied, iar în figura 4.25 principiul obţinerii distanţelor cu stadia de invar de 2 m. Se observă că $D = \text{ctg}\,\alpha \cdot 1$ (m).

Precizia ce se obţine este foarte mare pînă la distanţele de 50 şi chiar 100 m. Dacă unghiul se măsoară cu un teodolit de 2^{cc} precizia ce se poate obţine este, după prospect, de 0,6 cm la 50 m; 2,4 cm la 100 m; 3,7 cm la 125 m; 15,1 cm la 250 m.

Diferenţa de nivel nu se obţine direct ci trebuie calculată în funcţie de distanţa redusă şi unghiul vertical măsurat.

4.034. **Alte tahimetre autoreductoare.** Gama tahimetrelor autoreductoare este variată. Se menţionează:

— tahimetrele de contact (Sanguet), un fel de nivele de pantă cu gradaţii corespunzătoare pentru a da distanţele reduse;

— *tahimetrele cu triplă imagine* (Hugershoff), care dau, una viza directă, a două distanţa redusă iar a treia diferenţa de nivel;

— tahimetre cu fir stadimetric de 0 fix şi unul deplasabil ce dă într-o poziţie distanţa redusă şi în a doua poziţie a unui buton diferenţa de nivel (Kern K_1—RA). În figura 4.26 se arată firele şi citirile.

4.035. **Precizia măsurării distanţelor cu tahimetre autoreductoare.** În general, tahimetrele autoreductoare asigură o precizie cel puţin egală cu a tahimetrelor clasice (tahimetrele cu fire) dar de obicei mai mare (tahimetrele cu refracţie, cu stadie de invar etc.)

Făcînd referire la tahimetrul cu refracţie (Redta) şi cu stadie de invar (Balla), sau tahimetre asemănătoare ce lucrează cu stadii orizontale, dat fiind că unghiul paralactic α este mic, distanţa este funcţie de unghiul α şi numărul generator H (baza) $\cdot\, D = H\frac{\rho}{\alpha}$.

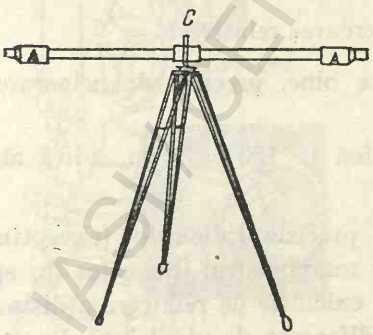


Fig. 4.24 — Schema stadiei de invar

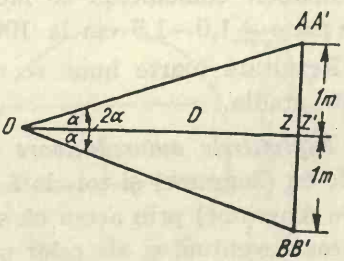


Fig. 4.25 — Principiul obţinerii distanţelor cu stadia de invar

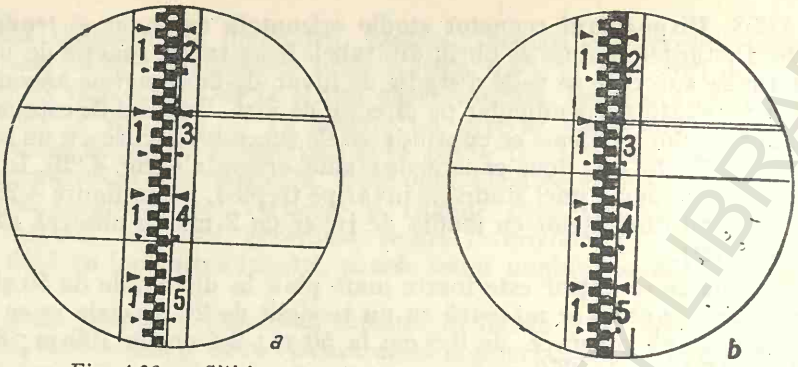


Fig. 4.26 — Citiri cu teodolitul — tahimetru Kern K_1—RA:
a — distanța orizontală 15,6 m; *b* — diferența de nivel 6,4 m

În cazul tahimetrului Balla unde H este constant eroarea de distanță calculată cu relația (1.76) este: $e_D = \frac{-H \cdot \rho}{\alpha^2} e\alpha$ sau $e_D = \frac{-e_\alpha \cdot D^2}{\rho \cdot H}$ ceea ce înseamnă că eroarea de distanță este proporțională cu eroarea de măsurare a unghiului α dar crește cu D^2, adică foarte repede. Eroarea relativă $e_r = \frac{e\alpha}{\rho \cdot H} D$ crește și ea cu distanța. Dat fiind că eroarea de măsurare a unghiului α este în general mică, la distanțe mici pînă la 100 m, rezultatele sînt efectiv foarte bune ± 4 cm.

Pînă la 150 m, erorile sînt încă acceptabile însă în continuare cresc foarte repede. Distanțele mai mari de 150 m se recomandă să fie fracționate; eventual, pînă la 200—250 m, se pot măsura cu repetarea de mai multe ori a măsurării unghiului paralactic.

În cazul tahimetrului Redta, unde α este constant, eroarea de distanță va fi $e_D = \frac{\rho}{\alpha} e_H$ sau $e_D = \frac{e_H}{H} D$ adică este funcție de eroarea de coincidență și citire a coincidenței și de distanță, iar eroarea relativă $e_r = \frac{e_H}{H}$.

Întrucît coincidența se face foarte bine, precizia de măsurare este foarte mare $\pm 1{,}0$—$1{,}5$ cm la 100 m.

Rezultate foarte bune se obțin pînă la 150—170 m, adică atît cît permite stadia.

Tahimetrele autoreductoare măresc precizia ridicărilor (exceptîndu-le pe cele cu diagrame) și totodată măresc randamentul lucrărilor (în special cele cu diagrame) prin aceea că suprimă calculele de reducere a distanțelor la orizont eventual și ale celor privind diferența de nivel însă, în general, îngreuiază lucrările de teren cu excepția tahimetrelor cu fire.

BCU CENTRAL UNIVERSITAR LIBRARY

4.04. DISPOZITIVE TAHIMETRICE AUXILIARE

Tahimetrele clasice sînt în general puţin precise iar cele autoreductoare dacă sînt precise sînt greoaie (Redta) şi au o universalitate redusă, fiind scumpe şi proprii aproape numai pentru ridicări tahimetrice.

Pentru a se suplini aceste neajunsuri, cel puţin în parte, s-au construit dispozitive tahimetrice auxiliare ale teodolitelor care se aplică la teodolitele sau tahimetrele clasice atunci cînd urmează a se face ridicări tahimetrice şi se scot de îndată ce teodolitul urmează a fi întrebuinţat la alt gen de măsurători.

4.041. **Dispozitivele tahimetrice** DM (Dimes, Stp.). Un asemenea dispozitiv se compune din dispozitivul tahimetric propriu-zis, ce se aplică în faţa obiectivului lunetei, pe care-l ocupă numai parţial şi o contragreutate ce se fixează pe partea dinspre ocular a lunetei (fig. 4.27).

Majoritatea dispozitivelor tahimetrice auxiliare sînt construite pe principiul tahimetrelor cu refracţie (cu dublă imagine) fiind însă de construcţie mai simplă. La acestea, o parte din suprafaţa obiectivului, de obicei cea centrală, este acoperită de o pană de sticlă p (fig. 4.28) care dă imaginea laterală (prin refracţie) în timp ce părţile libere l (neacoperite) dau imaginea axială.

Dispozitivele tahimetrice pot fi reductoare (cînd cuprind două pene de sticlă mobile) sau nereductoare, precum şi fără sau cu micrometru optic (cînd sînt prevăzute şi cu o lamelă de sticlă plan paralelă).

Se desprind mai ales următoarele tipuri:

— dispozitivul DM—nereductor şi fără micrometru optic;

— dispozitivele DM_1 Wild şi DM-M Kern nereductoare, dar cu micrometru optic;

— dispozitivul DR reductor, dar fără micrometru optic.

Toate acestea necesită stadii orizontale cu sau fără vernier, specifice pentru fiecare tip, adică în garnitură, dar în general asemănătoare cu cele de la Redta.

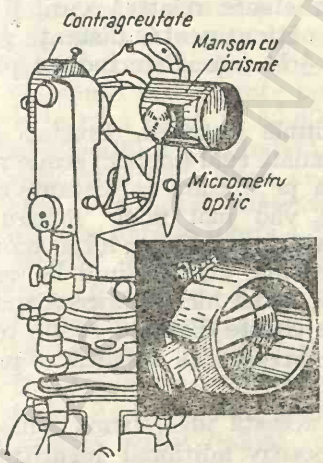


Fig. 4.27 — Dispozitivul tahimetric DM_1 cu micrometru optic

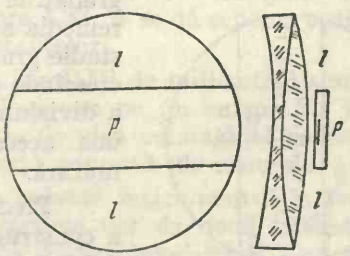


Fig. 4.28 — Poziţia penei dispozitivului tahimetric DM

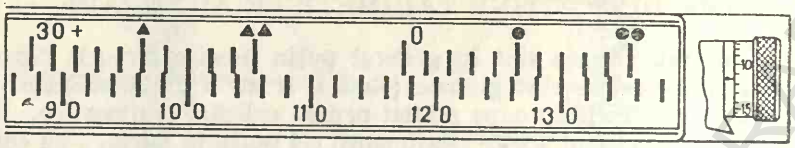


Fig. 4.29 — Citirea unei distanţe cu DM-M la vernierul interior;

116 m — citire în dreptul originii vernierului
1,4 m — citire la vernier
0,115 m — citire la tamburul micrometric
117,515 m

În figura 4.29 se arată citirea la stadia dispozitivului DM-M. Tahimetrele nereductoare dau distanţa înclinată ce va fi redusă cu cosinusul unghiului vertical ce se citeşte la eclimetrul teodolitului.

Precizia măsurării distanţelor pînă la 100 de metri este de circa 5 cm la cele fără micrometru optic şi de ± 2 cm, la cele cu micrometru, aproape ca la Redta.

4.042. **Dispozitivul tahimetric diferenţial DD_2.** Este un dispozitiv tahimetric cu unghi paralactic constant, construit în U.R.S.S.

Faţă de dispozitivele adiţionale, ce funcţionează pe principiul dublei imagini, acesta se remarcă printr-un grad de universalitate mai mare deoarece lucrează fie cu stadii orizontale fie cu stadii verticale precum şi printr-un nou sistem de evaluare a distanţelor. La baza sistemului de citire stau diferenţele de mărire $\frac{90}{89}$ ale celor două imagini ale stadiei.

În figura 4.30 se exemplifică o citire pe o stadie verticală. Citirea metrilor se face pînă la indexul de zero al vernierului, decimetrii se citesc la vernier, centimetrii se citesc de la zero al vernierului la firul nivelor iar milimetrii se estimează pînă la firul nivelor.

Pentru stadiile verticale, se indică o eroare relativă variind între 1 : 400 şi 1 : 11 000. Cu stadii orizontale s-au obţinut pentru distanţe variind între 20 şi 140 m erori medii de la ± 8 la ± 14 mm. Este indicat pînă la distanţe de 200 maxim 300 m.

4.043. **Dispozitivul stadimetric logaritmic Lotakeil.** Precizia ce se obţine cu dispozitivele ce utilizează stadii gradate egal (metric) scade repede cu distanţa. Aceasta se datorează faptului că pe măsură ce distanţa creşte, gradaţiile stadiei se văd mai mici. Pentru a se remedia acest inconvenient, T i s c h i a propus o stadie gradată logaritmic cu diviziuni de mărimi crescînde de la zero, astfel încît mărimea aparentă a diviziunii unde se citeşte distanţa să fie totdeauna aceeaşi. Prin aceasta se asigură o precizie unitară.

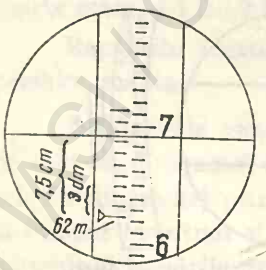


Fig. 4.30 — Citiri cu DD_2

Plecînd de la această idee, firma Zeiss-Jena a construit un dispozitiv adiţional logaritmic cu dublă imagine, denumit Lotakeil K. 200, adică de coeficient stadimetric 200.

În figura 4.31 se arată o porțiune a stadiei. Pentru citire se acționează rozeta micrometrului dispozitivului Lotakeil pînă ce indicele de zero al stadiei (în formă de pană) se proiectează centric peste cea mai apropiată deviziune circulară. Urmează citirea diviziunilor pe stadie la care se adaugă indicațiile micrometrului. Astfel se obține numărul generator. Stadia poate fi ținută orizontal sau vertical.

În cazul utilizării stadiei verticale distanța orizontală D și diferența de nivel h se obțin cu relațiile:

$$\lg D = \lg 200\, H + A \qquad (4.19)$$

$$\lg h = \lg 200\, H + B$$

unde

A și *B* sînt valori ce se extrag din tabelele însoțitoare, funcție de unghiul zenital.

Cu acest dispozitiv se pot măsura distanțe pînă la 600 m.

Eroarea relativă a măsurătorilor cu stadia în poziție orizontală este destul de bună ± 4 cm la 100 m. În schimb poziția verticală nu dă rezultate satisfăcătoare, decît la distanțe pînă la 200 maximum 250 m din cauza refracției atmosferice, a vibrațiilor și oscilațiilor.

Fig. 4.31 — Scara logaritmică și încadrarea diviziunii 0 pentru citire

4.05. ALTE TIPURI DE TAHIMETRE

4.051. **Tahimetre telemetre cu baza în aparat variabilă** (fig. 4.1, *b*). Telemetrele fiind instrumente de măsurat distanțe, cu baza în aparat nu mai este necesară o bază (stadie) în al doilea punct al distanței de măsurat ci doar un semnal ce poate fi un jalon sau chiar obiectul la care se vizează (un copac, o construcție etc.).

Asemenea instrumente pot prezenta avantaje în ridicările intravilane la distanțe mici (pînă la 50-60 m) sau în păduri inclusiv la distanțe mari (pînă la 100-200 m). Totodată cu asemenea instrumente se pot măsura și diametrele arborilor, lucru ce pentru sectorul forestier prezintă interes.

Aici se situează *tahimetrul reductor BRT 006 Zeiss Jena* a cărui înfățișare este dată în figura 4.32. În figura 4.33, *a* se dă schema optică iar în figura 4.33, *b* principiul măsurării distanțelor.

Pe bază (riglă de 30 cm gradată în jumătăți de milimetru) sînt montate două prisme pentagonale: una fixă P și una pe un cursor P_1. Prisma P va da o imagine deviată față de direcția de viză cu unghiul constant ω, căruia îi corespunde o constantă de distanță anumită (de exemplu 1 : 200).

Modul de lucru este următorul: se calează instrumentul în stație și se vizează un punct (jalon); cele două prisme vor da două imagini (fig. 4.34, *a*). Se va acționa cursorul cu prisma P_1 în lungul bazei pînă se realizează coincidența celor două imagini (fig. 4.34, *b*). Se citește poziția

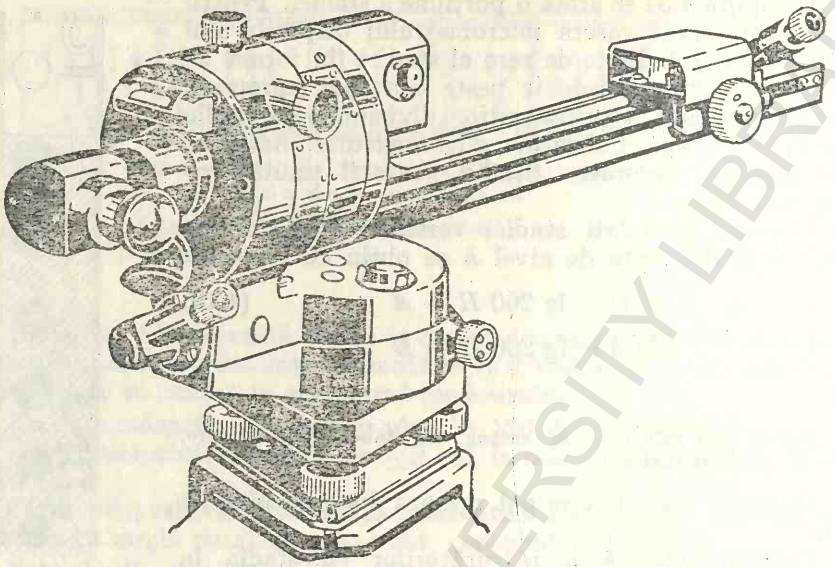


Fig. 4.32 — Tahimetrul reductor BRT 006

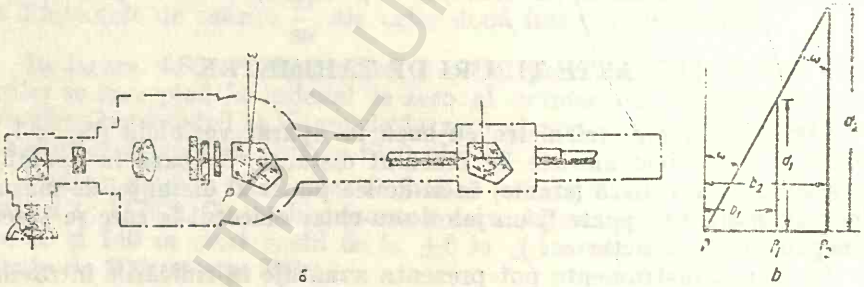


Fig. 4.33 — Schema optică a tahimetrului BRT

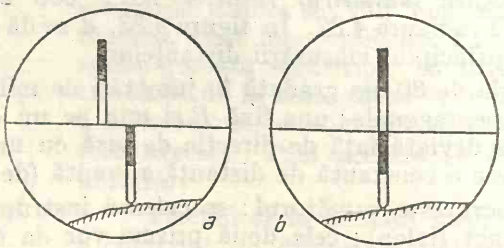


Fig. 4.34 — Aducerea în coincidență a celor două imagini

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

cursorului pe rigletă şi se înmulţeşte cu constanta prismei (în cazul acesta 200).

Eroarea de măsurare a distanţelor prin dublă coincidenţă, socotindu-se şi erorile sistematice, este dată de către casa constructoare de $\pm 0{,}06\%$ din distanţa adică 3 cm la 50 m, lucru ce nu se confirmă în practică. Din cercetările noastre rezultă că instrumentul se comportă efectiv mult mai slab decît tahimetrul cu fire.

Teletopul Zeiss este un precursor al BRT-ului mai puţin precis deşi prevăzut cu cinci prisme *P* pentru cinci constante 100, 250, 500, 1 000 şi 2 000, pentru diferite precizii şi distanţe.

Todis Breithaupt are prismele montate simetric pe o bază mai mare prelungită în ambele sensuri.

Înclinarea fiecărei prisme faţă de direcţia de viză este $\omega/2$. Se obţine distanţă înclinată.

Garniturile de prisme şi performanţele sînt date în tabelul 4.1.

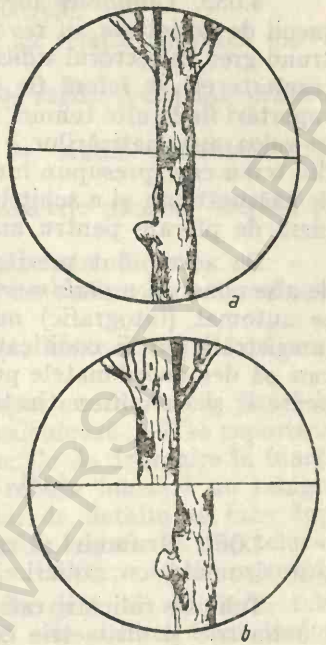


Fig. 4.35 — Măsurarea diametrului arborilor cu Todis

În figura 4.35 se arată modul cum se procedează pentru măsurarea diametrelor arborilor la orice înălţime. Sînt necesare două coincidenţe: prima ca în figura *a* pentru obţinerea distanţei şi fixarea poziţiei iniţiale şi a doua *b* pentru obţinerea diametrului arborelui prin diferenţa citirilor dintre poziţiile *b* şi *a*. Dacă diametrul de măsurat este prea mare şi depăşeşte posibilităţile aparatului în raport cu distanţa, cele două prisme se mută una în locul celeilalte cînd evident cele două citiri se adună.

4.052. **Tahimetre coordonatometre.** Pe linia sporirii randamentului ridicărilor se înscriu şi încercările de a se construi tahimetre care să dea nu numai distanţa redusă şi diferenţa de nivel ci şi coordonatele relative *dx*, *dy* şi *dz*. Asemenea tahimetre duc la reducerea operaţiilor de calcul pînă la suprimare. Preocupări mai importante în acest sens au fost în U.R.S.S. şi mai recent în Ungaria.

Tabelul 4.1. RAZA DE ACŢIUNE ŞI PRECIZIA LA TODIS

Perechea de prisme	Intervalul de măsurare	Precizia de măsurare în procente din distanţă
1 : 50	2—40	0,02%
1 : 100	2—80	0,05%
1 : 200	2—160	0,1%
1 : 500	2—400	0,3%

Tahimetrul coordonatometru Gubin construit în U.R.S.S. este prevăzut cu dispozitivele sferocilindrice care mijlocesc obţinerea automată, pe cale mecanică, a relativelor *dx*, *dy* şi *dz*. Precizia ce se obţine este suficientă pentru raportări grafice.

Tahimetrul automat Stodolchevici dă de-a dreptul cota punctului vizat.

Tahimetrul Fialovski (Ungaria) dă relativele *dx*, *dy* şi *dz*.

BCU CLUJ / UNIVERSITY LIBRARY

4.053. **Tahimetre înregistratoare.** Automatizările care în diverse domenii de activitate au revoluționat vechile procese și metode de lucru pătrund greu în sectorul ridicărilor propriu-zise în plan. Chiar dacă sînt unele rezultate ele se referă fie doar la unele procese de calcul (compensări) sau raportări fie la alte tehnici (tehnica fotogrammetrică). O frînă importantă în calea automatizărilor o constituie actualul mod de preluare a datelor din teren care presupun înregistrarea în carnetul de cîmp a tuturor datelor de măsurătoare și a schițelor. Ori un asemenea carnet nu poate constitui piesă de plecare pentru automatizări.

De aceea sînt privite cu interes încercările făcute la *Kern* Elveția de a se construi un *tahimetru înregistrator*, denumit *Code*, care să înregistreze automat (fotografic) mira vizată (de construcție specială). Asemenea înregistrări pot fi codificate și prelucrate de mașini electronice de calcul care să dea coordonatele punctelor în spațiu x, y, z. Raportarea punctelor poate fi și ea automatizată.

4.06. METODE DE RIDICARE

4.061. **Drumuiri și radieri tahimetrice.** Ridicarea tahimetrică se face prin drumuiri cu radieri.

Tehnica ridicării este cea arătată la metodele respective descrise la planimetrie și altimetrie cu deosebirea că distanțele se măsoară indirect. De aici o mare ușurință în alegerea stațiilor în comparație cu ridicarea prin drumuiri și radieri clasice deoarece nu mai există obligația de a se avea pantă continuă între punctele de stație pe care trebuie să se măsoare distanța. Acest avantaj al radierilor tahimetrice este cu atît mai evident cu cît terenul este mai frămîntat și mai accidentat precum și în terenurile mlăștinoase, cu ape, bălți etc. Preocuparea de căpetenie în alegerea punctelor de drumuire este aceea de a se asigura poziții și condiții cît mai favorabile ridicării și anume: de a stabili stațiile în apropierea detaliilor de ridicat, de a se asigura distanțe cît mai convenabile (50—80 m) și ceea ce este foarte important de a se alege un loc cît se poate de comod pentru instalarea aparatelor. În condițiile ridicării cu un tahimetru cu fire (clasice sau autoreductor) se recomandă ca laturile drumuirilor să nu fie mai mari de 120 m, iar radierile să nu se facă la distanțe mai mari de 150 m. Dacă se lucrează cu un alt instrument trebuie avute în vedere posibilitățile lui.

Traseele de drumuiri se aleg de obicei în lungul văilor, coamelor, drumurilor etc., pentru a nu avea diferențe exagerate de pantă de la o latură la alta.

Numărul punctelor radiate pentru planimetrie este cel impus de numărul și conformația detaliilor în raport cu scara de ridicare, iar cel al punctelor de relief să dea o distanță medie între puncte la scara de reprezentare, dacă sînt judicios alese, de 1,5—2 cm în terenuri accidentate și 3-5 cm, în terenurile neaccidentate. Dacă se iau mai multe puncte se reduce din randamentul ridicărilor fără să se cîștige sensibil în precizie.

Carnetul de teren este acela al drumuirilor planimetrice unde se fac și calculele (tabelul 2.9). Operațiile de calcul, cu excepția celei de reducere

a distanţelor la orizont, sînt cele arătate la ridicările corespunzătoare de la drumuirile şi radierile planimetrice şi altimetrice.

Reducerea distanţelor la orizont se face cu relaţia specifică instrumentului utilizat şi anume:

— $K \cdot H \cdot \cos^2\varphi$ pentru tahimetrul clasic + stadie verticală utilizînd firele stadimetrice orizontale:

— $K \cdot H \cdot \cos\varphi$ pentru tahimetrul clasic + stadie orizontală utilizînd firele stadimetrice verticale;

— $K \cdot H \cdot \cos\varphi$ pentru un dispozitiv tahimetric auxiliar nereductor dacă lucrează cu stadii orizontale;

— $d \cdot \cos\varphi$ pentru distanţele (mici) măsurate direct;

— nu se mai face în cazul măsurării cu un tahimetru autoreductor sau cu un dispozitiv tahimetric autoreductor.

Operaţia de reducere a distanţelor priveşte toate distanţele măsurate atît cele ale drumuirii cît şi cele radiate.

Urmează calculul orientărilor laturilor apoi coordonatele punctelor de drumuire. De obicei punctele radiate nu se calculează; ele se raportează de-a dreptul pe plan după ce s-au raportat punctele de drumuire în funcţie de unghiurile măsurate în teren şi distanţele reduse folosind un tahigraf sau raportorul şi distanţierul. Unirea punctelor de detaliu se face după schiţa de cîmp iar trasarea reliefului se face după interpolarea punctelor de pasaj ale liniilor de nivel funcţie de cotele scrise lîngă punctele raportate.

4.062. **Drumuiri tahimetrice de precizie.** În general ridicările tahimetrice sînt ridicări de precizie mai slabe decît cele clasice. Dacă însă se folosesc tahimetre sau dispozitive tahimetrice de precizie se pot obţine rezultate cel puţin la fel de precise ca în radicările clasice cu măsurarea directă a distanţelor.

Se pot chiar dezvolta unele scheme de desfăşurare a drumuirilor care pentru terenurile dificile pot avea o însemnătate deosebită.

Dacă laturile drumuirii formată din punctele *1*, *2*, *3* etc. sînt lungi (de cîteva sute de metri), cînd măsurarea pe cale optică chiar cu un tahimetru de precizie nu este suficient de precisă, se pot folosi baze auxiliare ca în figura 4.36 a.

Astfel din punctele de drumuire *1*, *2*, *3* etc. se măsoară cu toată precizia bazele b_1, b_2, b_3, de 50—150 m (utilizînd fie tahimetrul Redta fie o stadie de invar de 2 m etc.) corespunzător cu precizia instrumentului folosit,

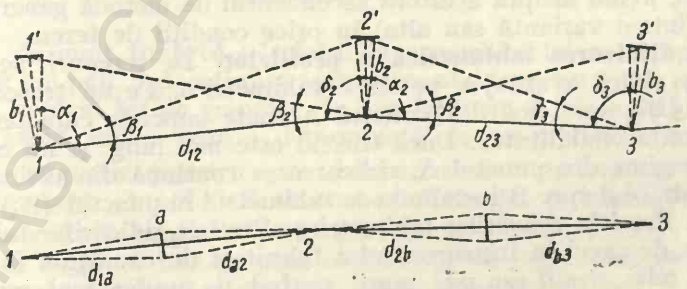


Fig. 4.36 — Schemele unor drumuiri tahimetrice de precizie

BCU IAŞI/CETATE DIGITAL LIBRARY

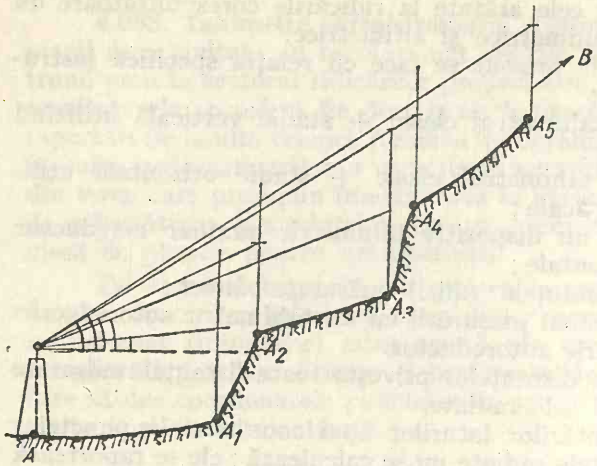


Fig. 4.37 — Ridicarea tachimetrică a unui profil

condițiile din teren și lungimea laturii drumuirii. Dacă se măsoară și unghiurile de pe figură α, β, γ, δ, se pot calcula laturile drumuirii d_{12}, d_{23} etc. cu relația:

$$d_{12} = b_1 \frac{\sin(\alpha_1 + \beta_2)}{\sin \beta_2}$$

și

$$d_{12} = b_2 \frac{\sin(\beta_1 + \delta_2)}{\sin \beta_1} \quad (4.20)$$

Mărimea d_{12} calculată funcție de bazele b_1 și b_2 trebuie să se verifice în limitele unor toleranțe specifice cînd prin facerea mediei se obține o valoare mai probabilă. Bineînțeles că nu numai distanțele (bazele) trebuie măsurate cu precizie ci și unghiurile. De aceea folosirea stadiei de invar cu un teodolit de precizie este cît se poate de indicată pentru asemenea situații. O importanță destul de mare are și conformația figurii. Dacă unghiurile α și δ sînt aproximativ drepte conformația este favorabilă iar cînd sînt efectiv unghiuri drepte (exact 90° respectiv 100^g) relațiile (4.20) devin:

$$d_{12} = b_1 \frac{\cos \beta_2}{\sin \beta_2} = b_1 \operatorname{ctg} \beta_2 \text{ și } d_{12} = b_2 \operatorname{ctg} \beta_1 \quad (4.21)$$

O altă schemă ar fi cea din figura 4.36 *b* unde laturile lungi se împart în cîte două tronsoane sporindu-se astfel precizia de măsurare a laturilor. Stadiile ținute în *a*, *b*, etc., trebuie să fie exact pe aliniament. Evident $d_{12} = d_{1a} + d_{a2}$ și $d_{23} = d_{2b} + d_{b3}$. Distanța d_{1a} se măsoară din *1* iar d_{a2} se măsoară din *2* etc.

Se pot imagina evident și alte scheme în raport cu situațiile din teren.

Drumuirile tahimetrice de precizie pot servi la îndesirea și determinarea unor rețele de sprijin la nivelul de precizie pe care-l asigură ridicările clasice avînd asupra acestora ascendentul de metodă generală adică aplicabilă (într-o variantă sau alta) în orice condiții de teren.

4.063. **Ridicarea tahimetrică a profilelor.** În terenuri accidentate profilele se ridică avantajos pe cale tahimetrică. Pe un traseu, de ex. A—B, fig. 4.37, se ridică din punctul A toate punctele caracteristice pe care le permite vizibilitatea. Dacă traseul este mai lung și nu este accesibil în întregime din punctul A, ridicarea se continuă din ultimul punct de vizibilitate (A_5) spre B instalîndu-se tahimetrul în punctul (A_5) etc.

4.064. **Precizia ridicărilor tahimetrice.** Precizia ridicărilor tahimetrice este funcție de precizia instrumentului folosit și de condițiile folosirii lui (la distanțe mici, medii sau mai mari) putînd fi, așadar mai mică, egală sau mai mare decît a ridicărilor clasice.

BCU TIMIȘOARA LIBRARY

Legea propagării erorilor unghiulare şi de distanţă este cea analizată la § 2.465. — Propagarea erorilor în drumuiri.

Pentru diverse nevoi producţia a stabilit toleranţa.

În privinţa preciziei nivelmentului tahimetric se face observaţia deosebit de importantă, rezultată din discutarea relaţiei de determinare a diferenţei de nivel (3.79), că în terenurile de şes şi puţin accidentate precizia nivelmentului tahimetric, efectuat cu tahimetre cu fire, se apropie sensibil de precizia nivelmentului trigonometric clasic respectiv a nivelmentului tahimetric efectuat cu tahimetre de precizie. Într-adevăr, efectul erorii de distanţă $e_D \cdot \operatorname{tg} \varphi$ este neglijabil dacă φ este mic. În astfel de terenuri, practic, precizia nivelmentului este funcţie numai de precizia măsurării unghiurilor verticale e_φ problemă discutată la § 3.25 — Precizia nivelmentului trigonometric.

4.1. RIDICĂRI CU BUSOLA TOPOGRAFICĂ

4.10. NOŢIUNI INTRODUCTIVE

Potrivit celor arătate la § 2.300, cu busola topografică se măsoară de-a dreptul orientările laturilor. Prin aceasta se asigură un ritm sporit atît operaţiilor de teren cît şi celor de prelucrare. Întrucît însă orientările măsurate de-a dreptul cu busola sînt mai puţin precise, înseamnă că preprecizia ridicărilor busolare este mai slabă. Ea este totuşi satisfăcătoare pentru multe categorii de ridicări. Astfel în sectorul forestier instrucţiunile prevăd ridicarea cu busola topografică prin drumuiri cu radieri a detaliilor de mai mică importanţă ca: limitele de parcele şi subparcele, diferite instalaţii temporare precum şi cele neprevăzute la ridicările tahimetrice, perimetrul inclavelor, potecile şi unele detalii orografice. Cu busola se mai prevede (admite) şi ridicarea trupurilor izolate de pădure sub 200 ha.

Întrucît orientările măsurate cu busola sînt orientări magnetice sînt necesare unele cunoştinţe în legătură cu magnetismul terestru.

4.11. CUNOŞTINŢE GENERALE DESPRE MAGNETISMUL TERESTRU

Se ştie de mult timp că pămîntul în ansamblul lui se comportă ca un magnet cu doi poli. Sub acţiunea magnetismului terestru un ac magnetic suspendat în centrul lui de greutate, în aşa fel încît să fie mobil în orice direcţie, se aşază într-o poziţie determinată de magnetismul terestru.

Cîmpul magnetic terestru este determinat într-un anumit loc şi la un anumit moment atunci cînd se cunoaşte direcţia şi intensitatea lui.

O linie de forţă magnetică terestră într-un punct oarecare T (fig. 4.38) poate fi cuprinsă într-un plan vertical ce va determina, secţionînd pămîntul, tocmai meridianul magnetic al locului şi anume P_m sud $-T-P_m$ nord. Unghiul δ pe care-l face meridianul magnetic TP_m cu meridianul

geografic TP_g al locului se numeşte unghi de declinaţie magnetică. Linia de forţă magnetică reprezentată prin vectorul TI (fig. 4.39) poate fi descompusă după orizontala şi verticala locului, rezultînd componentele TH şi respectiv TV. Unghiul i pe care îl face linia de forţă magnetică TI cu componenta orizontală TH se numeşte înclinaţie magnetică.

În ridicările cu busola topografică se măsoară orientarea magnetică a direcţiilor, adică unghiul pe care-l fac direcţiile din teren cu direcţia meridianului magnetic. Se ştie însă că planurile trebuie orientate după direcţia fixă a meridianului geografic. Prin urmare, pentru a se face orientarea după direcţia meridianului geografic este necesar să se cunoască unghiul de declinaţie magnetică δ cu care să se corijeze orientările magnetice. Totodată pentru a se putea măsura în bune condiţii orientările magnetice este necesar ca acul magnetic, care are tendinţa de a se dirija în direcţia liniilor de forţă magnetică, să fie orizontal. Pentru acesta este necesar să fie eliminată înclinaţia acului magnetic. Dar cîmpul magnetic terestru cu elementele lui variază. Elementele cîmpului magnetic terestru care interesează în ridicările cu busola topografică sînt declinaţia şi înclinaţia. Înclinaţia magnetică şi variaţia ei nu produc greutăţi, deoarece se văd direct şi se corectează (se elimină) uşor. Nu la fel stau lucrurile cu declinaţia magnetică a cărei valoare este în continuă schimbare ce nu se „sesizează" uşor.

Faţă de valoarea medie a declinaţiei într-o regiune, în mod obişnuit, variaţiile declinaţiei magnetice, într-o perioadă de timp limitată, nu sînt atît de mari încît să devieze sensibil acul magnetic. Pe această realitate se întemeiază atît construcţia busolelor topografice cît şi metodele de ridicări.

Efectiv cîmpul magnetic cu elementele lui variază. Pentru a se cunoaşte condiţiile în care se fac ridicările cu busola, precum şi măsurile de luat în diverse împrejurări este necesar să se cunoască principalele variaţii ale cîmpului magnetic şi ale declinaţiei magnetice în special. Se disting:

Variaţii în spaţiu numite şi variaţii geografice ce depind de poziţia pe glob a punctului respectiv. Se datorează faptului că polii magnetici nu corespund cu polii geografici.

Variaţii în timp cu caracter periodic, ce pot fi seculare, anuale, lunare şi diurne.

Variaţia seculară are cauze interne. În circa 600 ani polii magnetici fac o rotaţie completă în jurul polilor geografici. Variaţia progresivă de cîteva minute ce revine unui sezon de lucru este neglijabilă.

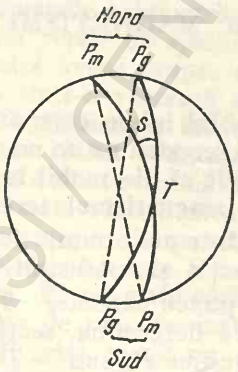


Fig. 4.38 — Declinaţia magnetică

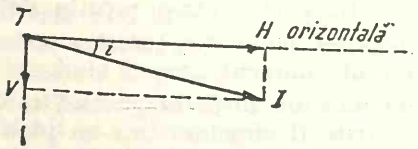


Fig. 4.39 — Înclinaţia magnetică

Variaţia diurnă se datorează unor cauze externe (activităţii solare). Este variaţia cea mai importantă ce în lunile de vară însorite poate atinge 20^c — 25^c.

Variaţii cu anumite fenomene meteorologice ca, furtuni magnetice, aurore etc., provocate tot de cauze externe; au caracter întîmplător, perturbant. Amplitudinea unor asemenea variaţii poate atinge 50^c şi chiar un grad şi poate dura 24 ore. Pot apare o dată, de cel mult două ori pe lună.

Descărcările electrice au de asemenea un caracter perturbant însă numai în apropierea fenomenului.

Variaţii cu cîmpul magnetic crustal (local) ce se datorează unor cauze interne, locale (existenţa unor minereuri magnetice, de obicei de fier). Acestea pot produce anomalii ale cîmpului magnetic de fond, corespunzător cu intensitatea cîmpului magnetic local şi apropierea de centrul lui, distingîndu-se anomalii cu rază de acţiune continentală, regională şi locală. Acolo unde există cîmp magnetic crustal busola nu poate fi utilizată în ridicări. Cîmpul magnetic crustal se identifică prin măsurarea orientării unei direcţii din ambele capete.

Liniile de transport de energie electrică şi liniile şi construcţiile ferate influenţează, de asemenea, în apropierea lor, cîmpul magnetic de fond.

În general, variaţiile cîmpului magnetic terestru şi implicit ale declinaţiei magnetice, exceptîndu-le pe cele legate de fenomene meteorologice, care au un caracter întîmplător şi cele determinate de cîmpul magnetic crustal, sînt suficient de mici pentru ca indicaţiile acului magnetic să fie de o anumită valoare practică. În practică se consideră că acul magnetic se dirijează întotdeauna paralel cu sine însuşi dacă suprafaţa pe care se lucrează nu este prea întinsă.

Declinaţia magnetică se determină măsurînd orientarea magnetică (deci cu busola topografică) a unei direcţii a cărei orientare geografică este cunoscută. Din diferenţa celor două orientări se obţine declinaţia magnetică. Variaţiile declinaţiei magnetice se pot obţine măsurînd la intervale mici orientarea magnetică a unei direcţii cu o busolă foarte sensibilă (care să dea 1^c—2^c).

4.12. BUSOLA

Denumirea de busolă provine de la latinescul *buxola* sau *buxula* şi înseamnă cutie, cutie mică. Busola a fost cunoscută de foarte multă vreme de către chinezi. În Europa a fost inventată, se pare, sau adusă, de către napolitanul G i o i a.

Busola se compune dintr-o cutie de alamă, aluminiu sau bronz (un metal nemagnetic), avînd un cerc gradat în mijlocul căruia, protejat sub un geam, oscilează un ac magnetic suspendat pe un pivot (fig. 4.40). Acul magnetic *1* este sprijinit central pe un pivot ascuţit. Construcţia sistemului de sustentaţie este în aşa fel concepută şi realizată, încît frecarea să fie practic anulată. În felul acesta, direcţia pe care o va lua acul magnetic va fi cea determinată de forţele magnetice. Sustentaţia poate fi realizată în genul prezentat în figura 4.40 unde pivotul *2* este fixat de cutie sau altfel cu pivotul fixat de ac. Pivotul este fabricat întotdeauna dintr-un material foarte dur;

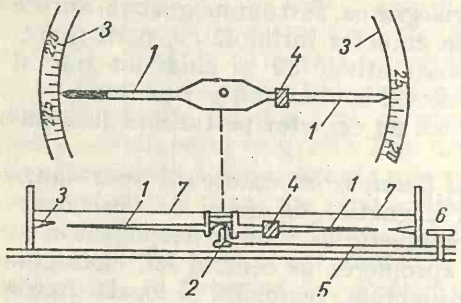


Fig. 4.40 — Schema unei busole

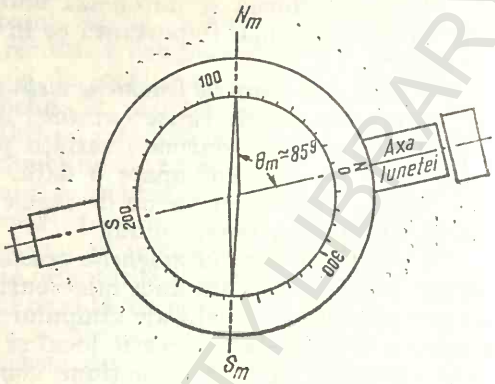


Fig. 4.41 — Cadran gradat invers, orientare citită direct

de asemenea şapa (porţiunea curbată pe care se sprijină acul). Formatul şapei este sferic sau parabolic. Cursorul *4* serveşte la reducerea înclinaţiei magnetice, adică la orizontalizarea acului magnetic. Pîrghia *5* şi şurubul *6* servesc la ridicarea acului şi fixarea lui de geamul *8*. În felul acesta se protejează atît vîrful pivotului cît şi şapa, în timpul transportului. Cercul gradat *3*, de un diametru ceva mai mare decît lungimea acului este montat la nivelul de oscilaţie a acului.

Citirea orientării magnetice a unei direcţii se face în felul următor: busola se instalează orizontal într-un punct al direcţiei respective, se dirijează *0* al cadranului busolei în lungul direcţiei (acest lucru se face uşor dacă linia $0—200^g$ respectiv $0—180^g$ a cadranului este materializată printr-o cătare sau mai bine printr-o lunetă) şi se eliberează acul magnetic pentru a oscila. După ce acul s-a liniştit, în dreptul capătului nord al acului magnetic (de obicei negru sau colorat diferit de restul acului, pentru recunoaştere) se citeşte de-a dreptul orientarea direcţiei vizate, dacă cadranul are gradaţii inverse (fig. 4.41).

4.13. TIPURI DE BUSOLE

4.131. **Clasificări.** Busolele de care se serveşte topograful pot fi grupate în busole de buzunar (şi mînă) şi busole topografice propriu-zise.

Busolele de buzunar şi mînă servesc pentru orientarea operatorului în teren, orientării hărţii precum şi determinării direcţiei de excentricitate a semnalelor faţă de borne şi invers.

Busolele topografice propriu-zise sînt busole cu lunetă şi se pot grupa în busole clasice cu ac (cadran gradat fix) şi busole cu disc (cadran gradat mobil).

Busolele cu disc au suspensiunea, în centrul discului, asemănătoare cu aceea a acului magnetic. Discul se comportă ca un ac magnetic deoarece pe partea lui inferioară se găseşte fixată o tijă magnetică.

Un loc deosebit ocupă busolele giroscopice care prezintă avantajul de a asigura o măsurătoare precisă a orientării geografice, neinfluenţată de

BCU BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

magnetismul terestru, lucru important în special în ridicările miniere, dar şi dezavantajul de a nu fi operative.

O busolă topografică este înzestrată întotdeauna cu cerc vertical pentru citirea unghiurilor verticale şi eventual chiar şi cu limb cînd instrumentul este totodată şi tahimetru.

4.132. **Busole topografice clasice.** Busolele topografice clasice (cu ac), (cu busola circulară), pot fi grupate în instrumente care sînt exclusiv busole şi busole care sînt şi tahimetre. Busolele ce se construiesc azi sînt busole tahimetrice, adică înzestrate şi cu limb. Acestea au o universalitate mai mare deoarece pot fi folosite după împrejurări fie ca busole, fie ca tahimetre.

Într-un caz şi în altul se disting o seamă de variante constructive în raport cu centricitatea busolei şi a lunetei. Erorile ce ar proveni din cauza excentricităţii lunetei sau busolei sînt neglijabile în cazul ridicărilor busolare însă pot fi importante în cazul ridicărilor tahimetrice.

De aceea, cînd se fac ridicări tahimetrice cu instrumente cu lunetă excentrică, este necesar să se vizeze cu luneta în ambele poziţii pentru a se elimina erorile de excentricitate.

În figura 4.42 este arătată busola tahimetrică Neuhöffer cu un singur braţ al alidadei. Este centrică (atît luneta cît şi busola ce este montată peste limb). Busola tahimetrică TB Kern (fig. 4.43) are busola centrică iar luneta (cotită) este excentrică.

Majoritatatea tahimetrelor propriu-zise sînt şi ele înzestrate cu o busolă circulară demontabilă, plasată, de obicei, peste furcile alidadei.

Declinatorul este o busolă tubulară ce poate fi anexă la teodolite şi tahimetre. Oscilaţiile acului magnetic sînt limitate la cîteva grade. Dacă luneta este îndreptată aproximativ în direcţia nordului, acul oscilează şi se poate preciza această direcţie.

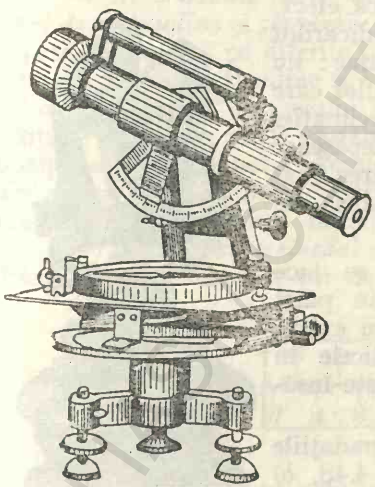


Fig. 4.42 — Busola — tahimetru Neuhöffer

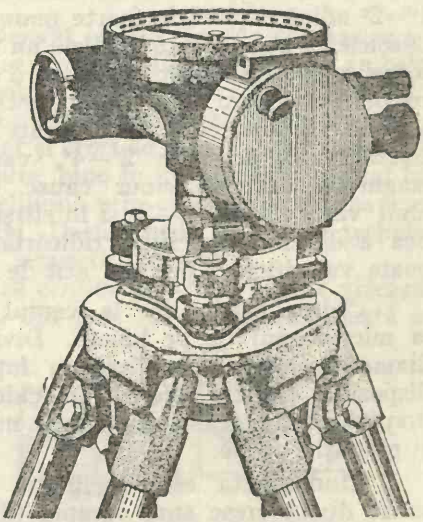


Fig. 4.43 — Busola tahimetrică TB Kern

BCU BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ LIBRARY

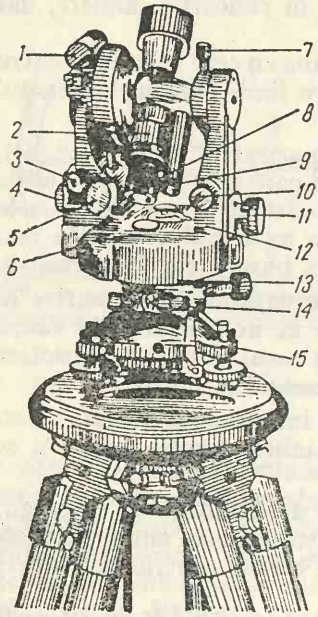


Fig. 4.44 — Busola teodolit Wild To:
1 — nivelă cerc vertical; *2* — manşon punere la punct imaginea; *3* — ocular citire busolă; *4* — comutator; *5* — şurubul nivelei eclimetrului; *6* — ferăstruici de luminare disc busolă; *7* — blocare cerc vertical; *8* — ocular lunetă; *9* — microscop cerc vertical; *10* — şurub de fină mişcare a cercului vertical; *11* — tambur micrometric; *12* — nivelă sferică de calare; *13* — blocarea mişcării orizontale; *14* — şurub de fină mişcare orizontală; *15* — pîrghie de fixare a discului

4.133. **Busole topografice cu disc.** Aceste busole sînt superioare celorlalte deoarece *uşurează* citirea orientărilor şi *măresc* precizia de citire a orientărilor. Busolele de acest tip, cele mai reprezentative sînt busola Breithaupt dar mai ales busola Wild To. Ambele sînt centrice (luneta şi busola) şi totodată tahimetre.

Busola Wild To este un instrument cu citire centralizată (fig. 4.44 şi 4.45). Cercul gradat (discul) poate fi folosit atît ca busolă cînd este liber să oscileze cît şi ca limb cînd este blocat (din pîrghia *15*).

Citirea gradaţiilor la cercul busolei se face în acelaşi mod atît atunci cînd discul este utilizat ca busolă cît şi atunci cînd este blocat şi uztilizat ca limb. Citirea la limb se face prin ocularul *3*. Dacă gradaţiile nu se văd se acţionează din comutatorul *4* (poziţia 1 sau 2 a lunetei). Coincidenţa gradaţiilor opuse pentru citire se face acţionînd rozeta *11* a micrometrului.

În figura 4.46 se arată citirea la cercul busolei. Minutele se iau, în continuare, de pe rozeta micrometrică *11*. Precizia de citire la limb este de 1^c—2^c adică o precizie foarte mare în comparaţie cu citirea de 20—25^c la busolele cu ac. Această precizie nu va avea ca efect, totuşi, o sporire corespunzătoare a calităţii ridicărilor cu busola pentru mai multe motive şi anume: nu aceasta este şi precizia de măsurare a orientărilor care efectiv va fi doar de 2^c—4^c, variaţiile declinaţiei magnetice datorită unor cauze diferite depăşeasc mult valoarea de 1^c—2^c şi în sfîrşit prelucrarea grafică a datelor, specifică ridicărilor cu busola, nu poate valorifica o precizie atît de mare.

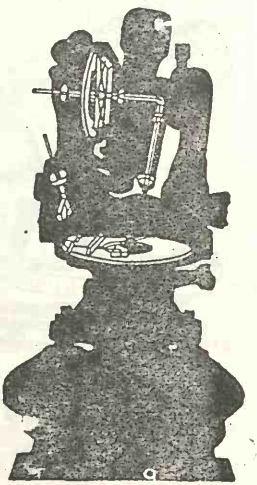


Fig. 4.45 — Schema optică a busolei Wild To

Citirea gradaţiilor la cercul vertical se face la microscopul de pe lunetă. Diviziunile din părţi diametral opuse apar faţă în faţă însă nu există dispozitiv pentru facerea coincidenţei. Indicele în dreptul căruia se face evaluarea minutelor este însăşi gradaţia opusă.

Cînd luneta este înclinată pozitiv gradaţiile scrise direct cresc spre dreapta (fig. 4.47 şi 4.48, *b*) iar cînd este înclinată negativ cresc spre stînga (fig. 4.48, *a*).

4.134. **Verificarea şi rectificarea busolelor topografice.** Se disting operaţiile de verificare a busolei propriu-zise şi cele ce se referă la instrument, în general, inclusiv luneta. Verificările ce se referă la instrument, în general, sînt cele descrise la teodolite (§ 2.34—Verificarea şi rectificarea teodolitelor).

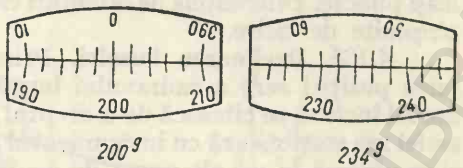


Fig. 4.46 — Citire la cercul busolei To

Verificarea şi rectificarea busolei propriu-zise urmăreşte satisfacerea condiţiilor ce trebuie îndeplinite.

— *Acul magnetic să fie bine magnetizat* adică să fie *sensibil* şi să aibă o *bună suspensie* pentru a oscila uşor adică să fie *mobil.* Un ac magnetic îndeplineşte aceste condiţii dacă revine mereu în aceeaşi poziţie după ce este scos din echilibru printr-o influenţă magnetică de moment (apropierea sau îndepărtarea unui obiect feros) sau dacă va arăta mereu aceeaşi orientare pe o direcţie la care se vizează cu luneta instrumentului, după ce, între timp, luneta s-a deplasat şi în alte direcţii. Dacă acul nu revine în aceeaşi poziţie trebuie identificată cauza. Un ac insuficient magnetizat va face oscilaţii lente, totuşi de amplitudini egale, pe cînd un ac cu defecte de suspensie se întrerupe brusc din oscilaţii. Remagnetizarea acului (tijei) se face introducîndu-l într-o bobină de inducţie şi întrerupînd curentul, eventual cu un magnet puternic. Un defect de suspensie provocat de pivot se remediază prin şlefuirea lui iar dacă este de şapă, de obicei, este necesară înlocuirea ei.

— *Acul magnetic trebuie să fie echilibrat şi cadranul orizontal.* Înclinarea acului magnetic se elimină acţionînd cursorul *4* (fig. 4.40). Prin rotirea uşoară a instrumentului în jurul axului principal se constată dacă şi cadranul gradat este orizontal cînd capetele acului păstrează aceeaşi poziţie faţă de cadran.

— *Acul trebuie să fie drept şi suspendat centric.* În caz contrar apar *erori de rectitudine* şi respectiv *centraj* ce se constată făcînd citiri la ambele capete ale acului, pe diferite direcţii (vizate) în turul de orizont. Dacă sînt numai erori de rectitudine se va constata o diferenţă constantă între citirile celor două capete ale acului, iar dacă sînt şi erori de centraj, sau numai de centraj, diferenţa va fi variabilă şi se pune bine în evidenţă în special în poziţia a doua a lunetei. Aceste erori se elimină prin citirea ambelor capete ale acului şi în ambele poziţii ale lunetei. Dacă erorile sînt mari trebuie remediată cauza adică îndreptat acul, respectiv centrat.

— *Busola sau trepiedul nu trebuie să conţină piese de fier.* Se vizează diferite puncte într-un tur de orizont şi din nou cu poziţia modificată a

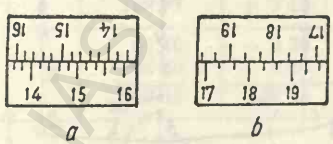


Fig. 4.47 — Citiri la eclimetru, înclinări pozitive: $a = 14^g\,84^c$; $b = 18°\,17'$

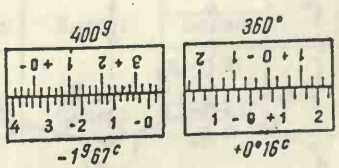


Fig. 4.48 — Citiri la eclimetru; $a = 1^g\,,67^c$; $b = +\,0°,\,16'$

BCU Cluj / Central University Library

trepiedului şi instrumentului, dar în acelaşi punct, se vizează din nou aceleaşi puncte. Diferenţele de orientări citite, trebuie să se înscrie în toleranţele obişnuite de citire.

4.135. **Declinarea busolei.** Prin declinarea busolei se înţelege corijarea poziţiei zero a cadranului busolei faţă de proiecţia axului lunetei în aşa fel încît să se citească de-a dreptul orientări geografice. Operaţia decurge astfel: se staţionează cu instrumentul într-un punct de coordonate cunoscute şi se vizează la un alt punct de coordonate cunoscute. Se modifică poziţia cadranului busolei pînă în dreptul capului nord al acului magnetic se citeşte orientarea direcţiei respective, calculată din coordonate.

4.14. METODE DE RIDICARE CU BUSOLA

Deoarece, cu busola, orientările se măsoară în general cu o toleranţă de circa 20^g—25^g înseamnă că trebuie evitate vizele lungi, mai lungi de 80—120 m. care ar da erori grosolane. Metodele cărora le sînt proprii asemenea lungimi sînt metoda drumuirii şi metoda radierii. În limitele acestor distanţe se poate aplica şi metoda intersecţiei. Busola fiind utilizată numai la ridicarea detaliilor, trebuie să existe o reţea de sprijin îndesită.

4.141. **Metoda drumuirii.** Drumuirea se desfăşoară în general ca o drumuire tahimetrică (cu măsurarea indirectă a distanţelor) însă cu măsurarea de-a dreptul a orientărilor. Se distinge procedeul cu staţii curente (în fiecare punct de drumuire) (fig. 4.49) şi procedeul cu staţii sărite (fig. 4.50).

Procedeul cu staţii curente asigură măsurarea tuturor elementelor drumuirii (orientări, distanţe, unghiuri verticale), pentru fiecare latură din ambele capete ale ei. Astfel, făcînd referire la o latură oarecare, de exemplu *2—3*, se observă că orientarea laturii se măsoară atît din punctul *2* cînd se obţine θ_{2-3} cît şi din punctul *3* cînd se obţine orientarea inversă θ_{3-2} care, după cum se ştie, trebuie să difere de prima cu 200^g. La fel se obţin distanţele d_{2-3} şi d_{3-2} ca şi unghiul vertical φ_{2-3} egal şi de semn contrar cu φ_{3-2}.

Dacă nu există pericolul unor influenţe magnetice locale procedeul cu staţii curente nu este justificat deşi oferă control permanent şi valori medii mai probabile. S-a constatat chiar că, în ipoteza raportării grafice (care este de fapt metoda curentă de lucru), procedeul cu staţii curente nu aduce un spor de precizie notabil.

Procedeul cu staţii sărite, care este procedeul de lucru obişnuit, este mai productiv. Pe traseul AB cu şapte puncte s-au staţionat numai trei. Toate

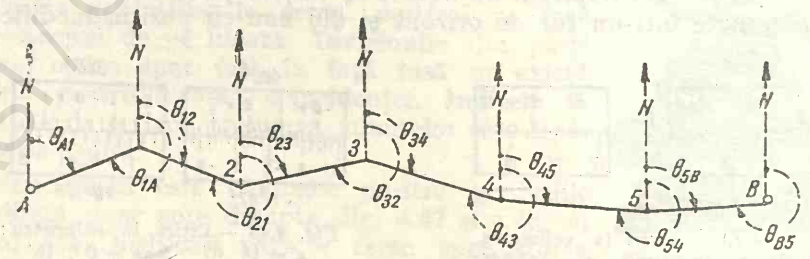


Fig. 4.49 — Drumuire busolară cu staţii curente

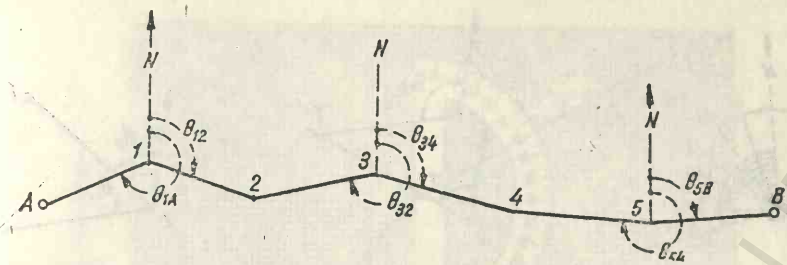


Fig. 4.50 — Drumuire busolară cu staţii sărite

elementele necesare determinării punctelor de drumuire s-au măsurat înainte (θ_{12}, θ_{34}, şi θ_{5B}) şi înapoi (θ_{1A}, θ_{32} şi θ_{54}). La fel şi distanţele şi unghiurile verticale. Controlul măsurării tuturor elementelor din teren se face cu luneta în poziţia a doua, ca în orice drumuire.

În tabelul 4.2 se dă un formular pentru ridicările cu busola inclusiv un exemplu numeric.

Tabel 4.2. **CARNET PENTRU RIDICĂRILE CU BUSOLA**

anul . . . . luna . . . . . ziua . . starea atmosferică . . . . . .

Staţie	Viză	Orientări	Unghiuri verticale	Distanţe		$\cos^2\varphi$ $\sin\varphi\cos\varphi$	Cote	Punctul	Schiţa
		g c	c g	citite	reduse				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	A	265 40	− 3 35	52,50		0,99723	600,00	A	
		65 50	+ 3 35	52,60			+2,75		
		65 45	+ 3 35	52,55	52,40	0,05252	602,75	1	
1		131 35	+15 70	45,80		0,94026	+10,84		
	2	331 30	−15 75	45,70				2	
		131 32	+15 72	45,75	43,02	0,23701	613,59		
		277 70	−26,60	72,40		0,83593	+26,85		
	2	77 60	+26 50	72,60				3	
		77 55	+26 55	72,50	60,60	0,37034	640,44		Cea de la fig. 4,50
3		114 60	+18 65	65,60		0,91643	+18,18		
	4	314 65	−18 70	65,80				4	
		114 62	+18 67	65,70	60,21	0,27674	658,62		
		308 75	− 7 15	38,20		0,98754	+4,24		
	4	108 80	+ 7 10	38,20				5	
		108 77	+ 7 12	38,20	37,72	0,11091	662,86		
5		92 40	− 2 20	55,20			−1,91		
	B	292 50	+ 2 20	55,40				B	
		92 45	− 2,20	55,30	55,30	0,03453	660,95		

În nota expeditivităţii ridicărilor busolare, distanţele sub unghiuri verticale mai mici de 3g se reduc cu unghiul vertical 0 (distanţa 5—*B*).

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

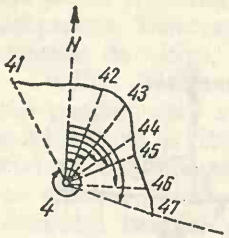


Fig. 4.51 — Metoda radierii

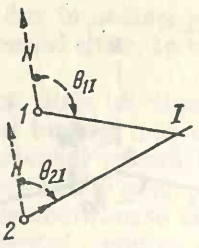


Fig. 4.52 — Intersecție înainte cu busola

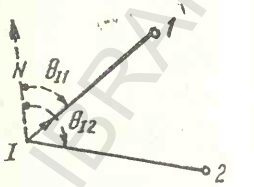


Fig. 4.53 — Intersecție înapoi cu busola

Mediile observațiilor înapoi (1—A, 3—2 și 5—4) se inversează atît ca orientări (col. 3) cît ca înclinare (col. 4). Eroarea de închidere pe cotă se compensează după criteriile arătate la tabelul 2.9.

4.142. **Metoda radierii.** Ridicarea propriu-zisă a detaliilor, limitelor, firelor de văi etc., se face prin metoda radierii (fig. 4.51).

Radierile se fac de obicei din punctele de drumuire astfel că, de fapt, metoda este a drumuirii cu radieri. Punctele radiate se determină funcție de aceleași categorii de mărimi ce se măsoară după ce s-au efectuat măsurătorile privind drumuirea și anume: orientări, distanțe și unghiuri verticale. Citirile se înscriu în același carnet la stația respectivă. Cotele se obțin la fel dar din cotele definitive ale punctelor din care se face radierea.

4.143. **Metoda intersecției.** Cu busola, metoda se aplică mai rar dar dă rezultate bune dacă distanțele sînt mici. Metoda este indicată ca intersecție înainte la determinarea unor puncte greu accesibile ca: un punct într-o rîpă pe un pisc sau pe apă etc. Ca intersecție înapoi se aplică și mai rar deși este avantajoasă întrucît necesită doar două vize.

În figura 4.52 și 4.53 se dau schemele unor asemenea intersecții. Se măsoară numai orientări. Dacă se cer și cote se vor măsura și unghiurile verticale iar distanțele se iau de pe grafic după raportarea punctelor.

4.15. RAPORTAREA RIDICĂRILOR CU BUSOLA

Raportarea ridicărilor cu busola se face pe hîrtie milimetrică (care dă direcția nordului în orice punct) cu ajutorul raportorului și al distanțierului în funcție de orientările laturilor și lungimile lor reduse. Intersecțiile se raportează numai cu raportorul.

Raportorul trebuie să fie cel puțin atît de mare cît cadranul busolei, să aibă aceeași gradație (centesimală sau sexagesimală) iar sensul gradației să fie invers celui al busolei.

Raportorul se așază întotdeauna cu centrul în punctul cunoscut, cu linia centru-zero pe direcția nordului (fig. 4.54). Se aplică mai întîi orientarea (direct după carnetul de teren) apoi distanța redusă cu distanțierul după ce se îndepărtează raportorul.

Pentru raportarea drumuirilor cu stații sărite este necesar ca orientările înapoi să fie transformate în orientări înainte, adică să se modifice cu 200^g.

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

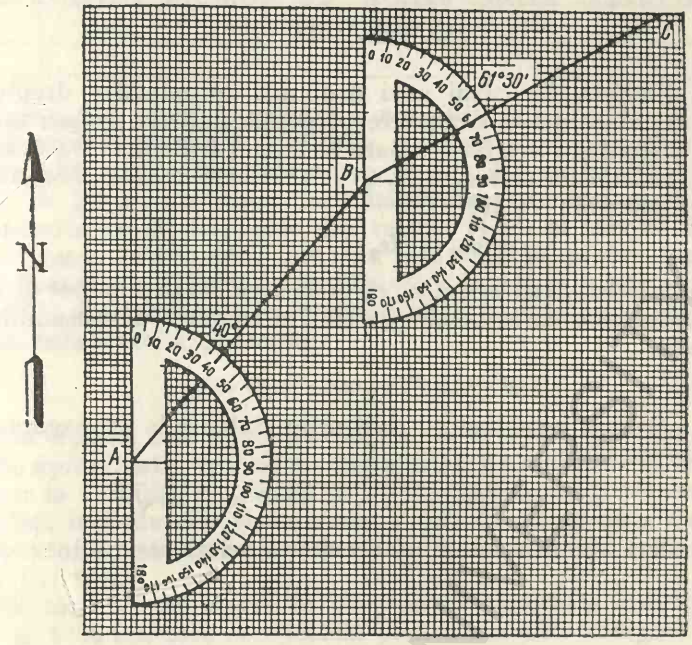


Fig. 4.54 — Raportarea unei drumuiri

Punctele de drumuire se raportează astfel, din aproape în aproape, pînă se ajunge în cel de al doilea punct de sprijin unde eroarea de închidere trebuie să fie mai mică decît toleranţa.

Compensarea se face tot grafic, ca în figura 4.55. Eroarea de închidere fiind $e = BB'$ (s-a ajuns în B') se împarte la numărul punctelor, în cazul acesta *6*, obţinîndu-se corecţia unitară, ce se aplică progresiv începînd cu punctul *1* pe direcţii paralele la BB'. Corecţiile sînt: $c_1 = -\frac{e}{6}$; $c_2 = -2\frac{e}{6}$; ... $c_6 = -6\frac{e}{6} = -e$.

Se unesc apoi punctele astfel obţinute şi rezultă drumuirea compensată (linie plină) subîntinsă între punctele de sprijin *A* şi *B*.

Punctele radiate din puncte de drumuire se raportează după ce a avut loc compensarea drumuirii.

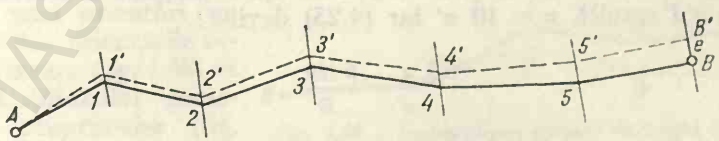


Fig. 4.55 — Compensarea grafică

BCUIASI / FENTAU / LIBRARY

4.16. PRECIZIA RIDICĂRILOR CU BUSOLA TOPOGRAFICĂ. CONCLUZII

4.161. **Precizia.** În cazul unei drumuiri aproximativ drepte efectul erorilor de orientare va da o abatere perpendiculară pe traseu iar cele de măsurare a distanţelor vor da o eroare în lungul traseului. Dacă erorile de măsurare a orientărilor sînt $e_1, e_2 \ldots e_n$ şi laturile sînt egale d, abaterea unghiulară de ansamblu va fi:

$$e_t = de_1 + de_2 + \ldots + de_n \tag{4.21}$$

Întrucît erorile efective $e_1, e_2, \ldots e_n$, ca erori accidentale, nu pot fi cunoscute se vor înlocui cu eroarea medie $\pm e$ cînd şi abaterea de ansamblu va fi o abatere medie.

$$a = \pm de + \ldots \pm de \tag{4.22}$$

Ridicînd la pătrat şi însumînd potrivit celor stabilite la propagarea erorilor întîmplătoare se obţine:

$$a = \pm \sqrt{(de)^2 + \ldots + (de)^2} = \pm de\sqrt{n} \tag{4.23}$$

Avînd în vedere că $D = nd$ şi omogenizînd relaţia se obţine:

$$a = \pm \frac{e}{\rho} \cdot \frac{D}{\sqrt{n}} \tag{4.24}$$

Legea de propagare este favorabilă deoarece procentual abaterea medie scade cu $\sqrt{n}$. De aici recomandarea practică de a se lucra cu laturi scurte pentru ca la aceeaşi lungime a traseului să se obţină un număr de laturi n cît mai mare. Dar laturile prea scurte reduc ritmul de lucru astfel că laturile curente ale ridicărilor cu busola, ţinînd seama de aceste realităţi, se recomandă să fie 30—50 m faţă de 60—80 m, cele ale ridicărilor tahimetrice.

Relaţia (4.24) este valabilă şi pentru propagarea erorilor de raportare pe hîrtie milimetrică deoarece orientarea fiecărei laturi şi deci erorile ce o caracterizează este independentă de celelalte.

Notînd cu a', e' şi d' elementele corespunzătoare pentru ridicarea tahimetrică şi făcînd raportul abaterilor, relaţiile 4.24 şi 4.111 (propagarea erorilor unghiulare în drumuiri) se obţine:

$$\frac{a}{a'} = \frac{e}{e'} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{n}\sqrt{n'}} \tag{4.25}$$

Să considerăm cazurile normale cînd $e = 20^c$ şi $e' = 1^c$ precum şi cazurile favorabile cînd $d = 20$ m şi $d' = 200$ m. La o lungime a traseului $D = nd = n'd'$ rezultă $n = 10\ n'$ iar (4.25) devine:

$$\frac{a}{a'} = \frac{2\,180}{D} \tag{4.26}$$

Valorile cîtorva raporturi sînt date în tabelul 4.3.

BCU IAŞI / CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

Tabelul 4.3. RAPORTUL $a : a'$ PENTRU UNELE DISTANȚE

D_m	500	1000	2000	2180	5000	10000
$a : a'$	4,4	2,2	1,1	1,0	0,44	0,22

Așadar, sub raportul măsurării unghiurilor, respectiv, a orientărilor, avantajul este de partea teodolitului (tahimetrului) numai atîta timp cît drumuirile sînt scurte deși măsurarea unghiurilor cu teodolitul se face cu o precizie de 20 ori mai mare decît măsurarea orientărilor cu busola.

Concluzia ce se desprinde din relația (4.24) și tabelul 4.3 de a se desfășura trasee de drumuiri lungi nu este valabilă pentru practică, decît în parte, deoarece măsurarea orientărilor cu busola mai este afectată întotdeauna și de erori sistematice (neidentificate) care se propagă după o lege mult mai nefavorabilă și anume:

$$e_{st} = e_{su} \cdot n \text{ sau } e_{st} = D \cdot \operatorname{tg} e_s$$

Dacă eroarea medie accidentală e se ia de $\pm 20^c$, se constată că efectul ei este aproximativ egal cu efectul erorilor de raportare la scara 1 : 2500 și mai mic la 1 :5000. Chiar dacă se iau în considerare toate erorile de măsurare adică inclusiv cele sistematice și cele de măsurare a distanțelor pe cale indirectă, erorile de măsurare rămîn mai mici decît cele de raportare la scara 1 : 5 000.

Prin urmare, de vreme ce precizia de raportare curentă la scările 1 : 5000 și 1 :10 000 este acceptabilă pentru anumite categorii de ridicări din sectorul forestier înseamnă că și ridicările cu busola sînt satisfăcătoare.

Din interpretarea relației (4.24) rezultă și o îngăduință sporită în ceea ce privește centrarea aparatului în stație în raport cu ceea ce se cere la ridicările goniometrice regulate, lucru de apreciat în terenuri accidentate fără a mai pune la socoteală și sporul de randament. Avînd în vedere diferitele cauze de erori se recomandă ca lungimea drumuirilor cu busola să nu depășească 1 000—2 000 m în raport cu precizia ce se urmărește.

4.162. **Concluzii.** Busola topografică este un instrument propriu pentru ridicările în care precizia grafică este suficientă.

Ridicările prezintă atît avantaje cît și dezavantaje. *Avantajele* decurg din măsurarea directă a orientărilor și anume: măsurarea în teren se face într-un ritm mai rapid dacă se aplică procedeul cu stații sărite; se reduc aproape total operațiile de calcul; raportarea se face cu multă ușurință pe hîrtie milimetrică; prezintă o lege de propagare a erorilor foarte favorabilă; o eventuală greșeală la măsurarea unei orientări nu va modifica orientările celorlalte laturi (fig. 4.56) ca în cazul ridicărilor goniometrice propriu-zise (fig. 4.57).

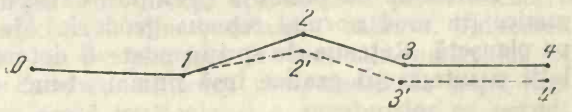


Fig. 4.56 — Localizarea greșelii orientărilor în cazul ridicării cu busola

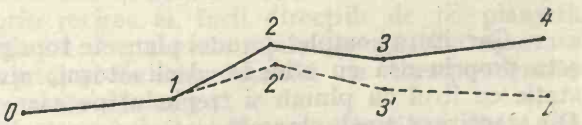


Fig. 4.57 — Transmiterea greșelii de unghi asupra orientărilor în cazul măsurării goniometrice

Dezavantajele decurg de asemenea din măsurarea directă a orientărilor şi anume: precizia de măsurare a orientărilor de $\pm 20^c$ este destul de slabă; rapiditatea operaţiilor, avantajată de metodă, este în parte micşorată din cauză că în fiecare punct trebuie să se aştepte oprirea oscilaţiilor acului; busola nu poate fi folosită acolo unde sînt influenţe magnetice locale; declinaţia magnetică, considerată constantă, este în continuă variaţie de valori dînd şi efecte sistematice ce reduc calitatea ridicărilor şi limitează lungimea drumuirilor; există o nesiguranţă din cauza eventualelor variaţii peste normal ale declinaţiei magnetice şi din cauza eventualelor influenţe magnetice locale.

În concluzie busola este un instrument apreciat în ridicările în care precizia grafică este suficientă. Calitatea ridicărilor poate spori dacă se lucrează cu busole teodolite de tip T_0 şi dacă raportarea se face iniţial la o scară mai mare, de exemplu 1 : 2500, scară la care erorile de măsurare sînt apropiate de cele de raportare.

4.2. RIDICĂRI CU PLANŞETA TOPOGRAFICĂ

4.20. NOŢIUNI INTRODUCTIVE

Ridicările cu planşeta topografică sînt ridicări propriu-zise grafice deoarece planul se obţine direct pe teren fără a se măsura unghiuri orizontale sau orientări. Nu se mai măsoară, propriu-zis, decît unghiuri verticale, dacă se cer şi cote, precum şi în unele metode de lucru care necesită şi măsurători de distanţe (pe cale indirectă).

Planul se construieşte direct pe teren atît pe bază de determinări specifice cît şi la vedere. Astfel probabilitatea de a se greşi este mai mică iar reprezentarea capătă un plus de expresivitate.

Ridicările cu planşeta sînt indicate pe suprafeţele mari ce trebuie reprezentate la scări medii şi mici (1 : 5000, 1:10 000, 1 : 25 000). Totodată sînt indicate pentru ridicarea unor suprafeţe mici la scări mari (1 : 100, 1 : 200, 1 : 500), cînd se cere rezolvată cu multă siguranţă o problemă de tehnică într-un teren dificil, de exemplu un viaduct într-o zonă de confluenţă a unor rîuri eventual în terenuri nestabile etc.

Ridicările cu planşeta presupun existenţa unei reţele de sprijin numerice (în mod normal reţeaua geodezică de stat) raportată în prealabil pe planşetă. Reţeaua de sprijin poate fi determinată şi grafic prin triangulaţii şi intersecţii grafice însă numai atunci cînd instrucţiunile o permit.

4.21. PLANŞETA TOPOGRAFICĂ

Garnitura completă a unei planşete topografice se compune din: planşeta propriu-zisă cu alidada, declinatorul, nivela de calare, compasul de staţie cu firul cu plumb şi trepiedul pe care se montează instrumentul. Din garnitura unei planşete mai fac parte: stadiile, jaloanele, umbrela, ruleta precum şi accesoriile de desenat şi calculat. Calculele ce eventual

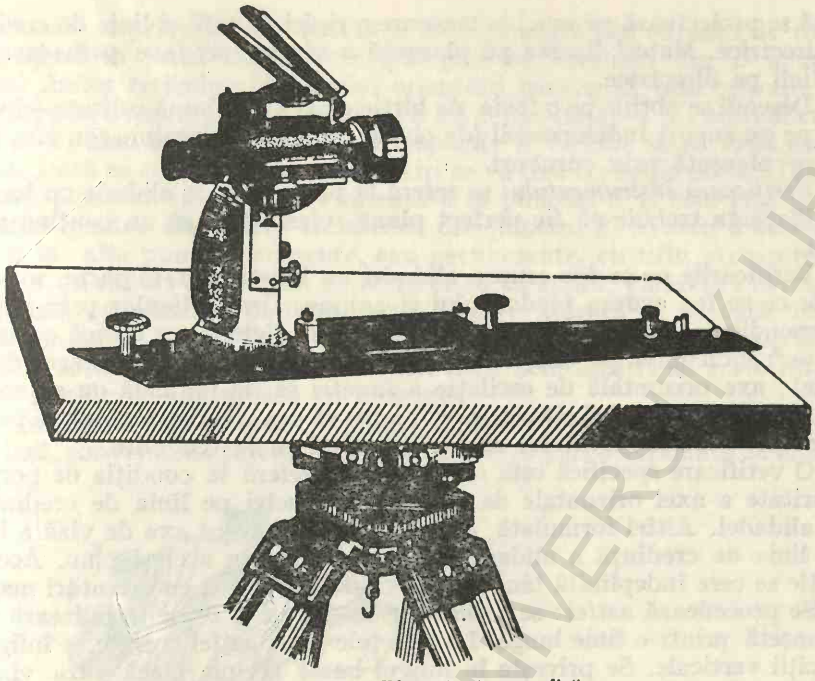


Fig. 4.58 — Planșeta topografică

șînt necesare se referă la reducerea la orizont a distanțelor măsurate indirect și la calculul diferențelor de nivel.

Planșeta propriu-zisă este construită din lemn, ușor, uscat, eventual din aluminiu (fig. 4.58). Pe partea inferioară are aplicată o placă din bronz sau dintr-un metal nemagnetic, prin care se face fixarea planșetei pe trepied și totodată îi permite anumite mișcări de rotire și translație. Mișcările permit așezarea instrumentului în stație în așa fel încît în poziție de lucru planșeta să fie orizontală, iar punctul figurativ de pe planșetă să se găsească la verticala aceluiași punct din teren. *Orizontalizarea* planșetei se obține cu ajutorul unei nivele ce se așază pe planșetă pe două direcții aproximativ perpendiculare și se acționează din șuruburile calante. Aducerea punctului de pe planșetă la verticala punctului de stație se face cu ajutorul *compasului de stație* (fig. 4.59) care arată verticala și a șuruburilor ce permit deplasarea planșetei. În poziție de lucru planșeta trebuie să fie *orientată*, adică adusă într-o astfel de poziție, prin rotirea ei, încît direcțiile de pe planșetă (determinate de punctele rețelei de sprijin raportate pe planșetă) și fie aduse paralel cu corespondentele lor orizontale din teren.

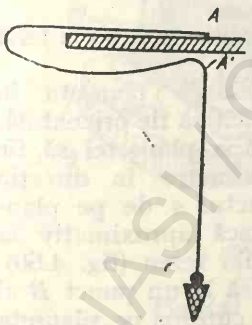


Fig. 4.59 — Compas de stație

Vizarea și materializarea direcțiilor din teren pe planșetă se fac cu ajutorul alidadei cu lunetă. Axa

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

de viză se proiectează pe muchia trasoare a riglei numită și linie de credință sau directrice. Materializarea pe planșetă a vizelor se face prin trasarea unei linii pe directrice.

Desenul se obține pe o foaie de hîrtie de cea mai bună calitate (ciocan) lipită pe un suport indeformabil (de obicei o foaie de aluminiu sau zinc etc.) fixat pe planșetă prin șuruburi.

Verificarea instrumentului se referă la planșetă și la alidada cu lunetă.

Planșeta trebuie să fie perfect plană, elastică și să nu conțină piese de fier.

Verificările ce se fac asupra alidadei cu lunetă sînt, în parte, identice cu cele ce se fac asupra teodolitului și anume: firul reticular principal să fie perpendicular pe suprafața inferioară (talpa) riglei; axa optică a lunetei să fie perpendiculară pe axa orizontală de oscilație a lunetei (eroarea de colimație); axa orizontală de oscilație a lunetei să fie paralelă cu suprafața inferioară (talpa) riglei și citirea la eclimetru să dea efectiv unghiul de pantă. Aceste verificări și rectificări se fac întocmai ca la teodolite.

O verificare specifică este aceea care se referă la condiția de perpendicularitate a axei orizontale de oscilație a lunetei pe linia de credință a riglei alidadei. Altfel formulată, acestă condiție cere ca axa de viză a lunetei și linia de credință a alidadei să fie cuprinse în același plan. Această condiție se cere îndeplinită bine atunci cînd se lucrează cu orientări magnetice. Se procedează astfel: se vizează la un punct și se materializează viza pe planșetă printr-o linie lungă. La capetele liniei astfel trasate se înfig ace în poziții verticale. Se privește în lungul bazei acelor. Dacă raza vizuală intersectează același punct, condiția este îndeplinită. În caz contrar se vor slăbi șuruburile ce fixează piciorul de sprijin de riglă, se va roti ușor piciorul pe suport, se va bloca și se va repeta operația.

Orientarea planșetei. Dacă ridicarea se face în cadrul unei rețele de sprijin, orientarea planșetei se face în unul din punctele rețelei de sprijin. Evident, este necesar să se dispună de planșeta cu punctele rețelei de sprijin raportate pe ea și totodată punctele rețelei de sprijin să fie semnalizate pentru a se putea viza la ele. În acest caz, condiția de orientare enunțată mai sus, și anume ca direcțiile de pe planșetă să fie paralele cu corespondentele lor orizontale din teren se particularizează astfel: liniile de pe planșetă ce converg în punctul de stație să se suprapună cu corespondentele lor orizontale din teren.

Orientarea planșetei într-un punct al rețelei de sprijin decurge în felul următor:

— se instalează planșeta în punct în așa fel încît să fie orizontală, muchia meridiană a planșetei să fie îndreptată aproximativ în direcția nordului, iar punctul *a* de pe planșetă să se găsească aproximativ la verticala lui *A* din teren (fig. 4.60).

— se vizează la un punct *B* al rețelei de sprijin cuprins pe planșeta *b* și evident semnalizat. Pentru aceasta se duce linia de credință în tangență

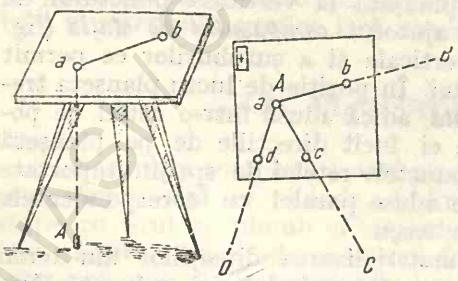


Fig. 4.60 — Orientarea planșetei

cu linia *ab*, se privește prin lunetă și se acționează din șurubul de rotație al planșetei în jurul axului principal pînă ce semnalul din *B* apare în centrul firelor reticulare. Controlul orientării, pentru că prin operația arătată planșeta a fost orientată, se face cu o a doua viză *a—c* și eventual cu o a treia *a—d*, cînd semnalele din *C* și respectiv *D* trebuie să se vadă axial în lunetă. Dacă se constată mici nepotriviri se va fixa o poziție medie. În acest moment planșeta este definitiv orientată în punctul *A* și este prin urmare pregătită pentru efectuarea ridicărilor din punctul *A*. Pentru a se orienta ușor și în alte puncte cunoscute, sau necunoscute, cu titlu provizoriu sau definitiv, în raport cu metoda de lucru ce se va aplica, planșeta orientată se marchează cu ajutorul declinatorului. Pentru aceasta se notează direcția acului magnetic în echilibru, dacă declinatorul este fixat pe planșetă, sau se așază astfel într-un colț al planșetei încît acul liniștit să arate zero. Această poziție se conturează cu creionul.

În figura 4.61 se arată o planșetă ultramodernă: cu luneta de înclinare fixă, convenabilă privirii, combinată cu o prismă *4* acționată de moleta *6*

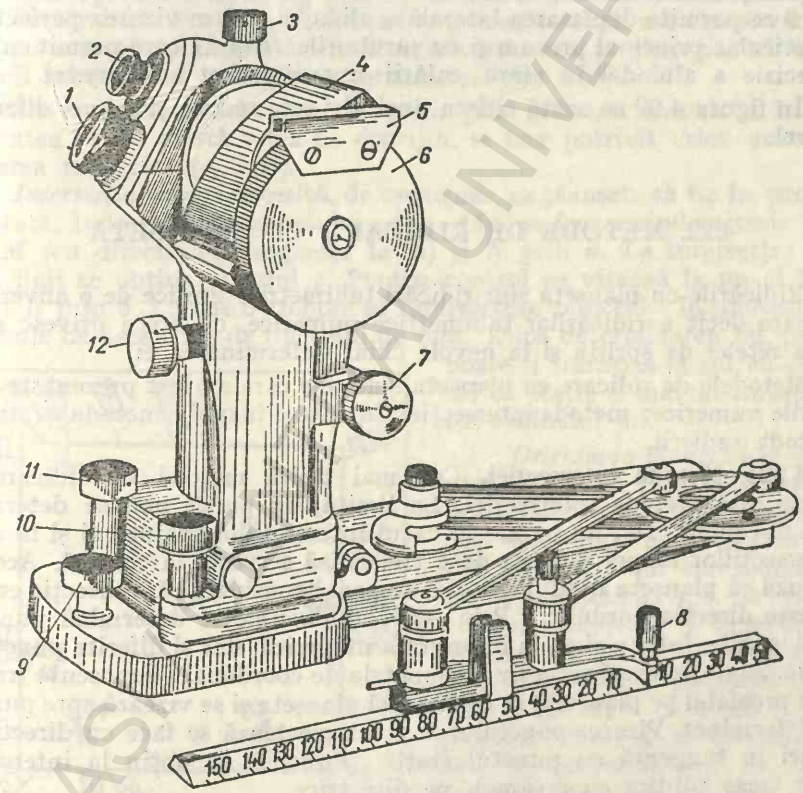


Fig. 4.61 — Planșeta Kern RK cu alidadă autoreductoare:

1 — ocular lunetă neînclinabilă; *2* — ocular citire cerc vertical; *3* — șurub de blocaj cerc vertical; *4* — prisma obiectivului; *5* — cătare; *6* — moleta mișcărilor mari pe verticală; *7* — moleta punere la punct imaginea; *8* — înțepător; *9* — șurub de mici deplasări laterale; *10* — șurub de fină calare laterală; *11* — șurub de fină calare longitudinală; *12* — șurub de fină mișcare a cercului vertical

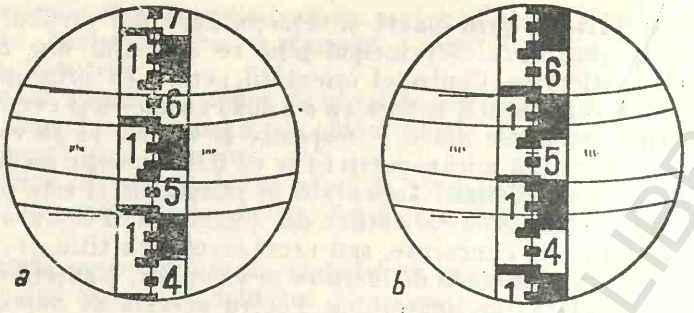


Fig. 4.62 — Exemplu de citire cu luneta Kern

a — distanța redusă; $\frac{1{,}632 - 1{,}500}{0{,}132 \times 100} = 13{,}2$ m; *b* — diferența de nivel: $\frac{1{,}562 - 1{,}500}{0{,}062 \times 50} = 3{,}1$ m

ce suplinește înclinarea lunetei; cu lunetă (alidadă) autoreductoare; cu șurub *9* ce permite deplasarea laterală a alidadei și deci vizarea perfectă cu firul reticular principal precum și cu șuruburile *10* și *11* care permit calarea de precizie a alidadei în afara calării aproximative a planșetei.

În figura 4.62 se arată citirea unei distanțe reduse și a unei diferențe de nivel.

4.22. METODE DE RIDICARE CU PLANȘETA

Ridicările cu planșeta sînt ridicări tahimetrice grafice de o anvergură mai mare decît a ridicărilor tahimetrice numerice, deoarece privesc și îndesirea rețelei de sprijin și la nevoie chiar determinarea ei.

Metodele de ridicare cu planșeta sînt cele care au fost prezentate și la ridicările numerice: metoda intersecției (înainte și înapoi), metoda drumuirii și metoda radierii.

4.221. **Metoda intersecției.** Cea mai tipică metodă de ridicare cu planșeta este metoda intersecției. La limită, un punct nou se determină numai din două vize, nu numai în cazul intersecțiilor înainte ci și în acela al intersecțiilor înapoi, iar cea de a treia viză servește la control. Aceasta din cauză că planșeta fiind orientată, se poate considera că o direcție cunoscută este direcția nordului. Prin *intersecții înainte* se determină punctele nestaționabile, întocmai ca la intersecția numerică, dar și diferite puncte de îndesire. Se staționează succesiv în punctele de coordonate cunoscute (raportate în prealabil pe planșetă) se orientează planșeta și se vizează spre punctele de determinat. Vizarea punctului ce se intersectează se face cu directricea alidadei în tangență cu punctul stație. Punctele se obțin la intersecția liniilor trase subțire cu creionul, pe directrice.

În figura 4.63 se arată intersectarea punctului *S* din două puncte *M* și *N* iar în figura 4.64 se arată controlul din cel de al treilea punct *B*. Cele trei vize trebuie să se intersecteze în același punct în limitele unor toleranțe

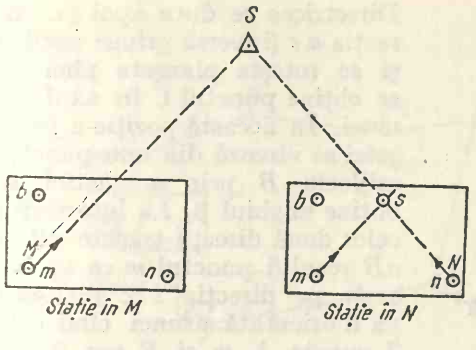


Fig. 4.63 — Intersecție înainte cu planșeta din două puncte

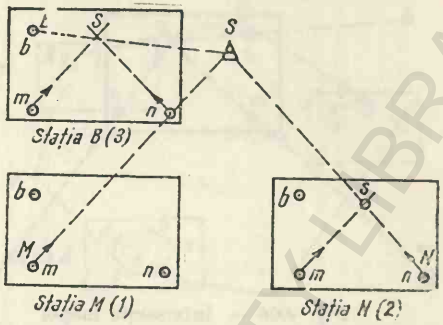


Fig. 4.64 — Controlul intersecției înainte din al treilea punct

de fracțiuni de mm. Punctul definitiv se ia în centrul triunghiului de eroare format. În practică, dintr-un punct cunoscut se vizează la mai multe puncte de determinat. Pentru a nu se încărca planul cu linii, acestea se vor trasa doar pe manșeta planșetei urmînd ca intersectarea propriu-zisă să se facă cu linii scurte doar în regiunea punctului (fig. 4.65).

Determinarea unei rețele de sprijin prin interesecții înainte, în eventualitatea că nu există rețea de dsprijin, se face potrivit celor arătate la ridicarea numerică (§ 2.53).

Intersecția înapoi necesită, de asemenea, ca planșeta să fie în prealabil orientată. Determinarea punctului *s* (fig. 4.66) se face vizînd succesiv punctele *M* (cu directricea tangentei la *m*) și *N* prin *n*. La intersecția celor două linii se obține punctul *s*. Pentru control se vizează la un al treilea punct *B* prin *b*. Linia *bB* trebuie să intersecteze punctul *s* în limitele unei toleranțe de asemenea de fracțiuni de mm. După determinarea lui, punctul poate fi transpus la sol cu compasul de stație și marcat corespunzător ordinului lui.

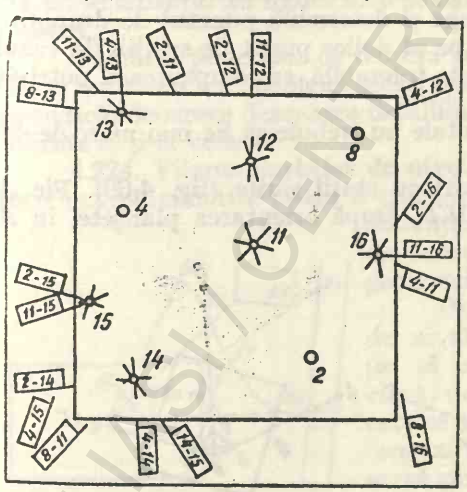


Fig. 4.65 — Marcarea direcțiilor pe manșeta planșetei

Orientarea planșetei în puncte necunoscute se face de obicei *prin procedeul Bessel.* Presupunem cazul (fig. 4.67) unde punctele cunoscute sînt *A*, *B* și *C* iar corespondentele lor pe planșetă *a*, *b*, *c*. Se cere orientarea planșetei și determinarea poziției *d* a punctului de stație *D*. Pentru orientarea planșetei se consideră succesiv ca stații o dată punctul *c* apoi *a*. Se duce directricea pe direcția *c a* și se rotește planșeta pînă ce punctul *A* este văzut în axul lunetei. Cu planșeta în această poziție se duce viza *c B* materializîndu-se astfel unghiul α.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

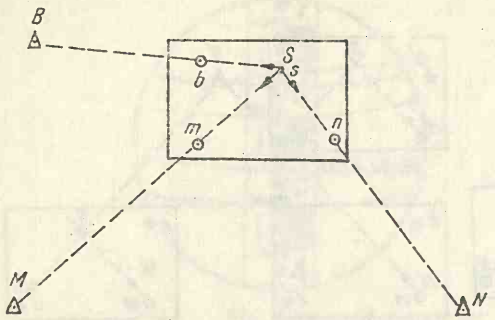


Fig. 4.66 — Intersecția înapoi

Directricea se duce apoi pe direcția *a c* (inversă primei poziții) și se rotește planșeta pînă ce se obține punctul *C* în axul lunetei. În această poziție a planșetei se vizează din nou punctul mijlociu *B* prin *a*. Astfel se obține unghiul β. La intersecția celor două direcții trasate *cB* și *aB* rezultă punctul *m* ce se găsește pe direcția *bB*. Planșeta va fi orientată atunci cînd cele 3 puncte, *b*, *m* și *B* vor fi coliniare. După orientare, punctul *d* se obține potrivit celor arătate la (fig. 4.66).

În general se recomandă ca determinarea punctelor prin intersecții să se facă prin vize cît se poate de scurte (să nu depășească 10 cm pe plan).

Cotele punctelor intersectate se calculează din punctele din care s-au determinat planimetric, funcție de unghiurile verticale măsurate și distanțele luate pe plan, utilizînd relațiile generale (3.77).

4.222. **Metoda drumuirii.** Funcțiile drumuirilor sînt cele prezentate la drumuirile clasice, tahimetrice și busolare. Se disting drumuiri instrumentale și drumuiri busolare.

Drumuirile instrumentale sînt drumuiri cu stații curente (fig. 4.68). Orientarea planșetei în fiecare punct de drumuire se face din aproape în aproape. Plecîndu-se din *F* se vizează prin *f* la punctele învecinate *E* și *G*, se materializează direcțiile, se măsoară distanțele pe cale indirectă, se reduc la orizont și se aplică la scară cu ajutorul distanțierului obținîndu-se astfel punctele *e* și *g*. Apoi se mută planșeta în punctul următor *G*, proaspăt determinat, se orientează pe direcția *g f*, care prin aceasta se aduce în corespondență cu *GF* (și *gF*) apoi se alege și determină punctul de drumuire următor *A* etc. Eroarea de închidere pe al doilea punct de sprijin (în cazul acesta pe punctul de plecare), dacă este tolerabilă, se compensează potrivit schemei de la figura 4.55.

Lungimea drumuirilor instrumentale nu trebuie să fie mai mare de 20 cm, pe plan.

Drumuirile busolare sînt drumuiri cu stații sărite (fig. 4.69). Fie *A* punctul de plecare pe traseul *ABCDEF*. După orientarea planșetei în *A*

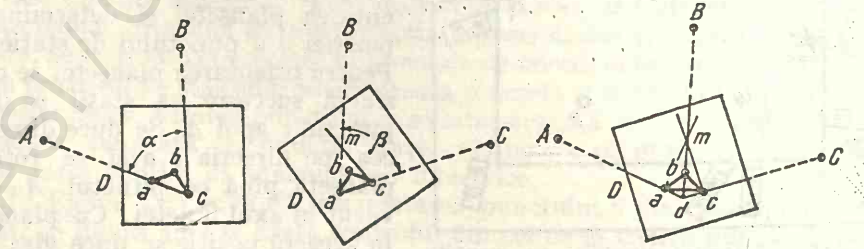


Fig. 4.67 — Orientarea planșetei prin procedeul Bessel și intersecția înapoi

BCU IAȘI / CNU

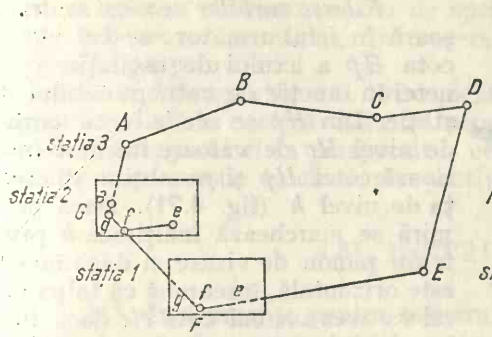


Fig. 4.68 — Drumuiri cu planșeta cu stații curente

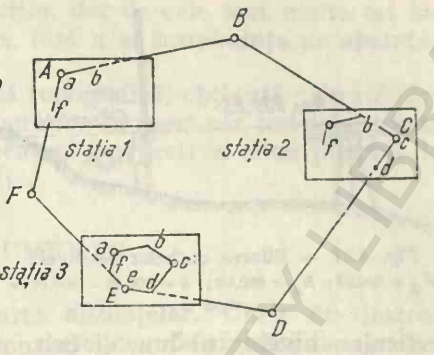


Fig. 4.69 — Drumuiri cu stații sărite

și stabilirea poziției zero a acului busolei se determină punctele învecinate *f* și *b* întocmai ca la drumuirea instrumentală (în stația *1*). Planșeta se mută apoi în *C* (stația *2*) sărindu-se peste *B* și se orientează cu busola. Pentru determinarea punctului *c* se vizează punctul *B* cu directricea peste *b*. Pe direcția astfel obținută se aplică din *b* distanța *cB* măsurată la stadie și redusă la orizont și la scară. Odată cunoscută poziția punctului *c* se transpune la sol, apoi se determină punctul de drumuire nou vizînd prin *c* la *D* etc.

Lungimile drumuirilor busolare nu trebuie să depășească 10 cm, pe plan.

4.223. **Metoda radierii.** Prin radieri se ridică majoritatea punctelor de detaliu. Din puncte cunoscute, se duc vize spre punctele de determinat în așa fel încît directricea alidadei să treacă prin punctul de stație. Se măsoară distanța pe cale indirectă, se reduce la orizont și se aplică pe direcția materializată. În figura 4.70 se arată ridicarea unor detalii prin metoda radierii.

Numărul punctelor de detaliu ce se ridică direct cu planșeta este de obicei mult mai mic, pentru aceeași scară, față de cel necesitat de o ridicare numerică, deoarece desenarea detaliilor se face nu numai funcție de punctele ridicate ci și la vedere.

4.224. **Filarea curbelor de nivel.** În general, cota oricărui punct determinat planimetric poate fi calculată funcție de unghiul de pantă și de distanță. În terenurile de șes se poate lucra cu luneta orizontală efectuîndu-se nivelment geometric.

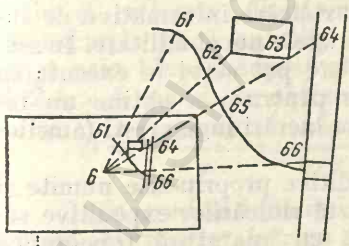


Fig. 4.70 — Ridicarea detaliilor prin radieri

Pentru trasarea reliefului prin curbe de nivel se poate proceda în două moduri: fie că se determină cotele unui număr suficient de puncte caracteristice în funcție de care se trasează curbele de nivel prin interpolare cu izometrul și la vedere, fie că se trasează prin *filare*, adică se determină de-a dreptul punctele prin care vor trece curbele de nivel.

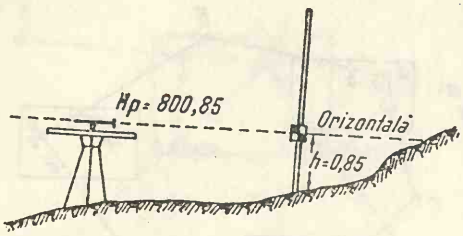


Fig. 4.71 — Filarea curbelor de nivel: $H_p = 800{,}85$; $H_c = 800{,}00$; $h = 800{,}85 - 800{,}00 = 0{,}85$ m

Filarea curbelor de nivel se desfăşoară în felul următor: se calculează cota *Hp* a axului de oscilaţie a lunetei în funcţie de cota punctului de staţie. Din *Hp* se scade cota curbei de nivel *Hc* de valoare imediat inferioară cotei *Hp* şi se obţine diferenţa de nivel *h* (fig. 4.71). Dacă pe o mină se marchează înălţimea *h* printr-un panou de vizare şi dacă luneta este orizontală, înseamnă că talpa mirei va avea tocmai cota *Hc* dacă firul reticular nivelor al lunetei orizontale va intercepta centrul panoului de vizare. Practic, un lucrător se va deplasa pe teren cu mira şi dirijat de operator, va căuta punctul unde viza orizontală va intercepta centrul panoului. Punctelor astfel determinate urmează a li se determina poziţia planimetrică (de obicei prin radieri sau drumuiri). Pe acolo va trece linia de nivel respectivă.

Trasarea curbelor de nivel pe planşetă se face unind punctele de aceeaşi cotă (punctele aceleiaşi curbe de nivel) observînd totodată şi terenul.

4.225. Concluzii. Ridicările cu planşeta prezintă avantajul de a permite realizarea unei mari economii de puncte (de determinat) şi de calcule. Totodată planul capătă un plus de expresivitate.

Ridicările cu planşeta reclamă o deosebită acurateţe de execuţie care nu se poate realiza decît printr-o grijă deosebită.

Ridicările cu planşeta prezintă dezavantajul de a fi ridicări în exclusivitate grafice astfel că după planul redactat nu se pot obţine planuri derivate la scări mai mari ci numai la scări mai mici. Instrumentul cu volumul şi greutatea lui reprezintă, de asemenea, un dezavantaj. Faţă de celelalte ridicări, exigenţa pentru vreme este mai mare (să nu plouă, să nu bată vîntul, instrumentul trebuie protejat sub umbrelă etc.).

4.3. RIDICĂRI EXPEDITIVE ŞI DIN VEDERE

4.30. NOŢIUNI INTRODUCTIVE

Metodele expeditive şi din vedere sînt metode aproximative, de mare randament, potrivite pentru efectuarea unor ridicări informative de interes geografic, turistic, istoric, precum şi pentru unele nevoi militare. În sectorul forestier, metodele expeditive şi din vedere pot servi la executarea unor ridicări prealabile, cu caracter documentar, pentru a se obţine un inventar al terenurilor unde urmează a se proiecta lucrări inginereşti (ameliorative etc.).

Ridicările expeditive pot fi ridicări expeditive propriu-zise numite şi semiinstrumentale şi ridicări din vedere. În cazul ridicărilor expeditive semiinstrumentale, reţeaua de sprijin se ridică cu aparatură topografică propriu-zisă iar detaliile se ridică fie cu aparatură expeditivă fie numai din vedere. Ridicările expeditive din vedere pot utiliza o aparatură rudi-

mentară pentru ridicarea reţelei de sprijin, dar de cele mai multe ori întreaga ridicare se face numai din vedere, fără a se întrebuinţa un aparataj topografic propriu-zis.

Crochiul perspectiv este tot o piesă topografică, obţinută prin ridicări expeditive, însă la o scară variabilă progresiv. În acest caz terenul nu este proiectat ortogonal ci în perspectivă, centrul perspectivei fiind punctul de unde se întocmeşte crochiul perspectiv.

4.31. INSTRUMENTE

4.311. **Instrumente pentru măsurarea distanţelor.** Unele din instrumentele topografice prezentate în cadrul metodelor de ridicări topografice propriu-zise sînt folosite şi în ridicările expeditive ca: barometrul, busola de mînă, echerul, ruleta, stadia etc. Instrumentele specifice ridicărilor expeditive şi din vedere sînt: planşeta cu bretele, binoclul, telemetrul, rigla gradată în miimi, milimetri sau paşi, eclimetrul etc.

Planşeta cu bretele. Planul se obţine de-a dreptul pe teren, pe o planşetă uşoară (fig. 4.72) de circa 25/35 din placaj, sau carton, prevăzută cu bretele pentru a putea fi ţinută aproximativ orizontală la înălţimea pieptului. Într-un colţ al planşetei este fixată o busolă ce serveşte la orientarea planşetei. Vizarea şi trasarea liniilor drepte şi aplicarea distanţelor pe plan se face cu ajutorul unei rigle.

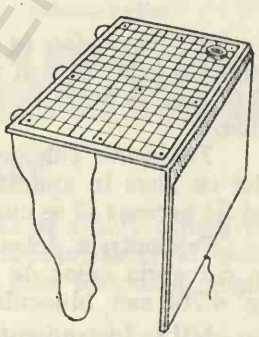


Fig. 4.72 — Planşeta cu bretele

Binoclul cu scală, numit şi binoclu de artilerie, serveşte la măsurarea distanţelor. Gradaţiile (fig. 4.73) sînt unghiulare. Cea mai mică gradaţie valorează, de obicei $e = 5$ miimi, adică de la o depărtare D de 1000 m o lungime d de 5 m va fi văzută în binoclu de mărimea celei mai mici gradaţii (fig. 4.74).

$$D = \frac{1\,000 \cdot d}{e \cdot n} = \frac{1\,000 \cdot 5}{5} = 1\,000 \qquad (4.27)$$

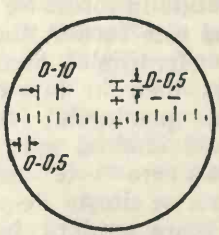


Fig. 4.73 — Scara binoclului

Dacă se cunosc dimensiunile unor obiecte ce se văd în depărtare şi se cere distanţa aproximativă pînă la ele, vor fi privite cu binoclu şi estimate diviziunile ce le suprapun. De exemplu dacă un stîlp de telegraf de 6 m, văzut prin binoclu suprapune 2,4 diviziuni, adică $2{,}4 \times 5$ miimi, se obţine:

$$D = \frac{1\,000 \cdot d}{e \cdot n} = \frac{1\,000 \cdot 6}{5 \cdot 2{,}4} = 500 \text{ m}.$$

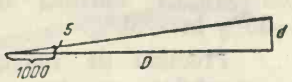


Fig. 4.74 — Principiul măsurării distanţelor cu binoclul

Rigla gradată în miimi serveşte tot la măsurarea distanţelor într-un fel asemănător măsurării cu binoclul. Mărimea gradaţiilor pe riglă este de 0,6 mm, considerînd că rigla se ţine la

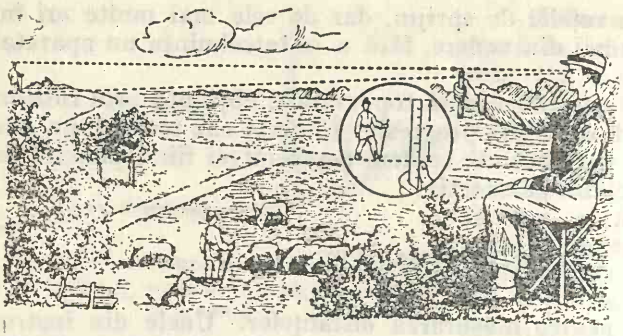


Fig. 4.75 — Măsurarea distanțelor cu rigla gradată în miimi

o distanță de 60 cm de ochiul observatorului cînd 0,6 mm : 60 cm = = 1 : 1000. Dacă un om în picioare (fig. 4.75), apreciat la 1,70 m înălțime, este văzut sub șapte diviziuni, distanța D la care se găsește se calculează tot cu relația (4.27), unde $e = 1$.

$$D = \frac{1\,000 \cdot d}{n} = \frac{1\,000 \cdot 1{,}7}{7} = 240 \text{ m}$$

În cazul riglei gradate milimetric relația (4.27) ia forma

$$D = \frac{600}{n} \cdot d.$$

Riglele gradate în pași și în timpi. Dacă distanța se măsoră în pași se stabilește echivalentul unui număr rotund de pași în metri, sau de-a dreptul în mm, la scara de redactare și se întocmește o scară grafică corespunzătoare.

Telemetre. Telemetrele sînt instrumente optice de măsurare a distanțelor cu baza în aparat, astfel că distanțele se citesc de-a dreptul fără să mai fie necesar să se cunoască o lungime în punctul observat.

Telemetrele folosite în ridicările expeditive sînt telemetre de mînă, din categoria celor de campanie, sau de vînătoare și pot fi monooculare (fig. 4.76) sau binoculare (fig. 4.77).

4.312. **Instrumente pentru măsurarea pantelor.** Măsurarea pantelor se poate face cu eclimetrul (fig. 4.78) sau cu declivimetrul (fig. 4.79).

Declivimetrul este un instrument pendulat alcătuit din trei piese: o greutate în formă de liră, un colimator și un inel de suspensie. Colimatorul este format dintr-o lupă prin care se vede la infinit o scară gradată.

În timpul lucrului, declivimetrul se ține suspendat într-un deget (prin inel) în fața ochiului. Linia de viză zero este perpendiculară pe axul pendulului astfel că atunci cînd el este vertical linia zero este orizontală. Panta se citește de-a dreptul pe scara gradată în dreptul liniei ce suprapune obiectul privit prin vedere liberă. Cîmpul gradat variază de la −35% la +35%.

Precizia de măsurarea a pantelor poate atinge 0,5%.

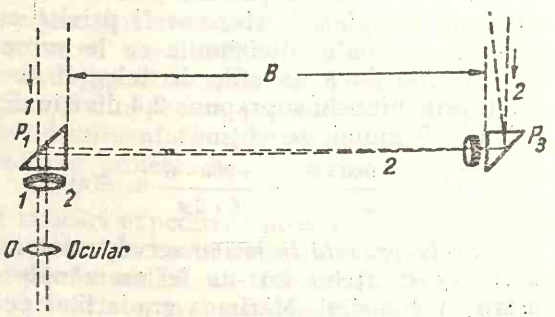


Fig. 4.76 — Telemetru monocular — schema optică

4.313. **Evaluarea distanţelor pantelor şi din vedere.** Evaluarea distanţelor din vedere este, în mare măsură, problemă de deprindere adică de evaluări controlate, repetate în condiţii diferite de distanţe şi teren.

Evaluarea distanţelor din vedere se întemeiază pe faptul că obiectele mai apropiate se văd mai mari, mai clar şi cu mai multe detalii. Se va observa că: obiectele mai luminate şi de culori mai deschise par mai apropiate; diferenţa de culori apropie obiectele (obiecte negre iarna pe zăpadă); în teren de şes distanţele par mai mici; privite de sus distanţele par mai mari şi invers.

Pantele se apreciază mai bine cînd sînt privite lateral; privite de jos par mai mari şi invers.

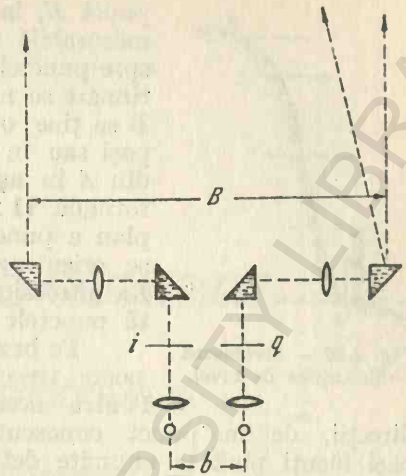


Fig. 4.77 — Telemetru binocular — schema optică

Diferenţele de nivel se pot evalua prin compararea înălţimilor cunoscute cu diferenţa de nivel de evaluat. De exemplu: dacă diferenţa de nivel este de 3,5 ori mai mare decît un om apreciat la 1,70 m, diferenţa de nivel va fi $1{,}70 \times 3{,}5 = 6$ m (fig. 4.80).

4.32. METODE DE RIDICARE

4.321. **Ridicarea expeditivă din vedere.** Metoda se aplică atunci cînd nu se dispune de o reţea de sprijin şi cînd caracterul informativ al lucrării nu ar justifica determinarea unei reţele de sprijin prin metode topografice propriu-zise.

În acest caz, reţeaua de sprijin necesară ridicărilor se va determina expeditiv prin intersecţii grafice, pe planşeta cu bretele. Pentru aceasta se alege un punct *A* predominant şi bine identificabil din diverse puncte ale suprafeţei de ridicat. Se merge cu planşeta în punctul *A* şi se raportează în aşa fel pe planşeta orientată, încît regiunea de ridicat să poată fi cuprinsă pe planşetă. Din punctul *A* se duc vize spre puncte bine identificate ca: fîntîni, copaci izolaţi, case etc. şi spre un

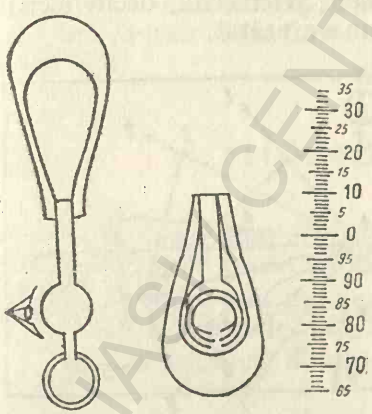


Fig. 4.78 — Evaluarea unghiului de pantă cu eclimetrul

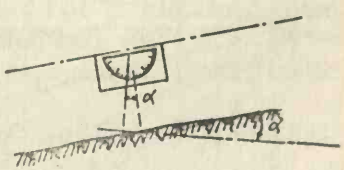


Fig. 4.79 — Declivimetrul (eclimetru cu colimator)

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

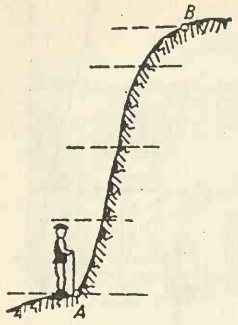


Fig. 4.80 — Evaluarea diferenţelor de nivel

punct *B*, în aşa fel ales încît distanţa *AB* să fie măsurabilă şi totodată din *B* să existe vizibilităţi spre punctele *1, 2, 3* vizate din *A* (fig. 4.81). În continuare se măsoară distanţa *AB* (cu binoclul cînd în *B* se ţine o prăjină de lungime cunoscută, sau în paşi sau în timpi de parcurs) şi se aplică pe plan din *A* în aşa fel încît să rezulte o scară generală rotundă (1 : 5 000 — 1 : 20 000). După stabilirea pe plan a punctului *B* se staţionează cu planşeta în *B* se orientează şi vizează spre punctele *1, 2, 3* etc. La întretăierea vizelor conjugate se obţin pe planşetă punctele *1, 2, 3* etc. (fig. 4.82).

Pe baza reţelei de sprijin astfel determinată se poate trece la desenarea unor linii ale terenului. Pentru aceasta se va parcurge terenul pe diferite direcţii, de la punct cunoscut la punct cunoscut, urmărind dublii paşi făcuţi pînă la anumite detalii ce trebuie să figureze pe desen ca: drumuri, ape etc. şi se aplică la scară. Din punctele determinate se fac şi radieri din vedere. Ridicarea se combină şi cu metoda absciselor şi ordonatelor cînd unghiul drept se ia din vedere sau cu un echer iar distanţele se iau cu un mijloc oarecare (de exemplu cu telemetrul, cu binoclul sau la vedere). Punctele de detaliu astfel obţinute sînt unite apoi la vedere după forma detaliilor şi se aplică semnele convenţionale.

Odată cu parcurgerea terenului se desenează din aproape în aproape şi formele de teren. Pentru aceasta se stabileşte din capul locului succesiunea înălţimii punctelor cunoscute şi a înălţimilor unor puncte caracteristice ale terenului. Dacă terenul este accidentat este bine să se facă uz de altimetre.

4.322. **Ridicarea expeditivă semiinstrumentală.** O asemenea ridicare se face atunci cînd se cere o precizie mai mare decît aceea pe care o pot da ridicările din vedere. În astfel de cazuri reţeaua de sprijin, dacă nu există, se va ridica prin metode topografice propriu-zise. Îndesirea reţelei de sprijin şi ridicarea detaliilor se fac de la caz la caz, expeditiv, adică cu instrumente expeditive ca: binoclul şi o stadie, telemetrul, declivimetrul etc., eventual de-a dreptul din vedere, aşa cum s-a arătat.

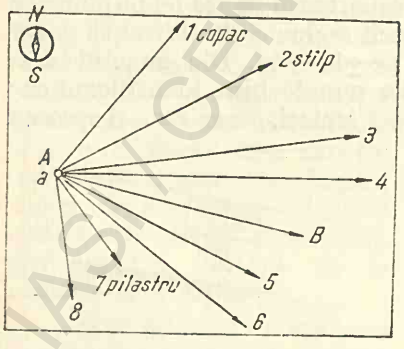


Fig. 4.81 — Lucrări pentru determinarea expeditivă a reţelei de sprijin

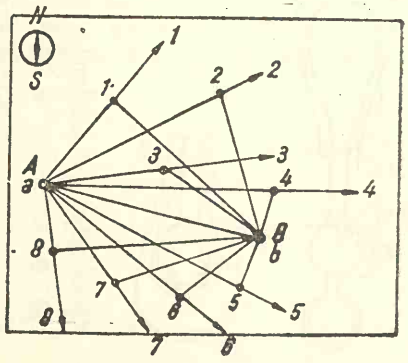


Fig. 4.82 — Determinarea punctelor de sprijin prin intersecţii expeditive

5. ELEMENTE DE GEODEZIE

5.0. CUNOȘTINȚE GENERALE

5.00. OBIECTUL GEODEZIEI

În accepțiune cu totul generală, geodezia se definește ca fiind știința ce se ocupă cu determinarea formei și dimensiunilor globului pămîntesc în ansamblul lui și pe porțiuni. În accepțiune restrînsă, de geodezie țin acele lucrări ce se desfășoară pe suprafețe mari, ce necesită luarea în considerare a efectului curburii pămîntului.

Sub raport topografic geodeziei îi revine, pe de o parte, determinarea dimensiunilor globului pămîntesc și a figurii de referință (elipsoidului) iar pe de alta, determinarea pe suprafața pămîntului a unei rețele de puncte (geodezice) de o astfel de densitate încît ridicarea să poată fi continuată prin metode topografice. Geodezia furnizează astfel rețeaua de sprijin pentru ridicările de detaliu indiferent prin ce metode se vor executa acestea: topografice, fotogrammetrice sau de alt fel. Prin aceasta, geodezia asigură cadrul și unitatea ridicărilor în plan (a se vedea § 1.03).

Pentru calculul rețelei geodezice este necesar ca observațiile făcute pe suprafața pămîntului să fie reduse la planul de proiecție. Unele calcule admit aproximări.

5.01. APROXIMĂRI. REDUCERI

5.011. **Generalități.** După cum s-a arătat la § 1.01 și 1.02, în anumite condiții, elipsoidul poate fi substituit cu sfera cînd raza sferei se ia $Rm = \sqrt{NM}$. Evident, raza sferei echivalente diferă de semiaxele elipsei și crește de la ecuator spre poli de la R_e la R_p. (fig. 5.1).

Considerînd arcul de elipsă AB pe linia cC s-ar găsi centrele razelor de curbură respective.

Orientativ, precum și pentru nevoi cu totul generale, se poate calcula o singură rază medie pentru întregul glob pămîntesc, fie prin integrarea re-

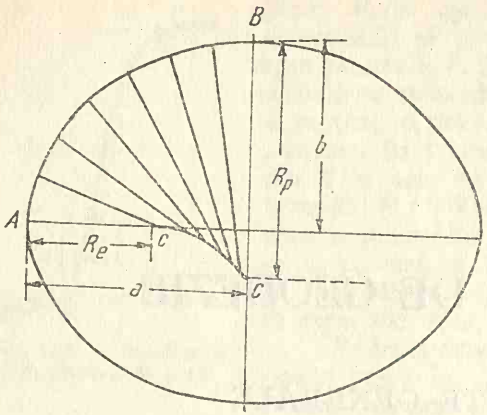


Fig. 5.1 — Variaţia razei de curbură

laţiei lui Gauss $R_m = \sqrt{NM}$, fie prin facerea unei medii a semiaxelor $\frac{a+a+b}{3}$ fie prin calculul razei sferei de aceeaşi suprafaţă sau de acelaşi volum cu elipsoidul. Prin oricare din aceste căi se obţine $R = 6371{,}2$ km.

Raza de curbură medie, la latitudinea medie a ţării noastre, calculată cu relaţia lui Gauss dă $R_m = 6\,379$ km.

Geometria sferei în comparaţie cu aceea a elipsoidului fiind mult mai simplă, de cîte ori precizia necesitată poate fi satisfăcută prin calcule pe sferă se va proceda pe această cale. Ca rază de curbură a sferei echivalente utilizate, potrivit cu scopul, va fi 6371 sau 6379 eventual una calculată mai precis în funcţie de latitudinea medie a locului respectiv. Cînd distanţele sînt foarte mici, de ordinul sutelor de metri eventual de ordinul a cîţiva kilometri, corespunzător cu precizia ce se urmăreşte, elipsoidul (respectiv sfera), poate fi substituit cu planul.

Calculul punctelor geodezice se poate face fie pe suprafaţa elipsoidului cînd se obţin coordonate geodezice B şi L fie în plan cînd se obţin coordonate plane x şi y. Calculul punctelor, oricare ar fi suprafeţele considerate, trebuie să fie precedate de reducerea mărimilor măsurate pe suprafaţa fizică a pămîntului la suprafaţa elipsoidului de referinţă în primul caz şi în continuare în plan pentru calculul coordonatelor x şi y necesare ridicărilor topografice.

5.012. **Reducerea la elipsoid a mărimilor măsurate pe suprafaţa fizică a pămîntului.** Se ştie că se măsoară distanţe şi unghiuri.

a). *Reducerea distanţelor* se fac cu relaţia (5.1) (fig. 5.2).

$$D_e = D\left[1 - \frac{H+h}{R} + \frac{(H+h)^2}{R^2}\right] \qquad (5.1)$$

unde:

D este distanţa de pe suprafaţa pămîntului redusă la orizont:
D_e — aceeaşi distanţă redusă la elipsoid;
H — altitudinea medie a distanţei (bazei) ce se determină prin nivelment topografic (geometric sau trigonometric);
h — depărtarea dintre geoid şi elipsoid în locul respectiv ce se determină prin nivelment astronomic;
R — raza secţiunii normale în care este dispusă distanţa (baza). Calculul se poate face pe etape, reducînd distanţa la nivelul mării D_0 apoi la elipsoid.

În general, pe oceane geoidul este dedesubtul elipsoidului iar pe continente deasupra lui.

Calculul înălţimii h, a geoidului deasupra elipsoidului, se face, după cum s-a arătat, prin nivelmentul astronomic. Dacă A este luat în punctul

BCU IAŞI CENTRALA

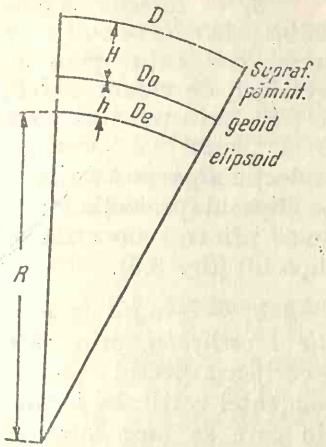


Fig. 5.2 — Reducerea la elipsoid

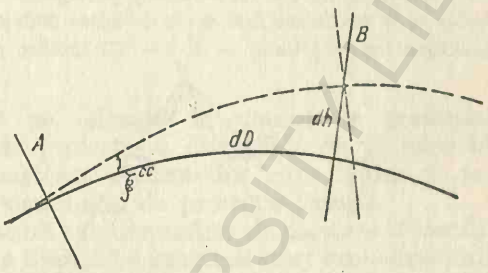


Fig. 5.3 — Calculul înălţimii geoidului faţă de elipsoid

fundamental al reţelei de triangulaţie geodezice (unde $h = 0$) (fig. 5.3), diferenţa de înălţime h într-un punct B ce se găseşte la o distanţă (infinit) mică D va fi:

$$dh = \frac{\xi''}{\rho''} dD \tag{5.2}$$

de unde prin integrare rezultă (5.3).

$$h = \frac{1}{\rho''} \int_A^B \xi'' dD \tag{3.3}$$

unde ξ'' este deviaţia verticalei pe segmentul considerat (diferenţa unghiulară dintre normala la elipsoid faţă de direcţia verticalei ce practic este egală cu diferenţa latitudinilor astronomice şi geodezice $\xi'' = \varphi - B$).

Notă: Reducerea distanţelor priveşte numai bazele reţelelor de triangulaţie geodezică (ordinul I).

b) *Reducerea unghiurilor* se face prin *reducerea direcţiilor* deoarece, se ştie, unghiurile rezultă din diferenţa direcţiilor.

Reducerea direcţiilor se face prin aplicarea unor corecţii şi anume:

δ_1 — *corecţia de linie geodezică* prin care secţiunile normale la elipsoid în A şi B ce dau secţiunile normale inverse ce nu se confundă (în A secţiunea AaB şi în B secţiunea BbA), care duc la triunghiuri neînchise (fig. 5.4, *b*) sînt înlocuite cu secţiunea Aa_1b_1B respectiv Bb_1a_1A care reprezintă distanţa cea mai scurtă, pe suprafaţa dată, dintre punctele A şi B (fig.5.4,*a*) şi asigură formarea triunghiurilor închise pe elipsoid. Secţiunile normale inverse pe meridiane şi cele pe paralele se confundă, astfel că pe acestea corecţia de linie geodezică este nulă.

BCU "LUCIAN BLAGA" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

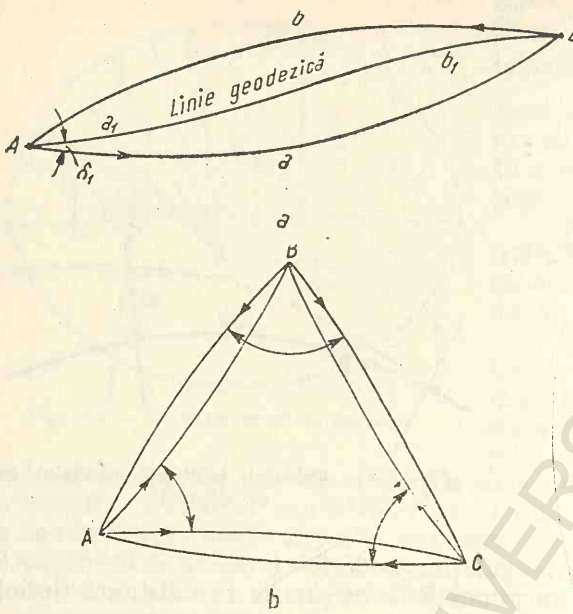


Fig. 5.4 — Linia geodezică

δ_2 — *corecția de altitudine* prin care se corijează necorespondența planului (vertical) de vizare ABB'_e ce trece prin punctul vizat B și planul ce cuprinde proiecția B_e a punctului B pe elipsoid (proiecția făcîndu-se printr-o normală la elipsoid) (fig. 5.5).

δ_3 — *corecția de deviație a verticalei* prin care se corijează efectul necorespondenței verticalei locului din care se face măsurătoarea unghiulară cu normala la elipsoid.

Expresiile celor trei corecții de adus unei vize făcute din punctul *1* spre punctul *2* sînt:

$$\delta_1 = -\frac{e^2}{12\rho''} \cdot D_e^2 \left(\frac{\rho''}{N_m}\right)^2 \sin 2A_m \cos^2 B_m \qquad (5.4)$$

$$\delta_2 = (H_2 + h_2) \cdot \frac{\rho''}{M_2} \cdot \frac{e^2}{2} \sin 2A_{12} \cos^2 B_2 \qquad (5.5)$$

$$\delta_3 = -(\xi_1 \sin A_{12} - \eta_1 \cos A_{12}) \operatorname{ctg} z_{12} \qquad (5.6)$$

unde:

e este prima excentricitate a elipsei meridiane a cărei expresie este: $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$, ce pentru elipsoidul Krasovschi are valoarea $e = 0{,}006693421623$;

D — lungimea liniei geodezice dintre punctele *1* și *2* socotită pe elipsoidul de referință; $\rho'' = 206265''$;

N_m — normala mare calculată pentru latitudinea medie a punctelor *1* și *2*;

$A_m = \frac{1}{2}(A_{12} + A_{21} \pm 180°)$ — azimutul mediu dintre azimutul direct; A_{12} și invers A_{21} în punctul *1* spre *2* și invers;

$B_m = \frac{1}{2}(B_1 + B_2)$ — latitudinea geodezică medie a latitudinilor geodezice B_1 și B_2 în cele două puncte;

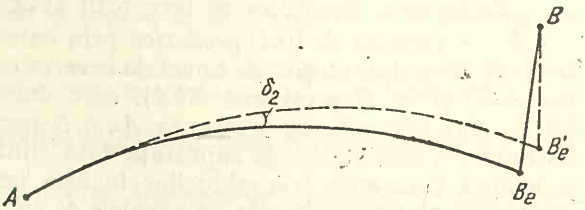


Fig. 5.5 — Corecția de altitudine

BCU IAȘI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

H_2 — cota punctului *2* (deasupra geoidului);
h_2 — înălţimea geoidului deasupra elipsoidului în punctul *2*;
M_2 — raza de curbură meridiană în punctul *2*;
$\xi_1 = \varphi_1 - B_1$ — deviaţia verticalei pe latitudine în punctul *1*;
$\eta_1 = \lambda_1 - L_1$ — deviaţia verticalei pe longitudine în punctul *1*;
z_{12} — distanţa zenitală sub care este văzut punctul *2* din *1*.

Notă. Corecţiile se aplică reţelelor de triangulaţie geodezică de ordinul I. Pentru reţelele de ordinul II etc., corecţia δ_1 este neglijabilă astfel că nu se mai calculează şi se aplică doar corecţiile δ_2 şi δ_3. Pentru reţelele de ordinul III — etc. — practic se pot neglija şi corecţiile δ_2 şi δ_3.

5.013. **Reducerea direcţiilor de pe elipsoid în planul de proiecţie.** *Exces sferic.* Reducerea în planul de proiecţie a direcţiilor de pe elipsoid este condiţionată nu numai de cunoaşterea elementelor elipsoidului de referinţă cît mai ales de cunoaşterea sistemului de proiecţie însuşit.

În operaţia de reducere, cunoscută sub denumirea de *reducere la coardă*, se pleacă de la ideea că pe porţiunea limitată a lungimii unei vize elipsoidul poate fi substituit cu o sferă, de o rază echivalentă, calculată cu relaţia lui Gauss $R_m = \sqrt{NM}$.

Dacă se iau trei puncte considerate pe sferă, din care se vizează reciproc, se obţine *un triunghi sferic* format prin intersecţia cercurilor mari duse prin punctele respective, ca urmare a faptului că luneta teodolitului calat oscilează într-un plan vertical ce secţionează pămîntul după un cerc mare.

Fie triunghiul sferic ABC de unghiuri A, B, C şi de suprafaţă S_1 (fig. 5.6). Notînd cu S_1, S_2, S_3 şi S_4 suprafeţele triunghiurilor sferice formate de aceleaşi cercuri mari se poate scrie că suprafaţa emisferei este:

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 2\pi R^2 \qquad (5.7$$

unde

R reprezintă raza sferei echivalente în punctele A, B, C.

Scriind suprafeţele celor trei fuse ce se formează şi însumîndu-le se obţine:

$$2\pi R^2 \frac{A}{200^g} = S_1 + S_2$$

$$2\pi R^2 \frac{B}{200^g} = S_1 + S_3 \qquad (5.8)$$

$$2\pi R^2 \frac{C}{200^g} = S_1 + S_4$$

$$\frac{2\pi R^2}{200^g}(A + B + C) = (S_1 + S_2 + S_3 + S_4) +$$

$$+ 2S_1 = 2\pi R^2 + 2S_1 \qquad (5.9)$$

sau

$$A + B + C = 200^g + \frac{S_1}{R^2}\rho^{cc} \qquad (5.10)$$

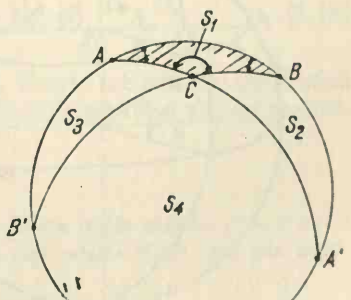


Fig. 5.6 — Excesul sferic

BCU IAŞI - CENTRAL LIBRARY

Suma unghiurilor într-un triunghi sferic este, aşadar, mai mare decît două unghiuri drepte cu cantitatea:

$$\varepsilon^{cc} = \frac{S_1}{R^2}\rho^{cc} \text{ sau } \varepsilon'' = \frac{S_1}{R^2}\rho'' \tag{5.11}$$

numită exces sferic ce depinde de suprafaţa triunghiului. Calculul triunghiurilor sferice se face după legile geometriei şi trigonometriei sferice.

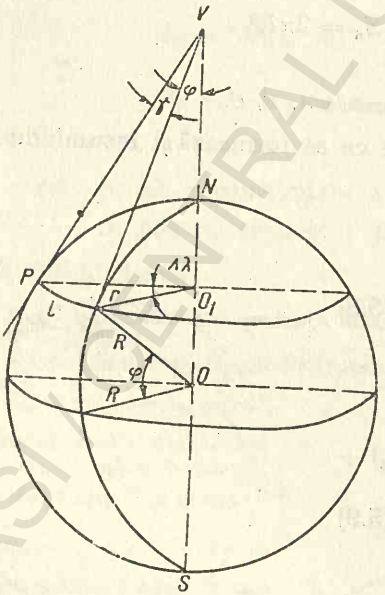
Există, totuşi, posibilitatea calculului triunghiurilor sferice în plan, folosind deci cunoştinţele de geometrie şi trigonometrie plană, dacă fiecare din triunghiurile sferice se corijează cu a treia parte din excesul sferic (Teorema lui Legendre) sau dacă se menţin unghiurile de pe sferă dar se corijează în mod corespunzător laturile (metoda aditamentelor).

Reducerea direcţiilor de pe elipsoid în planul de proiecţie (reducerea la coardă) se face calculîndu-se excesul sferic al fiecărei direcţii în raport cu sistemul de proiecţie folosit (vezi § 5.11 şi 5.12).

5.014. *Convergenţa meridianelor.* Prin convergenţa meridianelor ce trec prin două puncte P şi Q, se înţelege diferenţa dintre azimutul geodezic direct A_{PQ} şi azimutul geodezic invers $A_{QP} \pm 180°$ (fig. 5.7 şi 5.8) şi se notează cu:

$$\gamma = A_{PQ} - A_{QP} \pm 180° \tag{5.12}$$

Dacă azimutele se măsoară în puncte situate pe longitudini diferite şi se leagă prin vize directe (caz mai rar) sau prin lanţuri de triangulaţie sau poligonometrie, este neapărat necesar să se calculeze convergenţa meridianelor γ din cele două puncte pentru a se putea asigura închiderea unghiulară pe azimute.



Fila 5.7 — Convergenţa meridianelor pe elipsoid

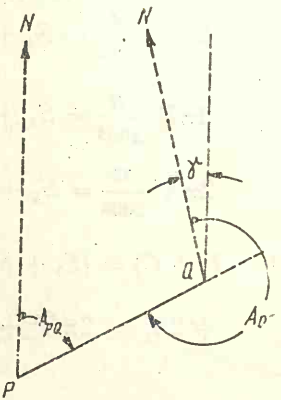


Fig. 5.8 — Convergenţa meridianelor în plan

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă distanța dintre cele două puncte nu este prea mare, calculul se poate face plecînd de la figura 5.7.

Arcul de paralel l fiind caracterizat de raza r și diferența de longitudine $\Delta\lambda$ se poate scrie:

$$l = \frac{2\pi r}{360^\circ} \cdot \Delta\lambda \tag{5.13}$$

Totodată, la latitudinea țării noastre se poate aproxima că arcul l este generat de raza QV cînd:

$$l = \frac{2\pi \cdot QV}{360^\circ} \gamma \tag{5.14}$$

de unde:

$$\gamma = \frac{r}{QV} \cdot \Delta\lambda \tag{5.15}$$

Întrucît în triunghiul drept QO_1V se poate scrie:

$$\frac{r}{QV} = \sin \varphi \tag{5.16}$$

rezultă:

$$\gamma'' = \Delta\lambda'' \sin \varphi \tag{5.17}$$

Cu relația (5.17) care este aproximativă, se pot calcula convergențele meridiane pînă la depărtări de 20—50 km, corespunzător cu precizia urmărită. Cu φ s-a notat latitudinea medie a celor două puncte.

Calculul precis al convergenței meridiane funcție de coordonate geodezice se face cu relația:

$$\gamma'' = l'' \sin B + \frac{l''^3}{3\rho''^3} \sin B \cos^2 B(1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) + \\ + \frac{l''^5}{15\rho''^5} \sin B \cos^4 B(2 - \operatorname{tg}^2 B) \tag{5.18}$$

unde l'' este intervalul de longitudine geodezică, B este latitudinea geodezică iar $\eta = e'^2 \cos^2 B$, unde e'^2 este cea de a doua excentricitate a elipsei meridiane: $e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$

Notă. Dacă se neglijează termenii la putere din relația (5.18) rămîne $\gamma'' = l'' \sin B$ ceea ce practic, la acest grad de aproximație, înseamnă de fapt relația (5.17) care este exprimată în coordonate astronomice.

Convergența poate fi exprimată și în plan funcție de coordonatele rectangulare. Instrucțiunile de lucru dau tabele de calcul.

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

5.10. OBIECTUL PROIECȚIILOR

5.101. Rolul proiecțiilor. Suprafețele sferoidale, ca suprafețe nedesfășurabile, nu pot fi reprezentate pe un plan decît prin proiecții.

Practic, problema se pune sub forma transpunerii punctelor și a liniilor de pe elipsoid în plan.

Pentru sistematizare se disting: rețele graduale (fig. 5.9) formate din meridiane și paralele echidistante gradual și rețele cartografice (5.10), formate din cercuri mari și mici dispuse perpendicular, respectiv paralele, la un meridian origine.

Problema reprezentării plane a elipsoidului ar consta astfel din reprezentarea, transpunerea rețelelor de pe elipsoid în plan. O asemenea reprezentare trebuie să urmeze o lege anumită care caracterizează sistemul de proiecție. Există numeroase sisteme de proiecție ce formează obiectul științei proiecțiilor sau al cartografiei matematice. Multe din ele, chiar dacă nu suficient studiate, privitoare în special la sferă, se datorează lui P t o l e m e u și lui H i p a r c .

5.102. Clasificarea proiecțiilor. Numeroasele sisteme de proiecții existente pot fi grupate după *natura deformațiilor*, adică a legilor după care se modifică în proiecție unghiurile, distanțele și suprafețele și după *aspectul* rețelelor (graduale și cartografice) în proiecție.

a) *După natura deformațiilor se disting:*

— proiecții conforme care conservă unghiurile și omotetia figurilor (cercurile de pe sferă se proiectează tot ca cercuri);

— proiecții echivalente care conservă suprafețele (cercurile se proiectează ca elipse, însă $a \cdot b = 1$ astfel că se păstrează suprafața);

— proiecții nici conforme nici echivalente, care însă pe anumite cercuri conservă distanțele.

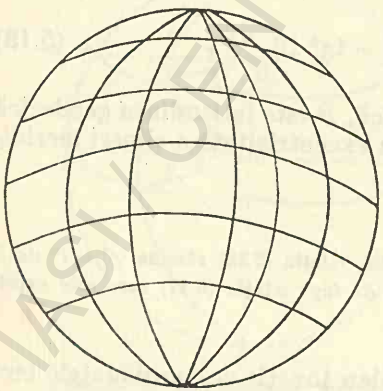


Fig. 5.9 — Rețeaua geografică

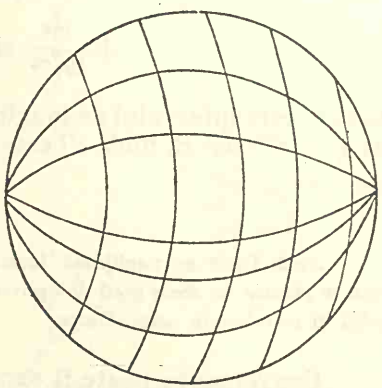


Fig. 5.10 — Rețeaua cartografică

BCU IAȘI / CENTRUL VECHI / LIBRARY

Proiecţii care să conserve distanţele (pe toată suprafaţa considerată) sînt de neconceput. Distanţele pot fi conservate în reprezentare numai în cazul figurilor desfăşurabile (cilindru, con).

b) *După aspectul reţelelor se disting:*

— proiecţii geometrice simple care se fac de-a dreptul în plan sau folosesc ca intermediar o suprafaţă ajutătoare desfăşurabilă cum ar fi conul sau cilindrul şi care se împart astfel în proiecţii conice, proiecţii cilindrice sau proiecţii azimutale;

— proiecţii geometrice complexe, care pot fi proiecţii imperfect conice sau imperfect cilindrice, rezultat al unui mare număr de condiţii puse.

5.103. **Alegera unui sistem de proiecţie.** Alegerea unui sistem de proiecţie se face funcţie de scopul pentru care se face reprezentarea, adică funcţie de nevoi. Dacă nevoile sînt multiple şi nu pot fi satisfăcute în mod mulţumitor de un singur sistem se vor folosi mai multe sisteme de proiecţie. Astfel, pentru nevoi inginereşti şi militare sînt preferabile proiecţiile conforme; pentru compararea suprafeţelor sînt necesare proiecţii echivalente; pentru navigaţie sînt necesare proiecţii loxodromice (foarte comode deoarece între două puncte se navighează după aceeaşi orientare deşi traseul este ceva mai lung decît linia dreaptă) eventual proiecţii ortodromice cînd se navighează după linia cea mai scurtă însă se schimbă orientarea etc.

Totodată este evident că pe teritorii mici se pot folosi proiecţii mai simple pe cîtă vreme pe teritorii mari, datorită creşterii cu repeziciune a deformaţiilor cu întinderea, nu sînt posibile soluţii simple.

Nici un sistem de proiecţie nu poate reda distanţele în adevărata lor mărime însă, printr-un sistem convenabil ales, deformaţiile pot fi dirijate şi cunoscute şi deci controlate.

Pentru nevoile ridicărilor topografice curente este necesar ca privitor la sistemul de proiecţie folosit să se cunoască: natura proiecţiei (conformă, echivalentă etc.), legea după care se deformează distanţele, modul cum se face reducerea la coardă, sistemul de axe de coordonate plane şi împărţirea în foi.

5.11. PROIECŢII AZIMUTALE

5.111. **Caracteristicile generale ale proiecţiilor azimutale.** Planul de proiecţie este luat tangent la sferă în centrul O al regiunii în cauză (fig. 5.11), iar proiecţia se face direct, nemijlocit.

Caracteristica de bază a acestor proiecţii este aceea că cercurile mari ce trec prin punctul principal (de tangenţă) O se proiectează după drepte concurente în O (fig. 5.12) ce formează aceleaşi unghiuri cu cercurile mari respective (conservă azimutale) iar cercurile de pe sferă cu centrul în O se proiectează tot ca cercuri concentrice în O (fig. 5.12). Deformaţiile distanţelor în proiecţie cresc radial din punctul O.

Proiecţiile azimutale pot fi grupate în proiecţii perspective şi neperspective.

Proiecţiile perspective admit un singur punct de vedere V (centru din care se proiectează întreaga suprafaţă) ce se găseşte pe verticala (perpendicula-

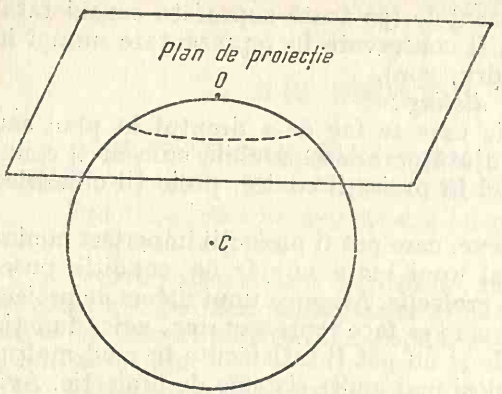


Fig. 5.11 — Planul de proiecție în cazul proiecției azimutale

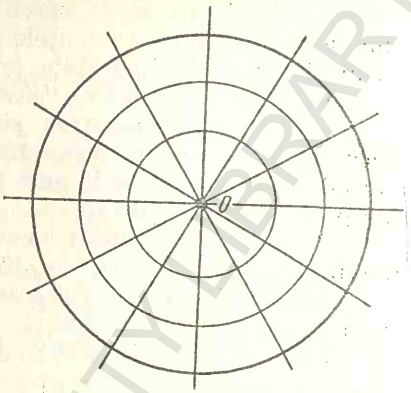


Fig. 5.12 — Proiecția cercurilor mari convergente în *O*

ră) din *O*. Se disting următoarele proiecții azimutale perspective: proiecția gnomonică cînd punctul *V* este luat chiar în centrul sferei; proiecția stereografică conformă cînd punctul *V* este luat în *S*, pe sferă diametral opus lui *O*, și proiecția ortografică cînd punctul *V* este considerat la infinit (fig. 5.13). Proiecțiile unui punct *P* de pe sferă în cele trei cazuri sînt P_g, P_s și P_0.

Proiecția gnomonică corespunde, oarecum unei ridicări, în care de fapt nu s-a luat în mod deliberat un sistem de proiecție, cînd fiecare punct se proiectează după verticala locului, care este tocmai direcția spre centrul pămîntului. Proiecția stereografică este proiecția folosită la noi pînă de curînd.

Proiecțiile azimutale perspective sînt aplicabile (în condiții bune) numai pe suprafețele relativ mici, de format aproximativ circular cu raza pînă la 200—400 km corespunzător cu scopul urmărit.

Din categoria proiecțiilor azimutale neperspective un loc deosebit îl ocupă proiecția Mercator care este o proiecție conformă, cilindrică (axul cilindrului înfășurător corespunde cu axa polilor), cu proiecția nedeformată a ecuatorului. Prin desfășurea cilindrului pe care s-au proiectat rețelele de pe sfera pămîntească se obține o reprezentare în care meridianele sînt drepte paralele echidistante iar „paralelele" sînt, de asemenea, drepte paralele, perpendiculare pe meridiane însă cu distanța dintre ele crescătoare cu latitudinea (fig. 5.14).

Este o proiecție folosită cu precădere în navigația marină deoarece loxodroma taie meridianele sub același unghi.

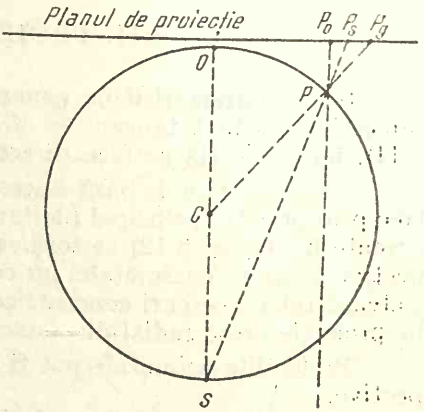


Fig. 5.13 — Proiecțiile azimutale perspectivale

5.112. **Proiecția stereografică.** Proiecția stereografică 1933, pe plan

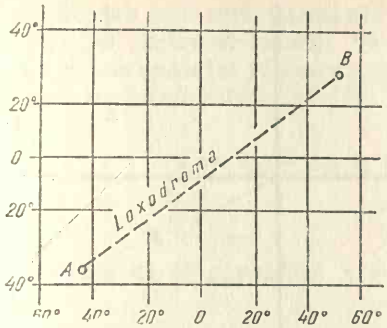


Fig. 5.14 — Proiecția Mercator

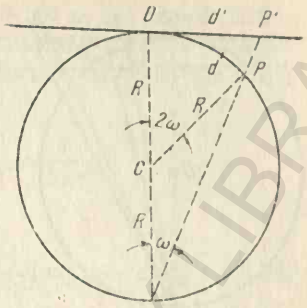


Fig. 5.15 — Deformație lungimilor în proiecție stereografică

secant unic a fost folosită la noi pentru reprezentarea plană a teritoriului nostru național, atît pentru nevoi civile cît și militare. Multe planuri și hărți folosite încă sînt reprezentări stereografice. Proiecția sterografică este o proiecție conformă perspectivă.

a) *Deformațiile lungimilor.* Dacă d este distanța pe sferă de la punctul de tangență O pînă la punctul P și d' corespondentul ei în proiecție, atunci deformația distanței d este Δ și se exprimă funcție de raza pămîntului R și unghiul la centru 2ω (fig. 5.15).

$$\Delta = d' - d = 2R \operatorname{tg} \omega - R \cdot 2\omega = 2R(\operatorname{tg} \omega - \omega) \tag{5.19}$$

Dezvoltînd în serie tg ω se obține:

$$\operatorname{tg} \omega = \omega + \frac{\omega^3}{3} + \frac{2}{3}\frac{\omega^5}{5} + \dots \tag{5.20}$$

Neglijînd termenii la puteri mai mari ca 3, exclusiv, ca fiind mici rezultă:

$$\Delta = 2R\frac{\omega^3}{3} \quad \text{dar } \omega = \frac{d}{2R} \quad \text{astfel ca } \Delta = \frac{d^3}{12R^2} \tag{5.21}$$

Aceasta este diferența totală pe plan tangent. Întrucît în practica topografică interesează deformația pe unitatea de lungime (de exemplu pe km) în regiunea unde se lucrează, se diferențiază relația (5.21) și rezultă:

$$\Delta_{km} = \frac{3d^2}{12R^2} = \frac{d^2}{4R^2} \tag{5.22}$$

Relația arată că deformația unitară, pe km crește repede cu pătratul distanței regiunii (punctului P) de punctul central O, deformațiile fiind de 7,1 cm pe km la 100 km depărtare; 25,6 cm la 200 km, 56,3 cm la 300 km și 98,3 la 400 km.

La noi punctul O s-a luat aproximativ în centrul țării la nord de Brașov. Dat fiind faptul că zona micilor deformații este tocmai zona centrală a țării care este muntoasă și deluroasă, iar cîmpiile (fig. 5.16) se găsesc la periferie

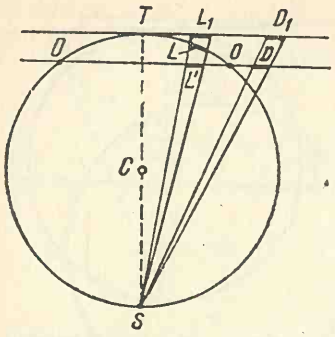


Fig. 5.16 — Deformaţia lungimilor în proiecţie stereografică pe plan secant

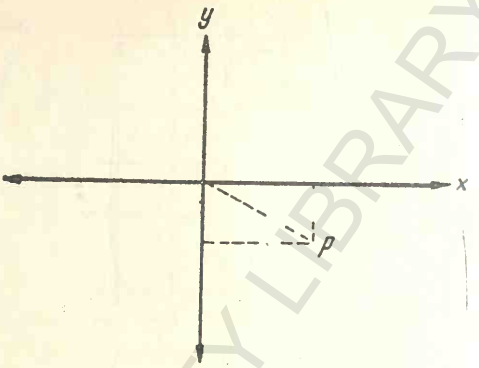


Fig. 5.17 — Axele de coordonate plane în proiecţie stereografică

unde deformaţiile sînt mari, proiecţia stereografică pe plan tangent a fost transformată într-o proiecţie stereografică pe plan secant (fig. 5.16). Pentru aceasta s-a coborît planul de proiecţie cu 4253 m. S-a ajuns astfel la un cerc de deformaţie nulă ce trece la o depărtare de 232 km de centrul ţării.

Deformaţia kilometrică pe plan secant se calculează în funcţie de deformaţia pe plan tangent din care se scad 0,33 m pe km.

$$D_{\text{km sec.}} = \frac{d^2(\text{m})}{4R^2(\text{km})} - 0{,}33 \text{ m/km}. \qquad (5.23)$$

Astfel în centru deformaţia va fi −0,33 m/km, la 232 km va fi nulă iar la 400 km va fi +0,65 m/km. În interiorul cercului de deformaţie nulă deformaţia va fi negativă iar în exterior pozitivă.

Originea O a sistemului de axe rectangulare plane se găseşte în centrul ţării, la nord de Braşov, cu axa y dirijată spre nordul geografic (fig. 5.17).

Pentru a se veni în ajutorul topografului (să nu lucreze cu coordonate negative) originea sistemului de axe se translează adăugîndu-se cîte 500 km atît pe x cît şi pe y. Astfel, coordonatele unui punct oarecare din regiunea Oradea, de exemplu de $x = -275$ km şi $y = 130$ km, devin $x = 500 - 275 = 225$ km şi $y = 500 + 130 = 630$ km. Atunci cînd se calculează deformaţiile, coordonatele trebuie considerate cu originea la centru, netranslate.

b) *Reducerea la coardă.* Punctul de plecare fiind calculul excesului sferic şi deoarece acesta se ştie calcula în triunghi se va căuta să se constituie un triunghi cu fiecare direcţie (latură) în aşa fel, încît laturile luate ad-hoc să nu preia exces. În cazul proiecţiei stereografice direcţiile care se proiectează nedeformat sînt cele ce trec prin punctul de tangentă O (fig. 5.12) şi (fig. 5.18).

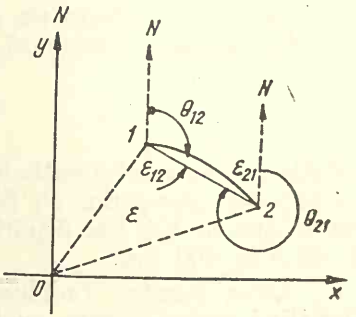


Fig. 5.18 — Reducerea la coardă în stereografie

Pentru reducerea la coardă a direcției *12* (fig. 5.18) se formează triunghiul *12 O*. Întrucît laturile *10* și *20* nu preiau exces înseamnă că întregul exces al triunghiului *120* este preluat de latura *12*. Considerînd că $\varepsilon_{12} \simeq \varepsilon_{21}$ se scrie aplicînd relația (5.11):

$$\varepsilon = \varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} \simeq 2\varepsilon_{12} = \frac{S}{R^2}\rho \text{ sau } \varepsilon_{12} = \frac{S}{2R^2}\rho$$

Dacă se ia suprafața $S = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ y_1 & x_1 & 1 \\ y_2 & x_2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(x_2y_1 - x_1y_2)$ (5.24)

se introduce în relația (5.24) se obține:

$$\varepsilon_{12} = \frac{\rho}{4R^2}(x_2y_1 - x_1y_2) \qquad (5.25)$$

Bineînțeles $\varepsilon_{21} = -\varepsilon_{12}$. Semnul corecției de reducere la coardă rezultă și din formulă dar se stabilește și pe figură: privind din centru curbura este întotdeauna în afară.

Aplicație. Dacă *1* (100 000,00 m; 100 000,00 m) și *2* (110 000,00; 90 000,00) gradația fiind centezimală, $\rho^{cc} = 636620^{cc}$, rezultă $\varepsilon_{12} = 7^{cc},84$; Dacă însă *1* (10 000,00 m ; 10 000,00) și *2*(11 000,00 : 9 000,00) rezultă $\varepsilon_{12} = 0^{cc},08$.

c) *Împărțirea în foi* se face simplu în secțiuni cadastrale de 1600/1250m pe x și respectiv y pentru scara 1 : 2 500 cînd suprafața secțiunii reprezintă 200 ha sau în secțiuni de 8 000/10 000 m, ce reprezintă un multiplu de 40 secțiuni cadastrale. Dispunerea secțiunilor începe din origine și se dezvoltă în toate sensurile.

5.12. PROIECȚIA GAUSS—KRÜGER

Proiecția Gauss—Krüger pe elipsoidul Krasovski a început să fie introdusă la noi, în mod progresiv, începînd cu anul 1951.

5.121. Caracteristici. Proiecția Gauss—Krüger este o proiecție cilindrică transversală, conformă. Spre deosebire de proiecția stereografică, care este o proiecție oarecum locală, adică convenabilă pentru suprafețe circulare relativ mici, proiecția Gauss este o proiecție universală, adică proprie reprezentării suprafețelor de orice mărime, inclusiv întregul glob pămîntesc și la orice scară. De fapt primul care a formulat-o a fost Lambert.

În proiecție Gauss, elipsoidul este considerat înfășurat în 60 cilindri succesivi, culcați, fiecare fiind tangent la al șaselea meridian. Pe fiecare cilindru se proiectează o zonă de 6° longitudine(cîte 3 est și vest de meridianul de tangență numit și meridianul axial). Prin desfășurarea cilindrilor se obțin zonele proiectate plan ce au forma unor fuse (fig. 5.19).

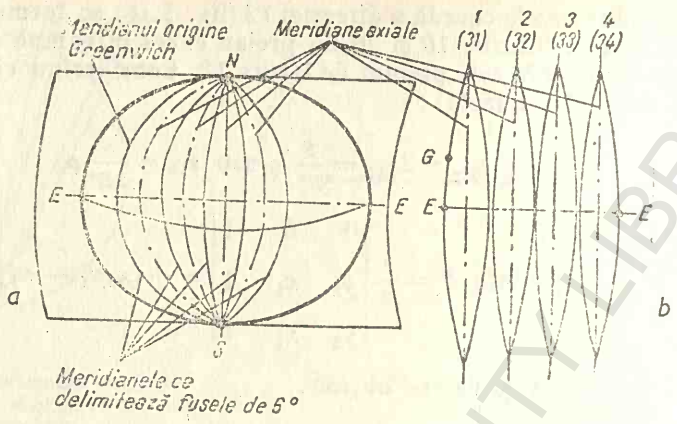


Fig. 5.19 — Proiecția cilindrică transversală

Fiecare fus are sistemul lui de axe de coordonate rectangulare polare a cărui origine se găsește la intersecția meridianului axial (axa x) cu ecuatorul (axa y) (fig. 5.20).

Coordonatele plane x, y ale unui punct oarecare P definit prin coordonatele lui geodezice B și L se exprimă numai aproximativ cu relația (5.26).

$$x = x_0 + \frac{l''}{2\rho''^2} \cdot N \cos B \sin B$$

$$y = \frac{l''}{\rho''} \cdot N \cos B. \qquad (5.26)$$

unde x_0 reprezintă lungimea arcului de meridian corespunzător latitudinii B (măsurat de la ecuator) : l'' — diferența dintre longitudinea punctului P și longitudinea meridianului axial : $N \cos B$ — normala mare proiectată pe cercul paralel de latitudine B (tocmai raza cercului paralel).

Dacă $l'' = 0$ adică dacă punctul se găsește pe meridianul axial atunci $x = x_0$ și $y = 0$. În emisfera nordică x-ul tuturor punctelor este pozitiv. La latitudinea țării noastre este mai mare de 5 000 km. Deoarece y-ul poate fi pozitiv sau negativ (după cum punctul se găsește în dreapta sau în stînga meridianului axial) se pozitivează adăugîndu-se 500 km pe y. Totodată, pentru a se ști în ce fus se găsește punctul se notează și numărul de ordine al fusului. Numerotarea se face de la meridianul origine Greenwich. Țara noastră este cuprinsă în fusele 34 și 35 (fig. 5.19).

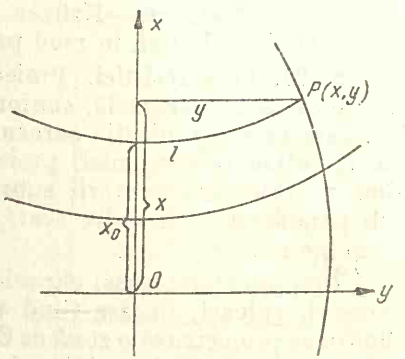


Fig. 5.20 — Sistemul axelor de coordonate plane Gauss

BCU CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

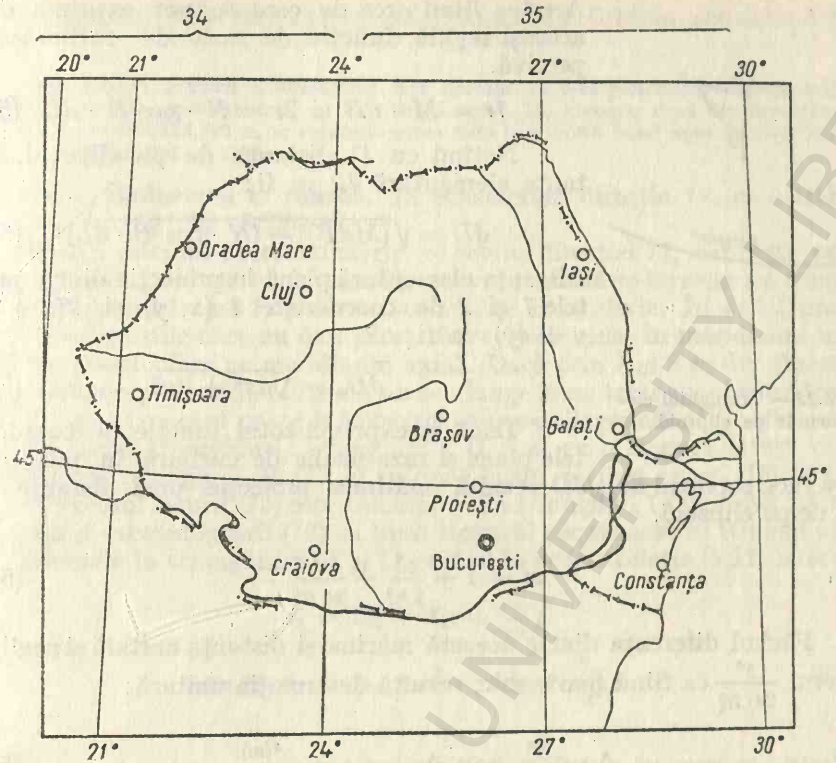


Fig. 5.21 — Poziția meridianelor axiale în proiecția Gauss

Astfel, coordonatele unui punct din stînga meridianului axial $x = 5246378{,}370$ m și $y = -115426{,}782$ m pozitivate devin $x = 5246378{,}370$ m și $y = 384573{,}218$ m. Pentru a se arăta că punctul se găsește în fusul 35 se va scrie cifra 5 în fața coordonatei y care devine $y = 5384573{,}218$ m.

Meridianele axiale ale fuselor 34 și 35 sînt 21° și respectiv 27° a căror poziție aproximativă pe cuprinsul țării noastre este dată în figura 5.21.

Pentru reprezentări la scări mari se folosesc fuse de 3° cînd fusele marginale (de exemplu cel de 24°) devin fuse axiale.

O caracteristică importantă a proiecției Gauss este aceea că direcțiile de pe elipsoid, perpendiculare pe meridianul axial se proiectează după linii drepte, perpendiculare pe axul x. O altă caracteristică este aceea că distanțele din lungul meridianului axial se păstrează în proiecție atît ca lungime cît și ca direcție.

5.122. **Deformațiile distanțelor în proiecție Gauss.** Dacă se ia pe elipsoid punctul *1* de coordonate geodezice B și L (fig. 5.22) și un punct *2* pe o direcție oarecare însă infinit apropiat de *1* rezultă că punctul *2* va avea coordonatele $B + dB$ și $L + dL$. Plecînd de la arcul *12* se poate construi triunghiul elementelor *12 r* prin proiecție pe meridianul punctului *1*(*1r*) și pe paralel (*2r*).

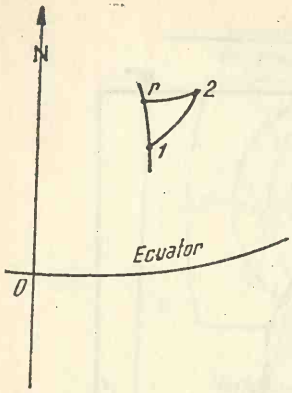


Fig. 5.22 — Triunghiul elementar pe elipsoid

Acestea fiind arce de cerc se pot exprima după aceeaşi regulă, funcţie de raza de curbură respectivă.

$$1r = M \cdot dB \text{ şi } 2r = N \cdot \cos B \cdot dL \quad (5.27)$$

Notînd cu D distanţa de pe elipsoid, distanţa elementară 12 va fi:

$$dD = \sqrt{(MdB)^2 + (N \cdot \cos B \cdot dL)^2} \quad (5.28)$$

Distanţa elementară plană în proiecţie dintre punctele 1 şi 2 de coordonate $1\ (x, y)$ şi $2(x + dx; y + dy)$ va fi:

$$dD_0 = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (5.29)$$

Dacă se exprimă totul funcţie de coordonatele plane şi raza medie de curbură în punctul 1 se va face raportul dD_0/dD rezultă mărimea proiecţiei unei distanţe unitare de pe elipsoid.

$$m = 1 + \frac{y^2}{2R_1^2} + \frac{y^4}{24R_1^2} \quad (5.30)$$

Făcînd diferenţa dintre această mărime şi distanţa unitară şi neglijînd factorul $\frac{y^4}{24 \cdot R_1^2}$ ca fiind foarte mic, rezultă deformaţia unitară:

$$\Delta = \frac{y^2}{2R^2} \text{ sau } \Delta_{\text{Gauss km}} = \frac{y^2(\text{m})}{2R^2(\text{km})} \quad (5.31)$$

În formă finală, cu notaţiile de m şi km, relaţia indică practic deformaţia în metri a unei distanţe de 1 km. Se observă că deformaţia creşte cu y^2 adică cu pătratul depărtării de la meridianul axial.

Întrucît la latitudinea medie a ţării noastre fusul 1° are lăţimea medie de circa 78 km, în zona periferică a fusului, adică la 3° de meridianul axial rezultă o deformaţie pe km de:

$$\Delta = \frac{(3 \times 78)^2}{2 \times 6379^2} \simeq 0{,}67 \text{ m/km}$$

Aceasta este o deformaţie destul de importantă ce pentru reprezentări la scări mari este neconvenabilă. Dacă se are în vedere şi faptul că în zona de atingere a fuselor ridicarea se face fie într-un fus fie în altul, înseamnă că de fapt depărtarea zisă maximă de 3° de meridianul axial va fi depăşită. Astfel şi deformaţia de 0,67 m/km, deja mare, va fi depăşită şi ea. La 250 km depărtare de meridianul axial deformaţia de km, este de 0,75 m iar la 260 km de 0,85 m ceea ce este foarte mult.

De aceea reprezentarea la scări mari se face pe fuse de cîte 3°(1°,5 est şi 1°,5 vest de meridianul axial) cînd la periferie deformaţia pe km va fi $\Delta = 0{,}17$ m. Chiar dacă se ajunge la distanţe de 120 sau chiar 127 km de

meridianul axial, deformaţia pe km va fi rezonabilă : 0,18 m, respectiv 0,20 m pe km.

Notă. Pentru calculul deformaţiilor este necesar ca y-ul punctului din zona mijlocie considerată să fie exprimat faţă de merdianul axial. De exemplu dacă din inventarul de coordonate $y = 4675224{,}792$ m, se suprimă prima cifră care arată fusul apoi se scad 500 km, rămîne $y = 175224{,}792 = 175$ km.

5.123. **Reducerea la coardă.** Să considerăm direcţia *12*, care trebuie redusă la coardă (fig. 5.23).

Pentru calculul excesului sferic, ce revine direcţiei *12*, care este punctul de plecare în reducerea la coardă, se va căuta să se formeze un triunghi care să cuprindă latura *12* şi direcţii ce nu dau exces sferic. În cazul proiecţiei Gauss direcţiile care nu dau exces sînt cele cuprinse în meridianul axial şi cele perpendiculare pe meridianul axial. Dacă prin *1* şi *2* se duc direcţiile perpendiculare pe meridianul axial nu se ajunge la un triunghi ci la un trapez (*12 b a*). Dar trapezul poate fi împărţit printr-o diagonală (*1b*) astfel că se ajunge la două triunghiuri : triunghiul I (*1 b a*) cu o singură latură ce dă exces (*1b*) şi triunghiul II (*12 b*) cu două laturi ce dau exces (*1b*) şi (*12*). Întrucît excesul laturii (*1b*) este calculabil din triunghiul I înseamnă că este calculabil şi excesul laturii (*12*) ca fiind singurul necunoscut în triunghiul II.

Excesele în triunghiurile I şi II, avînd în vedere relaţia (5.11) se scriu :

$$\varepsilon_I = \delta_{1b} + \delta_{b1} = \frac{S_1}{R^2}\rho$$

$$\varepsilon_{II} = \varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} - \delta_{1b} - \delta_{b1} = \frac{S_2}{R^2}\rho \qquad (5.32)$$

unde

S_1 şi S_2 reprezintă suprafeţele triunghiurilor *I* şi *II*. Prin însumare se obţine:

$$\varepsilon_I + \varepsilon_{II} = \varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} = \frac{\rho^{cc}}{R^2}(S_1 + S_2) \qquad (5.33)$$

Dacă distanţa *12* nu este prea mare se poate considera că :

$$\varepsilon_{21} \simeq \varepsilon_{21} \text{ cînd } \varepsilon_{12} = \frac{\rho^{cc}}{2R^2}(S_1 + S_2) \qquad (5.34)$$

Exprimînd suprafaţa însumată a triunghiurilor *I* şi *II*, care este de fapt suprafaţa trapezului *I 2 b a*, funcţie de coordonatele plane ale punctelor *1* şi *2* rezultă :

$$S_1 + S_2 = (x_1 - x_2)\frac{y_1 + y_2}{2} \qquad (5.35)$$

valoare ce înlocuită în relaţia (5.34) se obţine :

$$\varepsilon_{12} = \frac{\rho^{cc}}{4R^2}(x_1 - x_2)(y_1 + y_2) \text{ sau}$$

$$\varepsilon_{12}^{cc} = \frac{\rho^{cc}}{2R^2}(x_1 - x_2)y_m \text{ respectiv } \varepsilon_{12}'' = \frac{\rho''}{2R^2}(x_1 - x_2)y_m \qquad (5.36)$$

unde y reprezintă media dintre y_1 şi y_2. Bineînţeles $\varepsilon_{21} = -\varepsilon_{12}$ deoarece diferenţa va fi $(x_2 - x_1)$.

Semnul corecției rezultă din calcul dar se stabilește și pe figură; privind dinspre meridianul axial, curbura va fi întotdeauna în afară.

Notă. După cum rezultă din relație, y-ul utilizat este dat față de meridianul axial. Prin urmare și aici, y-ul din inventar va fi redus mai întîi la meridian prin suprimarea primei cifre care arată fusul și scăderea a 500 km.

Aplicație: a) Să se facă reducerea la coardă a direcției determinată de punctele *1* și *2* de coordonate plane x și y de valori *1* (5 200 000,000 : : 5 600 000,000) și *2* (5 190 000,000 : 5 610 000,000)

Reduse la meridian valorile y-lor vor fi:

$y_1 = 100\,000{,}000$ și $y_2 = 110\,000{,}000$

Aplicînd relațiile (5.36) se obține:

$$\varepsilon_{12} = \frac{636620}{2.6379^2} \cdot 10 \cdot 105 = +8{,}^{cc}3$$

valoare ce se aplică orientării $\overline{12}$.

b) Puncte date: *1* (5 200 000,00; 5 450 000,00) și *2* (5 190 000,000; 5 460 000,000). Reducerea la meridian va da $y_1 = -50\,000{,}000$ m și $y_2 = -40\,000{,}00$ m. Aplicînd relația (5.36) se obține $\varepsilon_{12} = -3{,}^{cc}55$.

Relațiile (5.36) care au un caracter aproximativ, deoarece s-a considerat $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}$ se aplică pe distanțe relativ mici corespunzătoare rețelelor de triangulație geodezică de ordinele III și IV.

Pentru triangulațiile de ordinul II se aplică relația:

$$\varepsilon_{12}^2 = \frac{\rho}{2R^2}(x_1 - x_2)\left(\frac{2y_1 + y_2}{3}\right) \qquad (5.37)$$

unde elementele au aceeași semnificație ca în relația (3.36).

5.124. **Împărțirea în foi.** După cum s-a arătat, întregul glob pămîntesc se împarte în fuse de cîte 6° longitudine, a căror numerotare începe cu 1 de la Greenwich, într-o variantă, iar în alta de la meridianul opus cu 180° observatorului Greenwich. În primul caz teritoriul țării noastre s-ar situa în fusele 4 și 5 (notație ce s-a folosit pentru specificarea fuselor în coordonate plane) iar în al doilea în fusele 34 și 35 (notație folosită la împărțirea în foi) (fig. 5.24).

Împărțirea pe latitudine se face în zone de cîte 4° începînd de la ecuator spre poli. Numărătoarea începe de la ecuator și se face cu litere mari

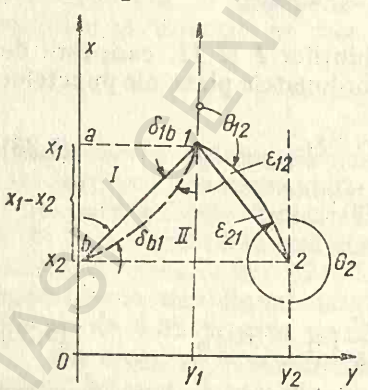


Fig. 5.23 — Reducerea la coardă în proiecția Gauss

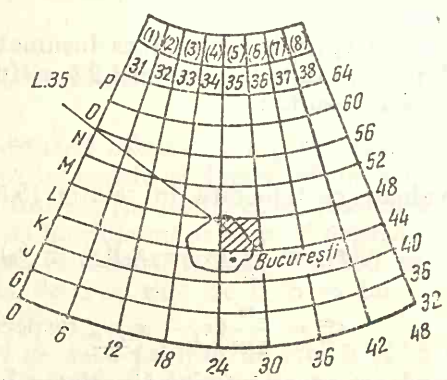


Fig. 5.24 — Împărțirea pămîntului în fuse de 6° și zone de 4°

BCUJIASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

A, *B* etc. Teritoriul țării noastre se înscrie în zona *L*. Numai o mică parte este cuprinsă în zona *K* și alta la fel de mică în zona *M*.

Împărțirea în foi se face, așadar, după meridianele și paralelele geodezice. Liniile obținute delimitează trapeze care se reprezintă la scara 1:1 000 000 și se notează simbolic prin litera zonei și a fusului (de exemplu: *L* — 35) (fig. 5.24).

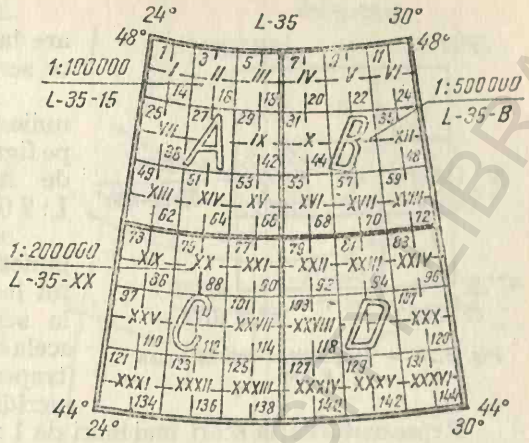


Fig. 5.25 — Împărțirea foii la scara 1 : 1 000 000

Nomenclatura hărților la scările 1:500 000, 1:200 000 și 1 : 100 000 se face după hărțile (trapezele) la scara 1:1 000 000 (fig. 2.25). O foaie a hărții la scara 1 : 1 000 000 se împarte în 4 foi la scara 1 : 500 000 notate cu *A*, *B*, *C*, *D*. Pentru scara 1 : 200 000 foaia inițială 1 :1 000 000 se împarte în 36 foi notate cu cifre romane, iar pentru scara 1 : 100 000 în 144 foi notate de la 1 la 144. În figura 5.25 se arată împărțirea trapezului *L* — 35 în diferite foi și notarea lor.

Reprezentările la scările 1:50 000, 1:25 000, 1:10 000 și 1:5 000 au la bază foaia la scara 1 : 100 000. Se observă că fiecare se împarte de fiecare dată în 4 părți pentru a se obține foile la scările indicate, imediat mai mari (fig. 5.26).

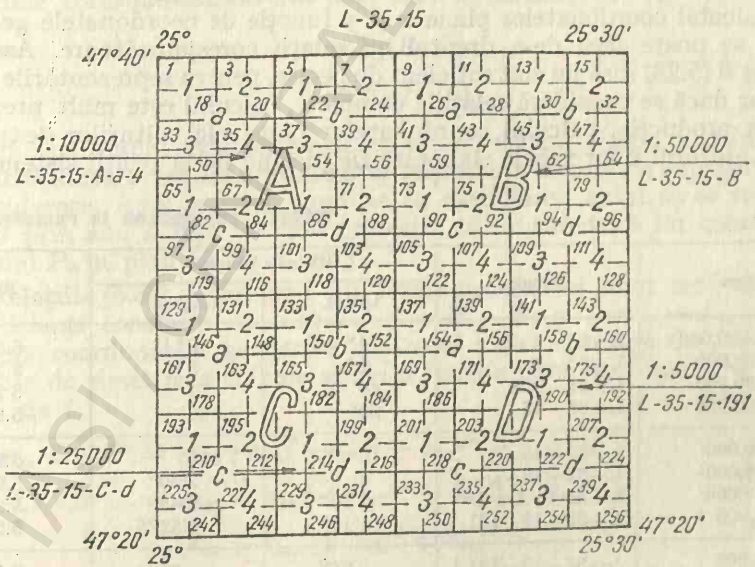


Fig. 5.26 — Împărțirea foii la scara 1 : 100 000

BCU IAȘI / CENTRUL DE RESURSE ELECTRONICE

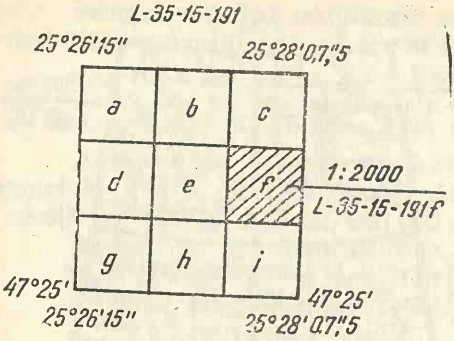


Fig. 5.27 — Împărţirea foii la scara 1 : 5.000

Împărţirea pentru scara 1 : 2 000 are la bază foaia la scara 1 : 5 000 ce se împarte în 9 foi (fig. 5.27).

În tabelul 5.1 se dau dimensiunile şi notaţiile foilor haşurate de pe figurile 5.24—5.27 la scările uzuale de lucru de la 1 : 1 000 000 la 1 : 2 000.

Subliniem din nou ideea că punctul de plecare al împărţirii în foi la scări mici, medii şi mari pînă la scara 1 : 2 000 inclusiv, a fost acela ca liniile ce delimitează foile (trapezele) să fie linii ce reprezintă meridiane şi paralele.

Reprezentările la scări mai mari de 1 : 2 000 (1 : 1 000, 1 : 500, 1 : 200 etc.) se delimitează de liniile absciselor şi ordonatelor.

5.125. **Calculul colţurilor de trapez.** După cum s-a arătat la § 2.62—Raportarea planimetriei, operaţia de raportare este precedată de trasarea cadrilajului faţă de care se vor raporta punctele, funcţie de coordonatele lor plane x şi y.

Totodată trebuie raportate şi coordonatele plane x, y ale celor patru puncte ce delimitează foaia (trapezul) dacă scara este mai mică de 1 : 2 000 inclusiv. Pentru aceasta este necesar ca ele să fie calculate funcţie de coordontale geodezice pe elipsoid B şi L ale colţurilor de trapez. Coordonatele geodezice B şi L se stabilesc uşor folosind schemele de la figurile 5.24—5.27 sau mai comod după schema „Împărţirea în trapeze a teritoriului R.S.R." ce se găseşte la orice unitate de ridicări în plan.

Calculul coordonatelor plane x şi y funcţie de coordonatele geodezice B şi L se poate face de-a dreptul cu relaţii corespunzătoare. Asemenea relaţii ar fi (5.26) însă nu sînt suficient de pecise, pentru reprezentările la scări mari, iar dacă se consideră relaţiile complete, calculul este mult prea lung.

În producţie, calculul coordonatelor plane ale colţurilor de trapez se face cu ajutorul unor tabele elaborate fie plecînd de la relaţii sistematizate

Tabelul 5.1. **NOTAŢIA TRAPEZELOR ÎN PROIECŢIA GAUSS**

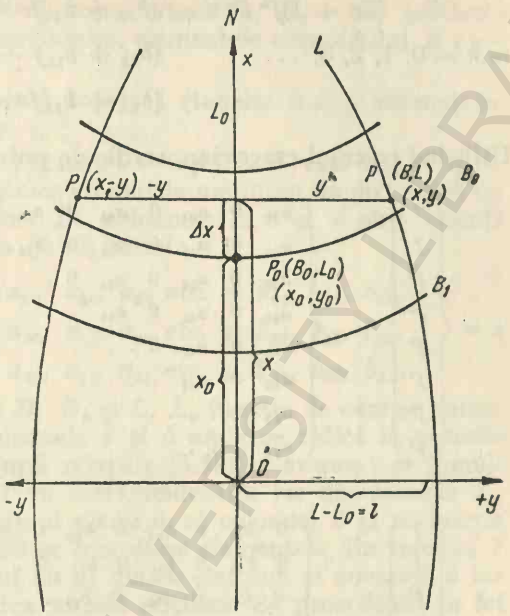
Scara	Notaţia	Mărimile laturilor		Fig.
		latitud.	longitud.	
1 : 1.000.000	L—35	4°	6°	5.24
1 : 500.000	L—35—B	2°	3°	5.25
1 : 200.000	L—35—XX	40′	1°	5.25
1 : 100.000	L—35—15	20′	30′	5.25
1 : 50.000	L—35—15—B	10′	15′	5.26
1 : 25.000	L—35—15—C—d	5′	7′30″	5.26
1 : 10.000	L—35-15-A-a-4	2′30″	3′45″	5.26
1 : 5.000	L—35—15—191	1′15″	1′52″5	5.26
1 : 2.000	L—35—15—191-f	25″	37″5	5.27

BCU IAŞI CENTRU DE CONSULTARE A LECTURII

cu coeficienți variabili fie cu coeficienți constanți. Tabele cu coeficienți variabili sînt tabelele Virovej editate în U.R.S.S., în anul 1951 și tabelele editate în 1959 de Academia Ungară în colaborare cu Academia Bulgară etc.

La noi s-au înlocuit tabele la IG.F.C.O.T. al M.A.I.A.A. sub îndrumarea prof. N. Oprescu, folosindu-se relațiile prin serii cu coeficienți constanți după prof. V. Fălie și C. Struțu (publicate în Buletinul topografic nr. 3–1957).

Principiul ce stă la baza acestui procedeu este următorul: se consideră o porțiune dintr-un fus redată prin meridiane și paralele inclusiv meridianul central și sistemul coordonatelor plane (fig. 5.28).



Fila 5.28 — Coordonate geodezice și coordonate plane

Relațiile analitice ce leagă coordonatele geodezice B și L ale unui punct P de pe elipsoid, de coordonate carteziene x și y în plan pentru a se stabili o corespondență biunivocă dintre punctele pe elipsoid și punctele corespunzătoare din plan sînt de forma:

$$x = F_1(B,\ L) \qquad (5.38)$$
$$y = F_2(B,\ L)$$

Pe meridianul axial se alege un punct central $P_0(B_0,\ L_0)$ în așa fel încît latitudinea lui să fie aproximativ mijlocie în raport cu suprafața luată în considerare. Apoi se pune condiția ca meridianul axial să se reprezinte în plan prin axa x față de care proiecția să fie simetrică iar coordonatele punctului P_0 în plan să fie x_0 și y_0.

Relațiile (5.38) se pot scrie sub forma generală a unor serii de puteri cu coeficienți constanți. Se notează $f = B - B_0$ și $l = L - L_0$, unde B și L sînt coordonatele geodezice ale unui punct oarecare de pe elipsoid. Fiind caz de simetrie x trebuie să fie o funcție pară de l iar y o funcție impară de l.

$$x = \Sigma a_m,\ 2nf^m l^{2n} = (a_{00}+a_{10}f+a_{20}f^2+a_{30}f^3+a_{40}f^4\ .\ .\ .\ .\ .\ .)+$$
$$m,n = 0,1,2,3\ \ .\ .\ .\quad (a_{02}+a_{12}f+a_{22}f^2+a_{32}f^3+a_{42}f^4+\ .\ .\ .\ .)l^2+$$
$$(a_{04}+a_{14}f+a_{24}f^2+a_{34}f^3+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .)l^4+$$
$$(a_{06}+a_{16}f+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .)l^6+ \qquad (5.39)$$

BCU IAȘI - CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$$y = \Sigma b_m,\ (2n+1) f^m l^{2n+1} = (b_{01} + b_{11} f + b_{21} f^2 + b_{31} f^3 + b_{41} f^4 \ldots) l +$$
$$m,n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (b_{03} + b_{13} f + b_{23} f^2 + b_{33} f^3 + \ldots) l^3 +$$
$$(b_{05} + b_{15} f + b_{25} f^3 + \ldots) l^5 +$$

Utilizînd calculul cracovian, seriile de puteri (5.39) se pot scrie:

$$x = \begin{Bmatrix} 1 \\ f \\ f^2 \\ f^3 \\ f^4 \\ f^5 \\ f^6 \\ f^7 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{00} & 0 & a_{02} & 0 & a_{04} & 0 & a_{06} & 0 \ldots \\ a_{10} & 0 & a_{12} & 0 & a_{14} & 0 & a_{16} & \ldots \\ a_{20} & 0 & a_{22} & 0 & a_{24} & 0 \ldots & & \\ a_{30} & 0 & a_{32} & 0 & a_{34} & \ldots & & \\ a_{40} & 0 & a_{42} & 0 \ldots & & & & \\ a_{50} & 0 & a_{52} & \ldots & & & & \\ a_{60} & 0 \ldots & & & & & & \\ a_{70} & \ldots & & & & & & \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ l^2 \\ l^4 \\ l^6 \\ . \\ . \\ . \\ . \end{Bmatrix} = f \cdot a \cdot l$$

(5.40)

$$y = \begin{Bmatrix} 1 \\ f \\ f^2 \\ f^3 \\ f^4 \\ f^5 \\ f^6 \\ f^7 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 & b_{01} & 0 & b_{03} & 0 & b_{05} & 0 & b_{07} \ldots \\ 0 & b_{11} & 0 & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 \ldots & \\ 0 & b_{21} & 0 & b_{23} & 0 & b_{25} \ldots & & \\ 0 & b_{31} & 0 & b_{33} & 0 \ldots & & & \\ 0 & b_{41} & 0 & b_{43} \ldots & & & & \\ 0 & b_{51} & 0 \ldots & & & & & \\ 0 & b_{61} \ldots & & & & & & \\ 0 \ldots & & & & & & & \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l \\ l^3 \\ l^5 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \end{Bmatrix} = f \cdot b \cdot l$$

Termenii în f şi l s-au limitat la ordinul 7 deoarece s-a avut în vedere o porţiune limitată a maximum 4° diferenţă de longitudine faţă de meridianul axial şi o precizie de 1 mm.

Pentru satisfacerea conformităţii proiecţiei s-a pus condiţia C a u c h y R i e m a n n:

$$\frac{\delta x}{\delta l} = -\frac{\delta y}{\delta f} \cdot \frac{N \cos B}{M}$$

$$\frac{\delta y}{\delta l} = +\frac{\delta x}{\delta f} \cdot \frac{N \cos B}{M} \qquad (5.41)$$

unde

N reprezintă normala mare şi M raza de curbură meridiană în punctul $P\,(B, L)$.

Se dezvoltă factorul $\frac{N \cos B}{M}$, care este o funcţie de B şi se efectuează operaţia de derivare prin care spaţiul funcţiilor x, y se transformă liniar în el însuşi. Punînd şi condiţia ca deformaţiile în lungul meridianului axial, ce se proiectează după o linie dreaptă (axul x), să fie nule, se obţin coe-

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

ficienții $a_{i,2j}$ și $b_{i,2j+1}$ ai seriilor (5.39) considerîndu-se, $B_0 = 46°$ (ca latitudine medie a țării noastre) și beineînțeles, elementele elipsoidului K r a s o v s k i.

Coeficienții sînt dați sub formă tabelară (tabelul 5.2) și ordonați în așa fel încît calculul să fie operativ.

Valoarea primului coeficient, a pentru $l = 0$ și $f = 0$, este $a_{00} = x_0 =$ $=5096175{,}747$ m și reprezintă lungimea arcului de meridian de 46°, adică de la ecuator pînă la latitudinea de 46°. În coloanele *2*, *3* și *4* sînt trecuți coeficienții (constanți) după relația (5.39) astfel:

în coloana *2* — coeficienții a_{10}, a_{20}, a_{30} etc. și b_{01}, b_{11}, b_{21},

în coloana *3* — coeficienții a_{02}, a_{12}, a_{22} etc. și b_{03}, b_{13}, b_{23},

în coloana *4* — coeficienții a_{04}, a_{14}, a_{24} etc. și b_{05}, b_{15}, b_{25}.

Elementele de intrare în tabel sînt B, B_0 și L, L_0 funcție de care se calculează f și l care se introduc în coloanele *1* și *5* unde se ridică la puterile indicate. Calculul se efectuează după relațiile (5.39) și anume: se înmulțesc însumat elementele coloanei *1* cu corespondentele lor din coloana *2*, iar rezultatul se înmulțește cu primul element al coloanei *5* și se înscrie ca prim număr obținut la R. La fel se înmulțesc elementele din coloana *1* cu cele ale coloanei *3* și apoi totul cu al doilea element al coloanei *5* iar rezultatul se trece la R ca al doilea număr obținut. Se procedează la fel cu coloana *1* și *4*. Astfel se obține x care se va adăuga la x_0 (înscris deasupra tabelului) și rezultă x definitiv. La y_1 însumarea din coloana R dă de-a dreptul y-ul față de meridianul axial. Pentru a se trece în inventarul de coordonate mai trebuie adăugați 500 km și specificat fusul.

Cu aceste relații și cu tabelul 5.2 s-au calculat la C.S.A. Centrul de Fotogrammetrie tabelele pentru calculul colțurilor de trapez pînă la scara 1 : 10 000 inclusiv. În tabelele respective se intră numai cu B și L și se obțin coordonatele plane x,y, față de sistemul de axe ale fusului. Nu mai este necesară decît pozitivarea y-ului și specificat fusul.

Cu tabelul 5.2 se pot calcula, evident, direct colțurile de trapez la orice scară inclusiv 1 : 5 000 sau 1 : 2 000 precum și coordonatele plane ale oricărui punct dat prin coordonate geodezice B și L pe elipsoid.

Aplicație. Se cer coordonatele plane x, y ale colțurilor trapezului $L-35-15-191$, deci la scara 1 : 5 000. Este tocmai trapezul dat în figura 5.27. În tabelul 5.2 se prezintă calculul coordonatelor plane x, y ale colțului sud-vest de coordonate geodezice $B = 47°25'$ și $L = 25°26'15''$. Din latitudinea B se scade latitudinea medie 46° apoi se transformă în secunde. Din longitudinea L se scade longitudinea meridianului axial al fusului în care se găsește punctul. Procedînd în continuare potrivit celor arătate mai sus se obțin $x = 52548\ 46{,}347$ și $y = 5\ 382\ 088{,}763$. Așa cum s-a procedat pentru colțul dinspre sud-vest se va proceda succesiv și pentru celalalte.

Notă: Dacă trapezul se găsește pe meridianul axial, sau în imediata lui apropiere, paralelele trapezului vor fi paralele cu cadrilajul (fig. 5.29). Pe măsură ce trapezul este mai departe de meridianul axial, dat fiind că laturile neparalele ale trapezului corespund cu me-

Tabelul 5.2.

CALCULUL COORDONATELOR PLANE (X, Y) GAUSS

$B = 47°25'$
$B_0 = 46°$
$\Delta B = B - B_0 = 1°25' = +5100''$
$f = 10^{-4}\Delta B'' = +0{,}51$

$L = 25°26'15$
$L_0 = 27°$
$\Delta L = L - L_0 = -1°33'45'' = -5625''$
$l = 10^{-4}\Delta L'' = -0{,}5625$

$x = x_0 + \Delta x$
$X_0 = 5096175{,}747$

$\Delta x =$

1		2	3	4		5	R
$1 = +1{,}00000$		0	$+3752{,}14570$	$+1{,}40331$		—	
$f = +0{,}51$		$+308\,758{,}95802$	$-12{,}09428$	$-0{,}22026$		$l = 1{,}00000$	$+157\,486{,}657$
$f^2 = +0{,}2601$	·	$+75{,}36064$	$-17{,}64146$	$-0{,}00525$	·	$l^2 = 0{,}31641$	$+\ 1\,183{,}814$
$f^3 = +0{,}13265$		$-\ 0{,}06459$	$+\ 0{,}01607$	$+0{,}00135$		$l^4 = 0{,}10011$	$+\ 0{,}129$
$f^4 = +0{,}06765$		$-\ 0{,}05909$	$+\ 0{,}01396$	0		—	$+\ 0{,}-$

$x = 5096175{,}747 + 158670{,}600 = 5254846{,}347$ $\qquad \Sigma = +158\,670{,}600 = \Delta x$

$y =$

$1 = 1{,}0000-$		$215\,179{,}42083$	$-2{,}80957$	$-0{,}03070$		
$f = 0{,}51$		$-10\,767{,}83826$	$-8{,}05441$	$+0{,}00\,004$		$l = -0{,}56250$	$-117\,912{,}448$
$f^2 = 0{,}2601$	·	$-\ 254{,}69196$	$+0{,}42862$	$+0{,}00069$	·	$l^3 = -0{,}17798$	$+\ 1{,}211$
$f_3 = 0{,}13265$		$+4{,}13843$	$+0{,}02170$	0		$l^5 = -0{,}05631$	$0{,}000$
$f^4 = 0{,}06765$		$+0{,}05360$	$-0{,}00083$	0			

$\Sigma = -117\,911{,}237 = y$

coordonate definitive $\begin{cases} x = 5\,254\,846{,}347 \\ y = -117\,911{,}237 + 500\,000{,}000 = 5\,382\,088{,}763 \end{cases}$

cifra 5 adăugată în faţa y— ului arată fusul 5 respectiv 35

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

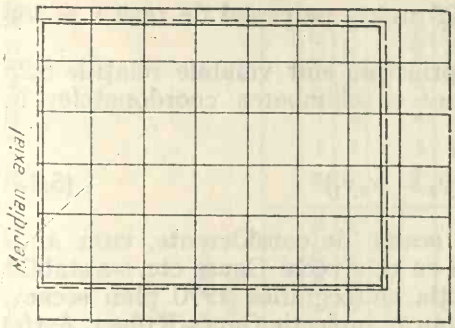


Fig. 5.29 — Cadrilaj cu colțurile trapezelor (trapez pe meridianul axial)

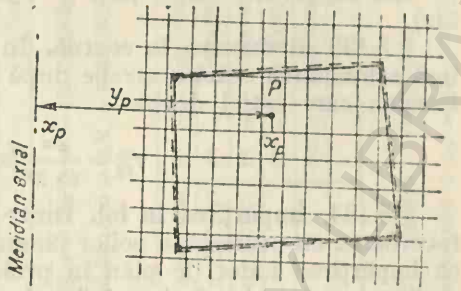


Fig. 5.30 — Cadrilaj cu colțurile trapezelor cînd trapezul este departe de meridianul axial

ridianele locurilor respective, în aceeași măsură paralelele trapezului nu mai sînt paralele cu cadrilajul (fig. 5.30). Neparalelismul laturilor neparalele ale trapezului se accentuează cu latitudinea și cu mărimea suprafeței cuprinsă de trapez.

5.13. PROIECȚIA STEREOGRAFICĂ 1970

2.130. **Considerații de principiu.** Intrucît, proiecția Gauss-Krüger, la nivelul teritoriului nostru național, este dezavantajoasă din mai multe puncte de vedere, și anume: a) deformațiile cresc repede; b) implică două sisteme de coordonate de unde și dezavantajul; c) dificultăți în problema racordării foilor de plan la marginea fuselor. S-a apreciat că o proiecție stereografică îmbunătățită ar răspunde mai bine necesităților economiei noastre naționale. De aceea, prin decreetul 305/15 sept. 1971 s-a hotărît introducerea sistemului de proiecție denumit:

„Proiecția stereografică 1790" pe plan secant unic.

5.131. **Caracteristici.** Această proiecție păstrează elementele elipsoidului Krasovski iar punctul central al proiecției care reprezintă și originea axelor de coordonate $x_0 = 500.000{,}000$ și $y_0 = 500.000{,}000$ este situat la nord de Făgăraș și are valorile $\varphi_0 = 46°$ și $\lambda_0 = 25°$. Pentru anumite facilități s-au păstrat și alte similitudini cu proiecția Gauss și anume: a) axa x-lor este orientată pe direcția Nord-Sud iar a y-lor pe direcția Vest-Est; b) împărțirea în foi.

5.132. **Deformații.** Se știe că proiecția stereografică este conformă, prin urmare conservă unghiurile. Distanțele se deformează, pe plan tangent radial corespunzător cu relațiile stabilite 5.22. Deformația kilometrică pe plan secant se calculează în funcție de deformația pe plan tangent din care se scad 0,25 m/km.

$$D_{km \cdot sec} = \frac{d^2(m)}{4R^2(km)} - 0{,}25 \text{ (m/km)} \qquad (5.42)$$

În acest caz, raza cercului de secanță este $r = 201{,}718$ km și peste 90% din teritoriul țării se înscrie cu deformațiile în limitele $\pm 0{,}25$ m/km

(— 0,25 m/km în centrul țării și + 0,25 m/km pe cercul de rază $r \simeq 285$ km).

5.133. **Reducerea la coardă.** În principiu sînt valabile relațiile 5.25 însă schimbarea cotelor atrage după sine și schimbarea coordonatelor în formula care astfel devine:

$$\varepsilon_{12}^{cc} = \frac{\rho^{cc}}{4 \cdot R^2}(x_1 y_2 - x_2 y_1) \tag{5.43}$$

5.134. **Împărțirea în foi.** Dintr-o seamă de considerente, cum ar fi racordarea cu ușurință a noilor planuri cu cele vechi Gauss etc, s-a stabilit ca împărțirea foilor de plan în proiecția stereografică 1970 plan secant, să fie aceeași cu împărțirea foilor de plan în proiecție Gauss-Krűger. Astfel foile de plan în proiecție stereografică 1970, plan secant, sînt delimitate de proiecțiile aceloraşi meridiane și paralele ca și în proiecția Gauss-Krűger și au aceeași nomenclatură, exceptînd planul la scara 1:2000 care derivă din împărțirea în patru a planului la 1:5000. Păstrîndu-se același cadru și nomenclatură se păstrează intact întreg fondul de ridicări la sc. 1:5000 și 1:10.000 ca și întreaga organizare a ridicărilor, integrarea lucrărilor noi cu cele vechi și racordarea pe cadru a planurilor din zona limitrofă celor două sisteme.

Nomenclatura foilor de hărți și planuri cu dimensiunile în diferite coordonate geografice se dau în tabelul 5.3.

Tabelul 5.3.

Nr. crt.	Scara	Dimensiunea		Nomenclatura
		φ	λ	
1	1:1.000.000	4°	6°	L—35
2	1:500.000	2°	3°	L—35—A
3	1:200.000	40′	1°	L—35—VII
4	1:100.000	20′	30′	L—35—107
5	1:50.000	10′	15′	L—35—107—A
6	1:25.000	5′	7′30″	L—35—107—A—a
7	1:10.000	2′30″	3′45″	L—35—107—A—a—1
8	1:5.000	1′15″	1′52″5	L—35—107—A—a—1—I
9	1:2.000	37″5	56″25	L—35—107—A—a—1—I—1

Coordonatele plane x, y, ale colțurilor foilor de plan (trapez) la sc. 1:2000 sînt calculate pentru întreg teritoriul național și puse la dispoziția unităților de ridicări. Calculele s-au efectuat cu relațiile Hristow:

$$x = x_0 + 0{,}99975\,(a_{10}f + a_{20}f^2 + a_{30}f^3 + a_{40}f^4 + a_{50}f^5 + a_{60}f^6 + a_{02}l^2 + a_{12}fl^2 + a_{22}f^2l^2 + a_{32}f^3l^2 + a_{42}f^4l^2 + a_{04}l^4 + a_{14}fl^4 + a_{24}f^2l^4 + a_{06}l^6 \tag{5.44}$$

$$y = y_0 + 0{,}99975\,(b_{01}l + b_{11}fl + b_{21}f^2l + b_{31}f^3l + b_{41}f^4l + b_{51}f^5l + b_{03}l^3 + b_{13}fl^3 + b_{23}f^2l^3 + b_{33}f^3l^3 + b_{05}l^5 + b_{15}fl^5) \tag{5.45}$$

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.4 **CALCULUL TRANSFORMĂRII COORDONATELOR GEODEZICE (GEOGRAFICE) ÎN COORDONATELE STEREOGRAFICE 1970**

Punctul . . . . . Trapezul . . . . . .

$\varphi = 45°58'45''$
$\varphi_0 = 46°$
$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 = -1'15'' = -75''$
$f = \Delta\varphi'' \times 10^{-4} = -0{,}0075$

$\lambda = 26°30'$
$\lambda_0 = 25°$
$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 1°30' = 5\,400''$
$l = \Delta\lambda'' \times 10^{-4} = 0{,}5400$

1	1	a_0	0	a_{02}	+3.752,1457111	a_{04}	+0,3359127	a_{06}	−0,0000575	1	1	
f	−0,0075000	a_{10}	+308.758,9579813	a_{12}	−99,9280966	a_{14}	−0,0622287			l^2	0,2916000	$fl^2 = -0{,}0021870$
f^2	0,0000562	a_{20}	+75,3584967	a_{22}	− 6,6748691	a_{24}	+0,0002261			l^4	0,0850306	$f^2l^2 = +0{,}0000164$
f^3	−0,0000004	a_{30}	+60,2162733	a_{32}	− 0,0713046					l^6	0,0246490	$f^3l^2 = -0{,}0000001$
f^4		a_{40}	− 0,0148571	a_{42}	− 0,0025911							$f^4l^2 = +0{,}0000000$
f^5		a_{50}	+ 0,0142609									$fl^4 = -0{,}0006377$
f^6		a_{60}	− 0,0215834									$f^2l^4 = 0{,}0000048$

$\Delta X = \Sigma \times 0.99975 = -1221{,}00999$

$X = 500.000{,}000 + \Delta X = 498.778{,}990$

1		b_{01}	+215.179,4208377	b_{03}	−23,2138674	b_{05}	−0,0086455			1	0,5400000	$fl^2 = -0{,}0040500$
f	−0,0075000	b_{11}	−10.767,8386289	b_{13}	− 1,9281015	b_{15}	+0,0004969			l^3	0,1570000	$f^2l = 0{,}0000303$
f^2	0,0000562	b_{21}	−128,6600287	b_{23}	+ 0,1316098					l^5	0,0457812	$f^3l = 0{,}0000000$
f^3	−0,0000004	b_{31}	−2,1060912	b_{33}	+ 0,0023711							$fl^3 = -0{,}0000001$
f^4		b_{41}	−0,0495324									$f^2l^3 = 0{,}0000088$
f^5		b_{51}	+0,0004263									

Calculat :

Verificat :

$\Delta y = \Sigma \times 0{,}99975 = 116.207{,}780$

$Y = 500.000{,}000 + \Delta y = 616.207{,}780$

coeficienţii a_{10}, $a_{20} \dots b_{01}$, b_{11} etc. sînt constanţi şi valabili pentru orice punct situat pe teritoriul nostru. Ei pot fi folosiţi la calculul de transformare a punctelor de ord. I—IV dacă se cunosc coordonatele geodezice(B şi L sau λ şi φ).

Coordonatele geodezice şi rectangulare ale centrului de proiecţie sînt:

$$\varphi_0 = 46° \qquad \lambda_0 = 25°$$
$$x_0 = 500.000.000 \qquad y_0 = 500.000.000$$
$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 \qquad \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$$
$$f = \Delta\varphi'' \cdot 10^{-4} \qquad l = \Delta\lambda'' \cdot 10^{-4}$$

coeficientul 0,99975 reprezintă raportul de reducere la scară (din planul tangent în planul secant).

Într-adevăr, 0,25 m/km = 1/4000 iar $c = 1 - \frac{1}{4000} = 0{,}999750$.

În eventualitatea că nu dispunem de coordonatele colţurilor foilor de plan, ele pot fi calculate cu relaţiile 5.44 şi 5.45 folosind formularul din tabelul 5.4 care cuprinde şi o aplicaţie numerică.

Se cer coordonatele stereografice 1970 ale colţurilor de sud-vest a trapezului L—35—78—A—a—1—I—3. După un schelet Gauss, sau altfel, se stabilesc coordonatele geografice ale acestui punct, care sînt:

$$\varphi = 45°58'45'' \text{ şi } \lambda = 26°30'$$

5.2. REŢELELE GEODEZICE

5.20. FUNCŢII, DESFĂŞURARE

5. 201. **Rolul reţelelor geodezice.** Din punct de vedere topografic, punctele geodezice reprezintă reţeaua de sprijin, necesară şi suficientă, pentru orice ridicare (de orice precizie, la orice scară şi de orice suprafaţă).

Reţelele geodezice (cele de ordinul I) servesc şi la determinarea formei şi dimensiunilor globului pămîntesc în ansamblul lui.

5.202. **Desfăşurări.** Reţelele triangulaţiei geodezice de stat se dezvoltă succesiv, fiind de patru ordine şi anume I, II, III şi IV.

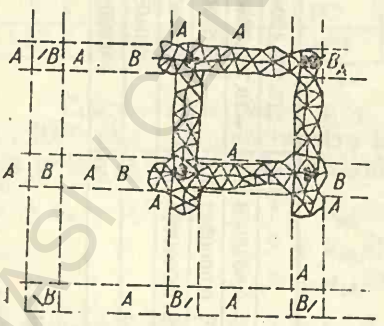


Fig. 5.31 — Schema desfăşurării laturilor de triangulaţie de ordinul I

Reţeaua geodezică de ordinul I se desfăşoară fie sub formă de lanţuri de triunghiuri şi patrulatere (fig. 5.31) dezvoltate aproximativ de-a lungul meridianelor şi paralelelor fie, mai modern, sub formă de reţele compacte. La noi triangulaţia geodezică de ordinul I este constituită din trei lanţuri de triunghiuri meridiane şi trei lanţuri de triunghiuri paralele compensate unitar şi dintr-o reţea complementară (tot de ordinul I) care realizează aceeaşi densitate de puncte şi în golurile dintre lanţuri.

Mărimile funcție de care se determină rețeaua de puncte și care trebuie măsurate sînt: toate unghiurile triunghiurilor, cîte o latură sau o bază de dezvoltare la fiecare întretăiere de lanțuri precum și azimutele bazelor sau ale unor laturi la întretăierea lanțurilor. Dacă lanțurile sînt lungi este bine ca azimutele să fie măsurate și la mijlocul fiecărui segment de lanț.

Lungimea segmentelor de lanț (pînă la întretăierea cu alt lanț) nu trebuie să depășească 200 km.

În privința mărimilor ce se măsoară se fac unele precizări.

Unghiurile nu vor fi mai mici de 45^g (40°) căutîndu-se să se realizeze triunghiuri cît mai apropiate de cele echilaterale iar în patrulatere unghiurile de legătură trebuie să fie mai mari de 35^g (30°). Măsurarea unghiurilor se face prin metoda Schreiber (§ 5.203) cu ponderea 36 și numai pe lumină de heliotrop sau far de noapte cu teodolite de tip Wild T_3 sau echivalente.

Laturile vor avea lungimea medie de 25 km la munte și 20 km la șes. Latura sau baza de dezvoltare trebuie măsurată cu o mare precizie cu firul de invar.

Azimutele obținute prin observații astronomice servesc la orientarea rețelei (laturilor) din aproape astfel că și ele trebuie determinate cu o mare precizie $\pm 0'',5$.

Rețeaua geodezică de ordinul II se obține prin îndesirea rețelei de ordinul I (fig. 5.32) în așa fel încît să se asigure o densitate de un punct la 120—150 km^2.

Instrucțiunile în vigoare prevăd, între altele, ca unghiurile triunghiurilor să fie mai mari de 33^g iar lungimea medie a laturilor să fie de 13 km. Unghiurile se măsoară tot prin metoda Schreiber, cu ponderea 24, vizînd pe siluetă.

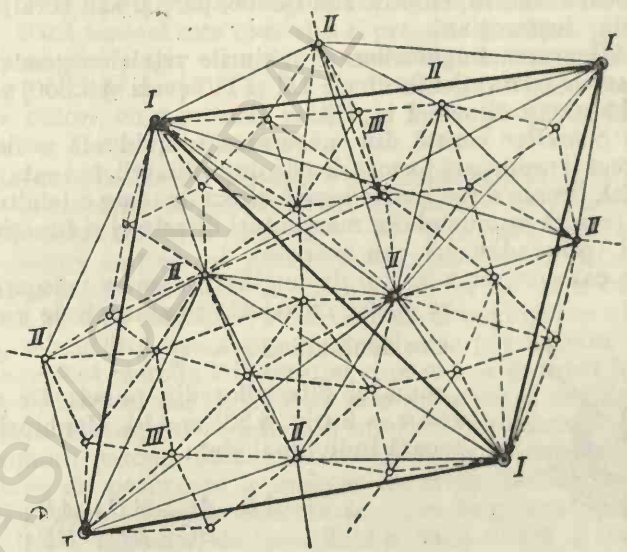


Fig. 5.32 — Schema triangulațiilor geodezice de ordinele II și III în cadrul rețelei de ordinul I

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITARA LIBRARY

Se recomandă teodolite de tip Wild T_3 dar se admit şi de tip T_2 sau echivalente.

Reţeaua geodezică de ordinul III se obţine prin îndesirea reţelei de ordinele I şi II (fig. 5.32) în aşa fel încît împreună cu reţeaua de ordinele I şi II să asigure o densitate de un punct la 50 km². Se precizează că mărimea unghiurilor triunghiurilor să nu fie mai mică de 26^g iar lungimea medie a laturilor să fie de 8 km. Unghiurile se măsoară prin metoda reiteraţiilor (9 reiteraţii) cu teodolite de 2^{cc} — 5^{cc}.

Reţeaua geodezică de ordinul IV se obţine prin îndesirea reţelei de ordinul I, II şi III, astfel încît să se obţină o densitate de un punct la cel mult 20 km², ceea ce practic înseamnă cel puţin 5 puncte pe trapezul la scara 1 : 25 000. Lungimea medie a laturilor triunghiurilor va fi de 4 km şi nu mai mică de 2 km. O observaţie importantă este aceea că, pe cîtă vreme punctele de ordinul II, de exemplu, nu pot fi determinate decît în exclusivitate din puncte de ordinul I, punctele de ordinul IV pot fi determinate în grup cînd unele din ele s-ar putea să nu aibă legătură decît parţială sau deloc cu punctele de ordin superior I, II sau III. Unghiurile se măsoară prin reiteraţie (6 serii) cu teodolite de 2^{cc} — 5^{cc}.

Notă: Instrucţiunile pentru triangulaţia geodezică de ordinele I, II, III şi IV, din 1962, fac precizările necesare în legătură cu condiţiile de îndeplinit (de figură, metodă, aparatură, precizie etc.).

Reţelele de ordinul I, II, III şi IV se compensează riguros.

Lucrările triangulaţiei de ordinul V, care realizează, după caz, o densitate de un punct la 25—50 ha în oraşe şi 100—400 ha în extravilan, se execută de către instituţiile care fac ridicări la scara 1 : 10 000 şi mai mari şi se compensează riguros, empiric sau de loc, parţial sau total, după nevoi precizate prin instrucţiuni.

5.203. **Măsurarea unghiurilor.** Unghiurile reţelelor geodezice se măsoară prin metoda reiteraţiei (ordinele III şi IV) (vezi § 2.350) şi prin metoda Schreiber (ordinele I şi II).

Metoda Schreiber constă din măsurarea individuală a fiecărui unghi (cu luneta direct şi peste cap) format de cîte două direcţii, în toate combinaţiile posibile. Astfel, fiecare direcţie este legată direct de toate celelalte iar unghiurile (oricare) rezultă nu numai din măsurători directe ci şi funcţie de celelalte măsurători (prin adăugare sau scădere).

Într-un caz concret numărul de unghiuri m ce se măsoară individual se obţine cu relaţia combinării de n obiecte luate cîte două adică $m = c_n^2 = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$ unde n este numărul direcţiilor din punct. De exemplu dacă $n = 5$ (fig. 5.33) $m = 10$. Unghiurile ce se măsoară individual sînt:

$$AB,\ AC;\ AD;\ AE;$$
$$BC;\ BD;\ BE;$$
$$CD;\ CE;$$
$$DE.$$

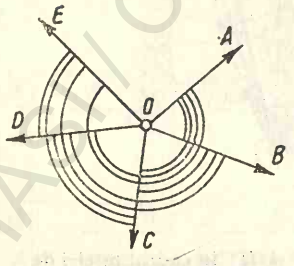


Fig. 5.33 — Metoda Schreiber

Fiecare unghi rezultă atît din măsurători cît și din combinații, astfel:

$$\sphericalangle AB = AB;\ (AC - BC);\ (AD - BD);\ (AE - BE)$$
$$\sphericalangle BC = BC;\ (BD - CD);\ (BE - CE);\ (AC - AB)$$
$$\sphericalangle AC = AC;\ (AD - CD);\ (AE - CE);\ (AB + BC) \text{ etc.}$$

Notă: Măsurarea unghiurilor se face numai sub umbrelă în condiții de prevedere și atenție deosebită care implică și alte verificări și chiar etalonări ale teodolitelor, toate precizate în manualele de geodezie și în instrucțiuni.

La facerea mediilor valoarea măsurată direct se ia cu ponderea *2* iar celelte cu ponderea 1.

Instrucțiunile de lucru dau originile limbului, sub formă tabelară, pentru toate situațiile, funcție de numărul de vize și ponderea ce trebuie realizată.

În cazul observațiilor de zi fără heliotrop metoda prezintă inconvenientul de a măsura cu dificultate unghiurile formate de o viză spre est și alta spre vest din cauză că prima se poate face în bune condiții după amiază iar a doua, dimineața.

5.204. **Baze geodezice.** După cum s-a arătat la § 5.202, este necesar ca la întretăierea lanțurilor de triangulație să se măsoare cîte o latură sau o bază de dezvoltare. Întrucît este puțin probabil ca o latură să poată îndeplini condițiile de a fi măsurată la nivelul exigențelor ridicate pe care le implică o asemenea măsurătoare se recurge de obicei la o bază a cărei lungime să fie mai mare de 6 km de la care prin dezvoltarea, preferabil în romb (fig. 2.162), să se ajungă la o latură.

Bazele geodezice trebuie alese în terenuri de șes în așa fel încît să existe vizibilitate între cele două capete pentru a putea fi măsurate cu firul de invar (fig. 2.32) și a se asigura o precizie de măsurare de $1 : 300.000 \simeq 3{,}3 \cdot 10^{-6}$. Dacă terenul este bine ales și pregătit (curățat, pichetat) această precizie se obține relativ ușor, deoarece cu firul de invar distanțele se pot măsura cu o precizie de pînă la $3 \cdot 10^{-7}$. Efectiv, bazele noastre au fost măsurate, de obicei, cu o precizie mult mai mare ($1 : 500.000$; $1 : 800.000$ etc.) decît o cer instrucțiunile.

Precizia cerută bazelor geodezice se poate obține și cu ajutorul instrumentelor electronice de măsurare a distanțelor care asigură în general o precizie de măsurare de 2 pînă la $4 \cdot 10^{-6}$. Acestea prezintă avantajul că nu cer o alegere de baze, că permit măsurarea directă și mai operativă a unor laturi și în ultima instanță chiar a tuturor laturilor unei triangulații. Intrucît în actuala metodă funcție de baze și unghiuri se ajunge de fapt la laturi iar cu ajutorul aparatelor electronice se pot măsura de-a dreptul laturi, s-a dezvoltat metoda trilateрației care măsoară direct laturile (toate laturile rețelei), fără să mai fie necesar să se măsoare și unghiuri.

Măsurarea distanțelor pe cale electronică se întemeiază pe măsurarea exactă a timpului parcurs (dus — întors) de unda electromagnetică, știindu-se că viteza de propagare a undelor electromagnetice în aer este de $299792{,}5 \pm 0{,}4$ km/sec. Precizia ridicată se obține în general, prin măsurarea cu mare precizie a diferenței de fază dintr-o unda emisă și cea reflectată.

Aparatele electronice de măsurare a distanțelor, să le numim în general telemetre electronice, se cuprind în două mari grupe, după natura unde-

lor purtătoare şi anume: telemetre electro-magnetice sau radio-telemetre ce utilizează lungimi de undă din spectrul invizibil de 10° pînă la 10^{1} cm; şi telemetre electro-optice ce utilizează lungimi de undă din spectrul vizibil de 10^{-5} la 10^{-4} cm.

Fiecare dintre acestea prezintă avantaje şi dezavantaje, astfel: a) telemetrele electro-magnetice, ce se folosesc în bune condiţii ziua şi noaptea şi chiar pe timp de ceaţă sau ploaie, asigură o precizie în general de ± 3 cm $+ 2 \cdot 10^{-6}$ pînă la 10^{-5} şi b) telemetrele electro-optice lucrează bine noaptea şi numai pe timp senin dar asigură o precizie de ± 1 cm $+ 2 \cdot 10^{-6}$

Iniţial, majoritatea instrumentelor cu unde de tip Radar, Hiran Shoran etc., erau construite pentru măsurarea aproximativă a distanţelor mari de ordinul multor zeci şi a sutelor de km. Azi instrumentele folosite în măsurătorile geodezice-topografice de tipul Geodimetrului Bergstrand — Suedia (telemetru electro-optic de mare performanţă) sau a Telurometrului Waadley (radio-telemetru) sînt construite pentru măsurarea de distanţe între 0,2 şi 0,5 km pînă la 50—80 km.

Pentru că atît geodimetrul cît şi telurometrul sînt aparate construite cu precădere pentru măsurarea de distanţe mari, geodezice de 5—50 km fiind în acelaş timp relativ scumpe, grele şi voluminoase, s-au construit numeroase aparate mai mici, mai portabile care să măsoare inclusiv distanţe topografice începînd, dacă se poate, chiar cu 20 m dar şi distanţe geodezice pînă la 10 sau 20 km. Asemenea aparate sînt indicate inclusiv în ridicările tachimetrice în terenuri accidentate, deltaice est.

Din categoria telemetrelor electromagnetice (telemetre, radiotelemetre, electrotape etc) s-ar putea enumera: Distomatul DI—50 Wild (cu măsurarea distanţelor de la 50 m la 150 km), telemetrul MRA, electrotapele MD—20 (SUA) etc. Din categoria telemetrelor electrooptice; geodimetrele tip NASM—2 şi NASM—2 A precum şi NASM—6; ECS (RU6—Towa), EMc Gigas (RFG) etc. S-au construit şi geodimetre cu laser de performanţe cu totul excepţionale.

5.205. **Puncte Laplace. Punct fundamental.** După cum s-a arătat, azimutele obţinute prin observaţii astronomice servesc la orientarea laturilor.

Întrucît măsurătorile se efectuează pe suprafaţa fizică a pămîntului (cu axul principal al teodolitului vertical adică perpendicular la geoid), cînd se obţin azimute astronomice A, iar pentru calculul reţelei pe elipsoid sînt necesare azimute geodezice, este necesar să se aducă corecţiile provocate de deviaţiile verticalelor. Relaţia folosită în acest sens este ecuaţia lui Laplace cu ajutorul căreia se calculează azimutul Laplace.

$$A_L = A - (\lambda - L) \sin \varphi \qquad (5.42)$$

Relaţia necesită cunoaşterea şi deci măsurarea cu toată precizia, în punctul respectiv, nu numai a azimutului astronomic ci şi A a longitudinii astronomice λ şi a latitudinii φ.

Aşadar termenul corectiv este constituit din diferenţa longitudinii astronomice şi geodezice înmulţită cu sinusul latitudinii punctului în care s-au făcut observaţiile.

În afară de bazele geodezice şi de azimutele Laplace contează ca element fix şi punctul fundamental ale cărui coordonate geodezice se determină prin observaţii astronomo-gravimetrice. Deşi precizia de determinare a punctului fundamental pe elipsoid este destul de mare, circa o secundă geocetrică, totuşi la suprafaţa pământului asta înseamnă circa ± 10 m. De aceea coordonatele geodezice ale tuturor celorlalte puncte se determină funcţie de un singur punct, punctul fundamental şi evident funcţie de elementele reţelei.

Punctul fundamental al reţelei noastre în Gauss este borna mare a observatorului din Pulkovo (lîngă Leningrad) unde elipsoidul este considerat tangent la geoid.

Un alt element fix este azimutul Laplace zero pe elipsoid determinat pe direcţia Pulkovo—Bugrî.

Valoarea coordonatelor geodezice B_0 şi L_0 ale punctului fundamental Pulkovo ca şi azimutul Laplace A_0 sînt:

$$L_0 = 30°19'28'',\ 318;\ B_0 = 59°46'15'',\ 359;\ A_0 = 121°06'42'',\ 305.$$

Punctul fundamental serveşte şi unor reduceri (vezi § 5.012).

5.21. NOŢIUNI PRIVIND CALCULUL REŢELELOR GEODEZICE

5.210. **Generalităţi.** Reţelele geodezice se calculează folosindu-se metoda celor mai mici pătrate (m.c.m.p.) care conduce la cel mai probabil rezultat. Firește că nu este vorba numai de metoda de calcul (compensare) ci şi de concepţia de calcul. Astfel, reţeaua de ordinul I se compensează dintr-o dată (lanţurile de triangulaţie sau întreaga reţea de ordinul I în cazul reţelelor compacte) pentru a se obţine o reţea unică de aceeaşi valoare pe întregul teritoriu considerat (naţional sau multinaţional). Reţeaua de ordinul I complementară calculîndu-se ca o reţea de completare a reţelei definitive: ordinul I primordial iar cea de ordinele II, III şi IV ca reţea de îndesire a celei de ordinul I, se calculează pe ordine şi pe grupe de puncte în cadrul aceluiaşi ordin.

Notă: Lanţurile de ordinul I se calculează pe elipsoid obţinîndu-se coordonate geodezice B şi L iar complementarul şi reţeaua de îndesire se calculează de-a dreptul în plan după ce s-au calculat coordonatele plane x şi y ale reţelei primordiale.

5.211. **Principiul compensării reţelei de ordinul I.** Se folosesc toate mărimile măsurate pe suprafaţa pământului şi reduse la elipsoid şi anume: punctul fundamental şi azimutul zero ca elemente prealabile fixe, bazele (laturile) măsurate şi azimutele Laplace ca elemente fixe şi unghiurile (direcţiile) ca elemente ce se compensează. În efectuarea calculului unic de compensare a reţelei de ordinul I se disting unele etape şi anume:

— compensarea rigurosă a fiecărui segment de lanţ, folosindu-se metoda observaţiilor condiţionate a variaţiei unghiurilor sau direcţiilor, introducîndu-se condiţiile de acord pe baze şi pe azimute precum şi condiţiile figurilor geometrice în cadrul reţelei de triunghiuri. Funcţie de lanţurile

astfel compensate se calculează lungimele şi azimutele liniilor geodezice ce unesc capetele segmentelor de lanţuri obţinîndu-se un sistem de poligoane;

— compensarea sistemului de poligoane obţinut, introducîndu-se condiţiile de închidere pe poligoane şi pe coordonate. Coordonatele vîrfurilor poligoanelor astfel compensate vor fi definitive;

— compensarea definitivă a lanţurilor între vîrfurile poligoanelor (capetele segmentelor de lanţ) incluzîndu-se şi condiţiile de bază şi azimut. Acest calcul se încheie, aşadar, cu calculul coordonatelor tuturor punctelor geodezice ce constituie lanţurile de triangulaţie de ordinul I.

Ordinul I complementar, de completare a golurilor dintre lanţuri, se calculează funcţie de reţeaua definitivă a lanţurilor, de obicei tot prin metoda variaţiei direcţiilor.

5.212. **Principiul compensării reţelei de ordinele II, III şi IV.** Reţelele de ordinele II, III şi IV, ca reţele de îndesire, se calculează succesiv, prin metoda observaţiilor indirecte (variaţia coordonatelor) de-a dreptul în plan funcţie de coordonatele plane ale reţelei de ordinul I.

Coordonatele (provizorii) a căror variaţie se caută prin metoda celor mai mici pătrate pentru a se obţine cea mai probabilă poziţie a lor în cadrul reţelei se obţin prin intersecţii cu vizele reduse la coradă.

Apoi se aplică relaţii ce leagă variaţia coordonatelor (de fapt corecţiile ce se aduc coordonatelor) de variaţia direcţiilor asupra cărora se pun condiţiile de minim. Din rezolvarea sistemului de ecuaţii normale la care se ajunge se obţin corecţiile.

5.22. REŢELE GEODEZICE DE ORDINELE II, III şi IV

5.220. **Proiectarea punctelor.** În privinţa proiectării punctelor de un ordin oarecare sînt valabile cele arătate la paragrafele 2.410, 2.511 şi 3.44, cu observaţia că punctele proiectate pe hartă (în general la scara 1 : 100 000) trebuie să îndeplinească condiţiile specifice ordinului respectiv date la § 5.202. Toate punctele trebuie proiectate în aşa fel încît să existe vizibilităţi reciproce, iar figurile de încadrare să fie cît mai simple, fără direcţii de prisos. Punctele importante ca turnurile de clădiri, monumentele etc., nestaţionabile vor fi prinse în proiect urmînd să fie determinate ca puncte de ordinul V, prin intersecţii înainte.

Încă de la proiectare se concep grupele de compensare, care trebuie să depăşească 13 puncte.

În privinţa vizibilităţilor şi a înălţimii vizelor trebuie avut în vedere ca raza vizuală să fie mai înaltă cu cel puţin 2 m la ordinul II şi să se poată viza în bune condiţii la celelalte ordine.

Definitivarea proiectului se face la teren cu ocazia recunoaşterii cînd se stabileşte poziţia exactă a punctelor, tipul şi înălţimea semnalelor de plantat şi denumirea lor, funcţie de toponimia locală. Totodată se face controlul punctelor de ordin superior, după descrierile topografice, li se verifică identitatea (vezi § 2.411) şi se consemnează starea lor. Dacă punctele nu sînt identice sau s-au pierdut, vor fi prinse în reţeaua de determinat.

Tot cu acest prilej se întocmeşte şi schiţa topografică detaliată a punctului.

BCU CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

Observaţiile se efectuează potrivit înstrucţiunilor în vigoare în condiţiile prevăzute: de timp, aparatură şi metodă, parte din ele, cele esenţiale, fiind date la § 5.202 care necesită revederea şi a § 2.53 şi § 5.203.

5.23. CALCULUL REŢELELOR PRIN METODA CELOR MAI MICI PĂTRATE ŞI METODA OBSERVAŢIILOR INDIRECTE (VARIAŢIA COORDONATELOR)

5.230. **Calcule prealabile.** Observaţiile unghiulare sînt prelucrate în mod corespunzător cu metoda de măsurare pentru a se obţine mediile compensate. Pentru reducerea la centru dar mai ales pentru reducerea la coardă, este necesar să se cunoască coordonatele punctelor chiar şi numai aproximativ. Pentru aceasta se orientează vizele necesare în punctele vechi, eventual şi noi şi se determină punctele noi prin simple intersecţii înainte. Astfel se obţin primele coordonate ale punctelor de determinat numite *coordonate preliminare.*

Funcţie de coordonatele preliminare se calculează reducerea unghiurilor (vizelor) la centru (vezi § 2.352) şi reducerea direcţiilor la coardă (§ 5.123). Vizele astfel corectate se orientează în toate punctele vechi şi noi (ca la intersecţia combinată § 2.44) şi se redetermină toate punctele noi prin intersecţii combinate, eventual în triunghi, obţinîndu-se *coordonate provizorii* în plan. În eventualitatea că n-ar urma o compensare riguroasă acestea ar putea fi considerate drept definitive. De fapt nici coordonatele provizorii nu trebuie calculate cu maximă grijă. Unii autori chiar recomandă rotunjirea lor la dm, iar din cercetările noastre rezultă că o aproximaţie de chiar un metru nu va afecta poziţia finală a punctelor. Totuşi pentru a se obţine valori de lucru mici şi corecţii mici, precum şi pentru a se putea elimina din capul locului vizele necorespunzătoare, este indicat să se obţină coordonate provizorii controlate şi cît mai bune. Pentru aceasta sînt suficiente două intersecţii (combinate) independente.

5.231. **Calculul corecţiilor.** 5.2310. *Calcule de bază.* Să presupunem că punctul P s-a determinat în plan (provizoriu) funcţie de punctele *1, 2, 3* şi *4* (fig. 5.34) prin intersecţii combinate cu direcţiile reduse la coardă.

Să considerăm direcţia 1 P (fig. 5.35 după 5.34). Între coordonatele punctelor *1* şi P şi direcţia determinată de ele există relaţia binecunoscută:

$$\operatorname{tg} \theta_{1P} = \frac{y - y_1}{x - x_1} \tag{5.46}$$

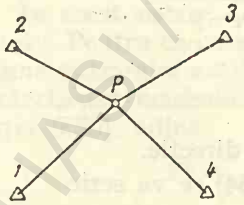


Fig. 5.34 — Schemă

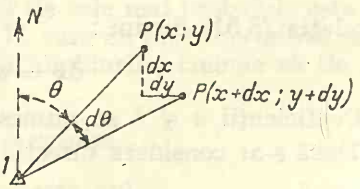


Fig. 5.35 — Variaţia coordonatelor

Dacă coordonatelor punctului $P(x, y)$ li se aduc corecţiile dx şi dy, poziţia nouă a punctului P este $P(x + dx, y + dy)$ iar orientarea θ suferă variaţia $d\theta$. Legătura între variaţia coordonatelor şi variaţia direcţiei se obţine prin diferenţierea relaţiei (5.46). Teoretic, procedeul este riguros în domeniul variaţiilor infinit mici iar practic poate fi considerat riguros dacă variaţiile (corecţiile) sînt foarte mici în raport cu lungimea vizelor, de exemplu mai mici decît 1/1 000. Pentru simplificare se logaritmează în prealabil astfel că se obţine:

$$\log \operatorname{tg} \theta = \log (y - y_1) - \log (x - x_1) \tag{5.47}$$

diferenţiind:

$$\frac{1}{\cos^2\theta} \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \theta} \cdot d\theta = \frac{1}{y - y_1} \rho \cdot dy - \frac{1}{x - x_1} \rho \, dx \tag{5.48}$$

dacă se înlocuieşte $\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$; $\sin \theta = \frac{y - y_1}{D}$ şi $\cos \theta = \frac{x - x_1}{D}$

unde D este distanţa $1P$, rezultă:

$$d\theta = \frac{x - x_1}{D^2} \rho \cdot dy - \frac{y - y_1}{D^2} \rho \cdot dx \tag{5.49}$$

sau

$$d\theta = \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{y - y_1} \cdot \rho \cdot dy - \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta}{x - x_1} \cdot \rho \cdot dx \tag{5.50}$$

cazul s-a discutat în ipoteza considerării direcţiei $1P$ adică punct fix — punct variabil.

Dacă se consideră direcţia inversă, adică punct variabil (staţie) şi punct fix (viză), cînd diferenţa între relative se face în sens invers, va trebui schimbat şi semnul coeficienţilor pentru ca expresia să nu se schimbe astfel că relaţia (5.49) devine:

$$d\theta_{P1} = \frac{y_1 - y}{D^2} \rho \cdot dx - \frac{x_1 - x}{D^2} \rho \cdot dy = -d\theta_{1P} \tag{5.51}$$

În practică pentru a se lucra cu mărimi convenabile se împarte cu 10 şi se notează:

$$a = \frac{\rho}{10} \cdot \frac{y_1 - y}{D^2} \text{ şi } b = -\frac{\rho}{10} \cdot \frac{x_1 - x}{D^2} \tag{5.52}$$

sau

$$a = \frac{\rho}{10} \cdot \frac{\sin \theta \cos \theta}{x_1 - x} \text{ şi } b = -\frac{\rho}{10} \cdot \frac{\sin \theta \cos \theta}{y_1 - y} \tag{5.53}$$

cînd relaţia (5.51) devine:

$$d\theta = a \cdot dx + b \cdot dy \tag{5.54}$$

Coeficienţii a şi b se numesc constante de direcţie.

Dacă s-ar considera direcţia $1P$, relaţia (5.54) se va scrie

$$d\theta = -a \cdot dx - b \cdot dy \tag{5.55}$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dacă s-ar considera variabile ambele puncte, adică nu numai P ci și *1*, relația (5.54) ar deveni:

$$d\theta = a dx + b dy - a\, dx_1 - b\, dy_1 \qquad (5.56)$$

în ipoteza că se ia direcția $P1$ și

$$d\theta = a\, dx_1 + b\, dy_1 - a\, dx - b\, dy \qquad (5.57)$$

dacă s-ar considera direcția $1P$,

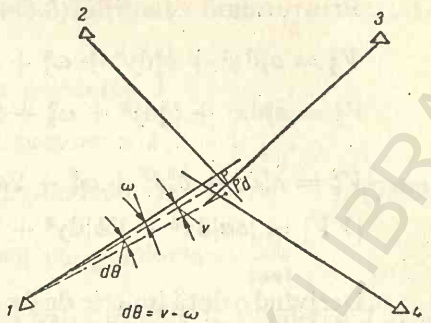


Fig. 5.36 — $d\theta = v - \omega$

Așadar regula de urmat este următoarea; în stații puncte noi se păstrează semnele coeficienților ce rezultă din expresiile (5.52) sau (5.53) iar în stații puncte vechi se schimbă.

În privința variației $d\theta$ se observă că ea constă din două mărimi (fig. 5.36) și anume: din ω care este o cantitate constantă ce reprezintă diferența dintre viza (observația) orientată θ_{ab} (determinată funcție de măsurătorile efectuate în teren) și orientarea θ_P dedusă din coordonatele provizorii (apropiate) și din V care reprezintă creșterea, corecția, variația efectivă a vizei (observației) la punctul definitiv, cantitate ce nu se cunoaște $d\theta = V - \omega$. Astfel relația (5.54) devine:

$$V = a\, dx + b\, dy + \omega \qquad (5.58)$$

Relația (5.55) se poate scrie pentru fiecare direcție participantă la calcule. În cazul figurii 5.34 sau 5.36 s-ar obține:

$$\begin{aligned} V_1 &= a_1 dx + b_1 dy + \omega_1 \\ V_2 &= a_2 dx + b_2 dy + \omega_2 \\ V_3 &= a_3 dx + b_3 dy + \omega_3 \\ V_4 &= a_4 dx + b_4 dy + \omega_4 \end{aligned} \qquad (5.59)$$

Firește că dacă ar fi n direcții s-ar scrie toate relațiile pînă la ordinul n adică:

$$V_n = a_n d_x + b_n d_y + \omega_n$$

În acest sistem de ecuații, necunoscute sînt creșterile V și corecțiile dx și dy. Pentru ca corecțiile dx și dy să fie cele mai probabile este necesar ca suma pătratelor erorilor (creșterilor) V, care de fapt reprezintă erorile ce caracterizează mărimile măsurate, adică unghiurile, trebuie să fie minimă (relația 5.59), adică

$$V_1^2 + V_2^2 + \ldots + V_n^2 = \text{minim},$$

lucru ce se obține atunci cînd derivata este nulă.

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Prin urmare ecuațiile (5.59) vor fi ridicate la pătrat și însumate.

$$V_1^2 = a_1^2 dx^2 + b_1^2 dy^2 + \omega_1^2 + 2a_1b_1\,dx\,dy + 2\,a_1\omega_1\,dx + 2b_1\omega_1\,dy$$

$$V_2^2 = a_2^2 dx^2 + b_2^2 dy^2 + \omega_2^2 + 2a_2b_2 dx\,dy + 2a_2\omega_2 dx + 2b_2\omega_2 dy \qquad (5.60)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$V_n^2 = a_n^2 d_x^2 + b_n^2 d_y^2 + \omega_n^2 + 2a_nb_n dx\,d_y + 2a_n\omega_n d_x + 2b_n\omega_n d_y$$

$$|VV| = |aa|dx^2 + |bb|dy^2 + |\omega\omega| + 2\,|ab|dxdy + 2|a\omega|dx + 2|b\omega|dy \qquad (5.61)$$

Derivînd o dată funcție de dx și o dată funcție de dy și anulînd se obține sistemul de ecuații normale (atîtea ecuații cîte necunoscute).

$$|aa|dx + |ab|\,dy + |a\omega| = 0 \qquad (5.62)$$

$$|ab|\,dx + |bb|\,dy + |b\omega| = 0$$

Necunoscutele, corecțiile dx și dy calculate din acest sistem și aplicate punctului P vor da cea mai probabilă poziție a punctului P funcție de totalitatea elementelor introduse în calcul.

Expresia (5.62) se referă la calculul corecțiilor pentru un singur punct. Pentru două puncte noi, notate cu *1* (x_1y_1) și $2(x_2y_2)$ (fig. 5.37), cînd constantele de direcție ce se referă la punctul *1* sînt a și b iar cele ce se referă la *2* sînt c și d, expresia (5.62) devine:

$$|aa|\,dx_1 + |ab|\,dy_1 + |ac|\,dx_2 + |ad|\,dy_2 + |a\omega| = 0$$

$$|ab|\,dx_1 + |bb|\,dy_1 + |bc|\,dx_2 + |bd|\,dy_2 + |b\omega| = 0$$

$$|ac|\,dx_1 + |bc|\,dy_1 + |cc|\,dx_2 + |cd|\,dy_2 + |c\omega| = 0 \qquad (5.63)$$

$$|ad|\,dx_1 + |bd|\,dy_1 + |cd|\,dx_2 + |dd|\,dy_2 + |d\omega| = 0$$

În cazul figurii 5.37 se observă că $a_4 = -c_1$ și $b_4 = -d_1$. Numărul ecuațiilor (al necunoscutelor) este dublul numărului de puncte.

Rezolvarea unui sistem de ecuații se poate face prin substituție. În cazul relațiilor (5.62) prin înmulțirea primei ecuații cu $-\,ab/aa$ și însumare se obține:

$$dy\left[|bb| - \frac{|ab|}{|aa|}\cdot|ab|\right] +$$

$$+\left[|b\omega| - \frac{|ab|}{|aa|}\,|a\omega|\right] = 0 \qquad (5.64)$$

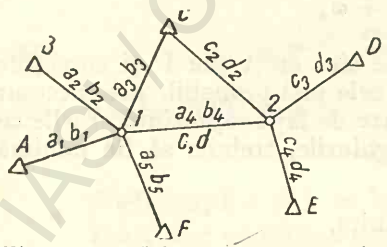


Fig. 5.37 — Schemă cu constantele de direcție

sau prescurtat

$$|bb\cdot 1|\,dy + |b\omega\cdot 1| = 0 \qquad (5.65)$$

de unde, firește, rezultă dy. La fel se obține dx.

O observație cu însemnate repercusiuni practice în ceea ce privește calculul

este aceea că sistemul ecuațiilor de erori (5.59) poate fi dat prescurtat, cu o necunoscută mai puțin astfel:

$$\begin{aligned} V'_1 &= b_1 dy + \omega_1 \text{ cu ponderea } 1 \\ V'_2 &= b_2 dy + \omega_2 \text{ cu ponderea } 1 \\ V'_n &= b_n dy + \omega \text{ cu ponderea } 1 \end{aligned} \tag{5.66}$$

$$V' = -|aa|\,dx = |ab|\,dy + |a\omega| \text{ cu ponderea } -\frac{|1|}{|aa|}$$

Potrivit celor arătate la § 1.322, pentru aducerea la ponderea *1* și a ultimei relații de erori, acesta se va înmulți cu radical din ponderea ei, cînd sistemul devine:

$$\begin{aligned} V'_1 &= b_1 dy + \omega_1 \\ V'_2 &= b_2 dy + \omega_2 \\ V'_n &= b_n dy + \omega_n \\ &\vdots \\ V'' &= -\sqrt{aa}\cdot i dx = \frac{i}{\sqrt{|aa|}}\cdot|ab|\cdot dy + \frac{i}{\sqrt{|aa|}}\cdot|a\omega| \end{aligned} \tag{5.67}$$

unde $i = \sqrt{-1}$. Ridicînd la pătrat relațiile sistemului (5.64) adică procedînd întocmai ca și cu relațiile (5.59) se obține:

$$\begin{aligned} (V'_1)^2 &= b_1^2 dy^2 + 2 b_1 \omega_1 dy + \omega_1^2 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ (V'_n)^2 &= b_n^2 dy^2 + 2 b_n \omega_n dy + \omega_n^2 \\ &\vdots \\ (V'')^2 &= \frac{-|ab|^2}{aa} dy^2 - 2\frac{|ab|}{|aa|}\cdot|a\omega|\,dy - \frac{|a\omega|^3}{aa} \end{aligned} \tag{5.68}$$

Sistem ce prin însumare, derivare și egalare cu zero dă tocmai relația (5.64) respectiv (5.65) ceea ce probează că sistemul relațiilor de erori (5.66) respectiv (5.57) este echivalent cu sistemul (5.59).

5.2311. *Variația unghiului de orientare mediu în stații.* Orientarea vizelor în puncte se face prin procedeul arătat la § 2.421 și § 2.44, utilizîndu-se unghiul de orientare mediu a direcției întîmplătoare a gradației 0 (zero) a limbului.

Întrucît poziția provizorie a punctelor este întîmplătoare, tot întîmplătoare este și valoarea unghiurilor medii de orientare și oricum diferită de cea finală ce s-ar calcula cu poziția definitivă a punctelor. Dar, variația acestor valori întîmplătoare (a unghiurilor medii de orientare) nu a fost evidențiată în calculele de mai sus și asupra lor trebuie neapărat puse condițiile de minim dacă se dorește să se obțină într-adevăr cea mai probabilă poziție a punctelor funcție de datele existente.

Să presupunem staționarea cu teodolitul în punctul P (fig. 5.38) cînd s-a vizat la punctele *1, 2, 3* etc. Dacă se notează cu θ_0 orientarea în-

BCU CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

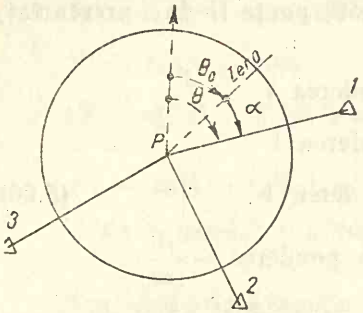


Fig. 5.38 — Orientarea vizelor

tîmplătoare a direcției zero a limbului, cu θ orientarea $P-1$ și cu α mărimea unghiulară citită la limbul teodolitului pe direcția *1*, se poate scrie:

$$\theta = \theta_0 + \alpha \qquad (5.69)$$

Dacă, aceste mărimi variază (suferă creșteri) se obține:

$$\theta + d\theta = \theta_0 + d\theta_0 + \alpha + d\alpha \qquad (5.70)$$

unde potrivit celor arătate anterior $d\theta = a\,dx + b\,dy$, iar celelalte mărimi se identifică astfel $\theta - \theta_0 - \alpha = \omega$ și $d\alpha = V$. Relația (5.67) devine:

$$V = a\,dx + b\,dy - d\theta_0 + \omega \qquad (4.71)$$

Dacă ne referim la toate vizele din punctul P avem:

$$\begin{aligned} V_1 &= a_1\,dx + b_1 dy - d\theta_0 + \omega_1 \\ V_2 &= a_2\,dx + b_2\,dy - d\theta_0 + \omega_2 \qquad (5.72) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ V_n &= a_n\,dx + b_n dy - d\theta_0 + \omega_n \end{aligned}$$

Sistemul ecuațiilor de erori (5.72) diferă de (5.59) prin aceea că el cuprinde și variația (corecția) unghiului de orientare mediu. De fapt această variație nu interesează să fie calculată (decît în unele operații de control) de aceea este indicat ca sistemul ecuațiilor de erori să fie scris sub formă echivalentă simplificată fără variația $d\theta_0$, după principiul stabilit la scrierea relațiilor (5.67):

$$\begin{aligned} V'_1 &= a_1 dx + b_1 dy + \omega_1 \text{ cu ponderea } 1 \\ V'_2 &= a_2 dx + b_2 dy + \omega_2 \text{ cu ponderea } 1 \qquad (5.73) \\ V'_n &= a_n\,dx + b_n dy + \omega_n \text{ cu ponderea } 1 \\ V' &= n \cdot d\theta_0 = |a|dx + |b|\,dy + |\omega| \text{ cu ponderea } -\frac{1}{n} \end{aligned}$$

unde: $\vec{a} = \Sigma \pm a$. Ultima relație adusă la ponderea *1* va fi:

$$V'' = i \cdot \sqrt{n} \cdot d\theta_0 = \frac{i \cdot |a|}{\sqrt{n}}\,dx + \frac{i \cdot |b|}{\sqrt{n}}\,dy + \frac{i\,|\omega|}{\sqrt{n}} \qquad (5.74)$$

Relația de eroare (corecție) (5.74) cunoscută și sub denumirea de prima relație a lui S c h r e i b e r, numită și relația în *i*, reflectă variația unghiului de orientare mediu.

Ecuațiile normale la care se ajunge pe calea deja indicată plecînd de la sistemul (5.73) vor fi (în ipoteza că s-a staționat numai în P, intersecție înapoi).

$$\begin{aligned} \left[|aa| - \frac{|a| \cdot |a|}{n}\right] dx + \left[|ab| - \frac{|a| \cdot |b|}{n}\right] dy + \left[|a\omega| - \frac{|a| \cdot |\omega|}{n}\right] &= 0 \\ \left[|ab| - \frac{|a| \cdot |b|}{n}\right] dx + \left[|bb| - \frac{|b| \cdot |b|}{n}\right] dy + \left[|b\omega| - \frac{|b| \cdot |\omega|}{n}\right] &= 0 \qquad (5.75) \end{aligned}$$

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITARĂ LIBRARY

sau:

$$|AA|\,dx + |AB|\,dy + |A\omega| = 0 \qquad (5.76)$$

$$|AB|\,dx + |BB|\,dy + |B\omega| = 0$$

adică tot două ecuații cu două necunoscute de [fiecare punct în loc de trei, ceea ce va prezenta o economie de calcul de loc neglijabilă pe măsură ce numărul punctelor crește.

Dar pe măsură ce numărul de puncte crește în aceeași măsură se simte nevoia unor sistematizări atît în ceea ce privește calculul coeficienților necunoscutelor și al termenului absolut cît și în ceea ce privește rezolvarea sistemului de ecuații.

5.2312. *Calculul coeficienților.* Pentru calculul coeficienților se întocmește un tabel în care se introduc constantele de direcție, în prealabil calculate cu relațiile (5.52) sau (5.53) și constantele ω (tabelul 5.3 ce se referă la figura 5.39).

În privința tabelei constantelor se pot face unele observații și anume:

— variația unghiului de orientare mediu s-a luat în considerare numai în punctele noi unde de fapt are cel mai mare efect. În puncte vechi unde direcțiile determinate de puncte vechi rămîn neschimbate variația unghiului mediu de orientare, dacă se ia în considerare, este cu atît mai neînsemnată cu cît numărul vizelor vechi în raport cu cele noi este mai mare și invers. Pentru tratament uniform se recomandă ca relația în *i* să fie pusă și în punctele vechi (lucru ce se va face la aplicația ce se va da) cînd efectiv poziția punctelor rezultată va fi cea mai probabilă și în plus nu intervin dificultăți (specificații) la control;

— În tabelul dat o viză s-a luat cu ponderea *1* (unu). Întrucît toate vizele (în exemplu dat) sînt și reciproce, cînd deci fiecare constantă apare de două ori pe aceeași coloană, se putea face economie de scris astfel încît vizele reciproce să fie de pondere *1* (unu) și să se scrie o singură dată iar la ω s-ar trece media. Notația făcută prezintă avantaje atunci cînd unele vize nu sînt reciproce, caz curent;

— Pe aceeași coloană mărimea și semnul constantelor aceleiași direcții nu se schimbă pe cînd pe orizontală se schimbă semnul;

— Sumele de ω în același punct trebuie să dea zero;

— Coloana — *S* în care se fac însumările pe orizontale servește în operațiile de control al calculelor din tabel etc.

Plecînd de la tabelul constantelor și avînd în vedere ecuațiile normale (5.63) și (5.75) cînd ecuația în *i* apare în fiecare punct nou, sau în toate, se ajunge la coeficienții ecuațiilor normale, (tabelul 5.6) unde pentru simplificare notația se face după relațiile (5.60). Dat fiind caracterul simetric al relațiilor, după diagonala principală s-au suprimat termenii de sub diagonală deoarece sînt scriși pe verticale.

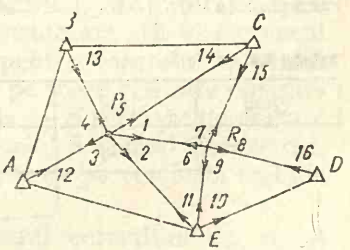


Fig. 5.39 — Notarea (numai a vizelor variabile)

Tabelul 5.5. **TABELUL CONSTANTELOR (RELAȚIILE DE OBSERVARE)**

Stație	vize	Nr. vizei	P		R		$+\omega$	$-S$
			a	b	c	d		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
P	R	1	a_1	b_1	$-a_1$	$-b_1$	ω_1	
	E	2	a_2	b_2			ω_2	
	A	3	a_3	b_3			ω_3	
	B	4	a_4	b_4			ω_4	
	C	5	a_5	b_5			ω_5	
	$i \cdot \frac{\Sigma}{\sqrt{n}}$		$i \cdot \frac{\lvert a \rvert}{\sqrt{5}}$	$i \cdot \frac{\lvert b \rvert}{\sqrt{5}}$	$i \cdot \frac{\lvert c \rvert}{\sqrt{5}}$	$i \cdot \frac{\lvert d \rvert}{\sqrt{5}}$	0	
R	P	6	a_1	b_1	$-a_1$	$-b_1$	ω_6	
	C	7			c_7	d_7	ω_7	
	D	8			c_8	d_8	ω_8	
	E	9			c_9	d_9	ω_9	
	$i \cdot \frac{\Sigma}{\sqrt{n}}$		$i \cdot \frac{\lvert a \rvert}{\sqrt{4}}$	$i \cdot \frac{\lvert b \rvert}{\sqrt{4}}$	$i \cdot \frac{\lvert c \rvert}{\sqrt{4}}$	$i \cdot \frac{\lvert d \rvert}{\sqrt{4}}$	0	
E	R	10	—	—	c_9	d_9	ω_{10}	
	P	11	a_2	b_2			ω_{11}	
A	P	12	a_3	b_3			ω_{12}	
B	P	13	a_4	b_4			ω_{13}	
C	R	14			c_7	d_7	ω_{14}	
	P	15	a_5	b_5			ω_{15}	
D	R	16			c_8	d_8	ω_{16}	

Notă: În privința termenilor în i se face observația că, indiferent de semnul termenului, dacă se ridică la pătrat vor da minus $(K \cdot i)^2 = K^2(\sqrt{-1})^2 = -K^2$ sau $(-K \cdot i)^2 = K^2(\sqrt{-1})^2 = -K^2$.

Dacă se înmulțesc doi termeni în i, va rezulta semnul contrar înmulțirii fără i de exemplu: $(a \cdot i) \cdot (-b \cdot i) = -ab \cdot -1 = ab$.

Tabelul 5.6. **ECUAȚIILE NORMALE**

/aa/	/ab/	/ac/	/ad/	/aω/	− /a S/
	/bb/	/bc/	/bd/	/bω/	− /b S/
		/cc/	/cd/	/cω/	− /c S/
			/dd/	/dω/	− /d S/
				/ωω/	− /ω S/

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

5.2313. *Rezolvarea sistemului de ecuații normale.* Aceasta se face de obicei după un algoritm de calcul ușor de memorat. Asemenea algoritmi se cunosc mai mulți (după Gauss, după Doolittle, după Cholesky-Banachievici etc.).

Algoritmul Gauss—Doolittle. Dacă se pleacă de la ecuațiile (5.63) și se înmulțește prima ecuație cu $-\frac{|ab|}{|aa|}$ și se substituie în a doua, se elimină necunoscuta dx_1 și se obține:

$$\left[|bb| - \frac{|ab|}{|aa|} \cdot |ab|\right] dy_1 + \left[|bc| - \frac{|ab|}{|aa|} \cdot |ac|\right] dx_2 + \left[bd| - \frac{|ab|}{|aa|}|ad|\right] dy_2 + \\ + \left[|b\omega| - \frac{|ab|}{|aa|} \cdot |a\omega|\right] = 0 \text{ etc.} \qquad (5.75)$$

În notație prescurtată această ecuație se scie:

$$|bb \cdot 1|\, dy_1 + |bc \cdot 1|\, dx_2 + |bd \cdot 1| dy_2 + |b\omega \cdot 1| = 0 \qquad (4.76)$$

Dacă substituirea se face în toate ecuațiile următoare se ajunge la un sistem de ecuații cu una mai puțin și evident, cu o necunoscută mai puțin etc.

În schema lui Doolittle toate operațiile se efectuează tabelar (tabelul 5.7). Ecuațiile normale apar în rîndurile *1, 3, 7* și *12*. Rîndurile *18* la *23* servesc numai pentru control.

Tabelul cuprinde și coloanele: sumă pe orizontală, control și calcul al corecțiilor.

După aplicarea corecțiilor, coordonatele devin definitive dacă controalele finale verifică calculul.

5.232. **Controlul.** Există mai multe posibilități de a greși și anume la stabilirea ecuațiilor de erori cuprinzînd și calculul coeficienților *a, b* și a termenului liber (absolut) ω; la stabilirea (calculul) ecuațiilor normale; la rezolvarea sistemului de ecuații normale; la calculul corecțiilor și chiar la control.

Se disting controale pe etape și controale finale, adică după ce s-au calculat corecțiile.

Controalele pe etape se referă la coeficienții *a* și *b* care se controlează făcîndu-se raportul (expresiilor) lor din relațiile (5.52) $a/b = \operatorname{tg} \theta$ respectiv $b/a = \operatorname{ctg} \theta$ în mărime absolută. Termenii ω se verifică prin însumarea lor în fiecare punct; trebuind să dea zero se iau în considerare atît vizele vechi (fixe) cît și cele variabile. Coloana — *S* servește pentru controlul tabelului 5.4 care trebuie să dea zero pe prima orizontală și pe toate celelalte completate cu verticala ce lipsește din orizontală. Coloana — *S* servește de control și la rezolvarea sistemului de ecuații normale (tabelul 5.7) cînd fiecare orizontală completată cu elementele ecuației respective de pe verticală trebuie să dea zero.

Controalele finale se efectuează după calculul corecțiilor dx, dy și se referă atît la controale pe orientări individuale cît și la controale asupra sumei $|VV|$.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.7

	dx_1 a	dy_1 b	dx_2 c	dy_2 d	ω
a	$\lvert aa\rvert$	$\lvert ab\rvert$	$\lvert ac\rvert$	$\lvert ad\rvert$	$\lvert a\omega\rvert$
	$-\frac{\lvert aa\rvert}{\lvert aa\rvert}$	$-\frac{\lvert ab\rvert}{\lvert aa\rvert}$	$-\frac{\lvert ac\rvert}{\lvert aa\rvert}$	$-\frac{\lvert ad\rvert}{\lvert aa\rvert}$	$-\frac{\lvert a\omega\rvert}{\lvert aa\rvert}$
b		$\lvert bb\rvert$	$\lvert bc\rvert$	$\lvert bd\rvert$	$\lvert b\omega\rvert$
		$-\frac{\lvert ab\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert ab\rvert$	$-\frac{\lvert ab\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert ac\rvert$	$-\frac{\lvert ab\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert ad\rvert$	$-\frac{\lvert ab\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert a\omega\rvert$
1		$\lvert bb\cdot 1\rvert$	$\lvert bc\cdot 1\rvert$	$\lvert bd\cdot 1\rvert$	$\lvert b\omega\cdot 1\rvert$
		$-\frac{\lvert bb\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}$	$-\frac{\lvert bc\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}$	$-\frac{\lvert bd\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}$	$-\frac{\lvert b\omega\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}$
c			$\lvert cc\rvert$	$\lvert cd\rvert$	$\lvert c\omega\rvert$
			$-\frac{\lvert ac\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert ac\rvert$	$-\frac{\lvert ac\rvert}{\lvert aa\rvert}\cdot\lvert ad\rvert$	$-\frac{\lvert ac\rvert}{\lvert aa\rvert}\cdot\lvert a\omega\rvert$
			$-\frac{\lvert bc\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\cdot\lvert bc\cdot 1\rvert$	$-\frac{\lvert bc\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\lvert bd\cdot 1\rvert$	$-\frac{\lvert bc\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\lvert b\omega\cdot 1\rvert$
2			$\lvert cc\cdot 2\rvert$	$\lvert cd\cdot 2\rvert$	$\lvert c\omega\cdot 2\rvert$
			$-\frac{\lvert cc\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}$	$-\frac{\lvert cd\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}$	$-\frac{\lvert c\omega\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}$
d				$\lvert dd\rvert$	$\lvert d\omega\rvert$
				$-\frac{\lvert ad\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert ad\rvert$	$-\frac{\lvert ad\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert a\omega\rvert$
				$-\frac{\lvert bd\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\lvert bd\cdot 1\rvert$	$-\frac{\lvert bd\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\lvert b\omega\cdot 1\rvert$
				$-\frac{\lvert cd\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}\lvert cd\cdot 2\rvert$	$-\frac{\lvert cd\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}\lvert c\omega\cdot 2\rvert$
3				$\lvert dd\cdot 3\rvert$	$\lvert d\omega\cdot 3\rvert$
				$-\frac{\lvert dd\cdot 3\rvert}{\lvert dd\cdot 3\rvert}$	$-\frac{\lvert d\omega\cdot 3\rvert}{\lvert dd\cdot 3\rvert}$
					$\lvert\omega\omega\rvert$
					$-\frac{\lvert a\omega\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert a\omega\rvert$
					$-\frac{\lvert b\omega\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\lvert b\omega\cdot 1\rvert$
					$-\frac{\lvert c\omega\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}\lvert c\omega\cdot 2\rvert$
					$-\frac{\lvert d\omega\cdot 3\rvert}{\lvert dd\cdot 3\rvert}\lvert d\omega\cdot 3\rvert$
					$\lvert\omega\omega\cdot 4\rvert$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

$-S$	control	Rînd	Calculul corecțiilor
$-\lvert aS\rvert$	0,00	1	$dx_1 = \frac{-\lvert a\omega\rvert}{\lvert aa\rvert} - \frac{\lvert ad\rvert}{\lvert aa\rvert} dy_2 - \frac{\lvert ac\rvert}{\lvert aa\rvert} dx_2 - \frac{\lvert ab\rvert}{\lvert aa\rvert} dy_1$
$+\frac{\lvert aS\rvert}{\lvert aa\rvert}$	0,00	2	
$-\lvert bS\rvert$	0,00	3	
$+\frac{\lvert ab\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert aS\rvert$		4	$dy_1 = \frac{-\lvert b\omega\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert} - \frac{\lvert bd\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert} dy_2 - \frac{\lvert bc\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert} dx_2$
$-\lvert bS\cdot 1\rvert$	0,00	5	
$+\frac{\lvert bS\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}$	0,00	6	
$-cS\rvert$	0,00	7	
$+\frac{\lvert ac\rvert}{\lvert aa\rvert}\cdot\lvert aS\rvert$	0,00	8	
$+\frac{\lvert bc\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\lvert bS\cdot 1\rvert$		9	$dx_2 = \frac{-\lvert c\omega\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert} - \frac{\lvert cd\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert} dy_2$
$-\lvert cS\cdot 2\rvert$	0,00	10	
$+\frac{\lvert cS\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}$	0,00	11	
$-\lvert dS\rvert$	0,00	12	
$+\frac{\lvert ad\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert aS\rvert$	0,00	13	
$+\frac{\lvert bd\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\lvert bS\cdot 1\rvert$	0,00	14	$dy_2 = \frac{-\lvert d\omega\cdot 3\rvert}{\lvert dd\cdot 3\rvert}$
$+\frac{\lvert cd\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}\lvert cS\cdot 2\rvert$	0,00	15	
$-\lvert dS\cdot 3\rvert$	0,00	16	
$+\frac{\lvert dS\cdot 3\rvert}{\lvert dd\cdot 3\rvert}$	0,00	17	
$\lvert \omega S\rvert$	0,00	18	
$-\frac{\lvert aS\rvert}{\lvert aa\rvert}\lvert aS\rvert$	0,00	19	
$-\frac{\lvert b\omega\cdot 1\rvert}{\lvert bb\cdot 1\rvert}\lvert bS\cdot 1\rvert$	0,00	20	
$-\frac{\lvert c\omega\cdot 2\rvert}{\lvert cc\cdot 2\rvert}\lvert cS\cdot 2\rvert$	0,00	21	
$-\frac{\lvert d\omega\cdot 3\rvert}{\lvert dd\cdot 3\rvert}\lvert dS\cdot 3\rvert$	0,00	22	
$\lvert \omega S\cdot 4\rvert$	0,00	23	

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Un prim control care se efectuează asupra sumei $|VV|$. Se pleacă de la relaţia (5.61) care se poate pune sub forma:

$$|VV| = |\omega\omega| + [|aa|dx + |ab|dy + |a\omega|]dx + |a\omega|\,dx + \\ + |[ab|\,dx + |bb|dy + |b\omega|]dy + |b\omega|dy \qquad (5.77)$$

unde termenii din parantezele mari sînt nuli (relaţiile 5.62) astfel că relaţia devine:

$$|VV| = |\omega\omega| + |a\omega|\,dx + |b\omega|dy \qquad (5.78)$$

Apoi se pleacă de la ecuaţiile normale (5.62, 5.64 şi 5.65) precum şi de la expresia (5.58) scrisă altfel şi anume:

$$|VV| = |aa|dx^2 + 2\,|ab|\,dx\,dy + 2\,|a\omega|\,dx + \\ + |bb|dy^2 + 2|b\omega|dy + |\omega\omega| \qquad (5.79)$$

Dacă se ia ecuaţia întîi din expresia (5.62), se ridică la pătrat, se împarte cu $|aa|$ şi se ordonează ca (5.79) rezultă:

$$\frac{[|aa|dx + |ab|dy + |a\omega|]^2}{|aa|} = |aa|dx^2 + 2\,|ab|dx\,dy + 2|a\omega|dx \\ + \frac{|ab|}{|aa|}|ab|\,dy^2 + \frac{2|ab||a\omega|}{|aa|}dy \qquad (5.80) \\ + \frac{|a\omega|}{aa}|a\omega|$$

Prin scăderea expresiei (5.80) din (5.79) se obţine:

$$|VV| - \frac{[|aa|dx + |ab|dy + |aa|]^2}{aa} = \left[bb - \frac{|ab|}{|aa|}\cdot|ab|\right]dy^2 + \\ + 2\left[|b\omega| - \frac{|ab|}{|aa|}|a\omega|\right]dy + \left[|\omega\omega| - \frac{|a\omega|}{|aa|}|a\omega|\right] = \qquad (5.81) \\ = |bb\cdot 1|\,dy^2 + 2[|b\omega\cdot 1|\,dy + |\omega\omega\cdot 1|$$

Se procedează la fel cu relaţia (5.65)

$$\frac{[|bb\cdot 1|dy + b\omega\cdot 1|]^2}{|bb\cdot 1|} = |bb\cdot 1|\,dy^2 + 2\,|b\omega\cdot 1|\,dy + \frac{|b\omega\cdot 1|}{|bb\cdot 1|}\cdot b\omega\cdot 1 \qquad (5.82)$$

Scăzînd (5.82) din (5.81) rezultă:

$$|VV| - \frac{[|aa|dx + |ab|dy + |a\omega|]^2}{|aa|} - \frac{[|bb\cdot 1|dy + |b\omega\cdot 1|]^2}{|bb\cdot 1|} = |\omega\omega\cdot 1| - \\ - \frac{|b\omega\cdot 1|}{|bb\cdot 1|}\cdot|b\omega\cdot 1| = |\omega\omega\cdot 2| \qquad (5.83)$$

Întrucît

$$|aa|\,dx + |ab|\,dy + |a\omega| = 0 \text{ — relaţia} \qquad (5.62)$$

$$|bb|\cdot 1\,dy + |b\omega\cdot 1 = 0 \text{ — relaţia} \qquad (5.65)$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

rezultă :

$$|VV| = |\omega\omega \cdot 2| \tag{5.84}$$

sau în general

$$|VV| = |\omega\omega \cdot q| \tag{5.85}$$

unde $|\omega\,\omega \cdot q|$ reprezintă ultimul termen din tabelul 5.7, jos (în cazul acesta $|\omega\omega \cdot 4|$). Expresiile (5.78) și (5,84) fiind egale:

$$|\omega\omega \cdot 2| = |\omega\omega| + |a\omega|\mathrm{d}x + |b\omega|\,\mathrm{d}y \tag{5.86}$$

În cazul tabelelor 5.6 sau 5.7:

$$|\omega\omega \cdot 4| = |\omega\omega| + |a\omega|\mathrm{d}x_1 + |b\omega|\mathrm{d}y_1 + |c\omega\,|\,\mathrm{d}x_2 + |\mathrm{d}\omega|\mathrm{d}y_2 \tag{5.87}$$

Dacă acest control, tot de calcul, este îndeplinit se aplică corecțiile dx și dy și se calculează coordonatele (definitive). Abia acum se face controlul care va verifica în fond întreaga compensare inclusiv stabilirea ecuațiilor de erori etc.

Acest control se face prin introducerea corecțiilor calculate $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$ în relațiile inițiale (5.54, 5.59 și 5.31). Cu ajutorul corecțiilor unghiulare astfel calculate trebuie să se ajungă la aceleași orientări cu cele calculate din coordonatele definitive.

Există mai multe posibilități de a se ajunge la orientări definitive θ_d prin corecții și anume:

— *Adăugînd corecțiile* $\mathrm{d}\theta$ (fig. 5.35) la orientările provizorii θ_p calculate din coordonatele de plecare (provizorii)

$$\theta_d = \theta_p + \mathrm{d}\theta \tag{5.89}$$

Mărimile unghiulare $\mathrm{d}\theta$ se obțin (cu relația 5.54) funcție de corecțiile $\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}y$ și constantele de direcție. Acest calcul se face cu elementele din tabelul 5.5, sau 5.10, exceptînd coloanele următoare ω și S.

— *Adăugînd corecțiile* $V\alpha$ la vizele orientate $\theta\alpha$. Corecțiile $V\alpha$ se calculează cu relațiile (5.59) (de fapt sînt egale cu $\mathrm{d}\theta$ la care se adaugă ω)

$$\theta_d = \theta\alpha + V\alpha = \theta\alpha + \mathrm{d}\theta + \omega \tag{5.90}$$

— *Adăugînd corecțiile unghiulare* V pentru a se obține vize compensate necesare calculului orientărilor compensate (definitive). Corecțiile V se calculează cu relațiile (5.72) sub forma $V = V\alpha - \mathrm{d}\theta_0$ care presupune calculată și variația $\mathrm{d}\theta$ a unghiului de orientare mediu provizoriu θ_0^p. Variația $\mathrm{d}\theta_o$ se poate calcula cu ultima relație din expresia (5.73) sau cu relația (5.74) existentă în tabelul 5.5., împărțită cu i și înmulțind totul cu $1/\sqrt{n}$. Orientările compensate se obțin din însumarea: α_c (vize compensate) $+ \theta_0^p +$ $+ \mathrm{d}\theta_0$. În final, variația $\mathrm{d}\theta_0$ trebuie să fie egală și cu diferența dintre unghiul de orientare calculat din coordonate definitive θ_0^d și cel calculat din coordonate provizorii θ_0^p precum și $|VV| = |\omega\omega \cdot q|$.

Pe toate aceste căi trebuie să se obțină aceleași orientări cu cele deduse din coordonatele definitive.

Notă: Controalele prin cele trei rînduri de corecţii sînt obligatorii toate. Primul control ($d\theta$) verifică constantele de direcţie a şi b inclusiv mărimea şi semnul corecţiilor dx şi dy; cel de-al doilea control ($V\alpha$) verifică corecţiile $V\alpha$ şi constantele ω inclusiv primul control; iar cel de-al treilea (V) verifică calculul variaţiilor unghiurilor de orientare medii $d\theta_0$ inclusiv primele controale.

Dacă se lucrează cu zecimi de secundă, diferenţa $|VV| = |\omega\omega \cdot q|$ poate fi de ordinul unităţilor, iar dacă se lucrează cu sutimi de secundă diferenţa poate fi de ordinul zecimilor de secundă.

5.233. **Precizii.** Eroarea medie a unei observaţii se calculează, funcţie de elementele de plecare şi corecţiile unghiurilor, cu relaţia clasică ce în acest caz ia forma:

$$e^{cc} = \pm\sqrt{\frac{|vv|}{n-(3p+q)}} \tag{5.91}$$

unde n reprezintă numărul total al direcţiilor observate (vizelor) din care se scad cele 3 variabile (d_x, d_y, şi $d\theta_0$) de fiecare punct nou p şi una variabilă ($d\theta_0$) de fiecare punct vechi q.

În privinţa erorilor de poziţie ale punctelor se pleacă pe de o parte de la eroarea medie calculată cu relaţia 5.91 iar pe de alta de la observaţia general valabilă, inclusiv în cazul măsurătorilor de aceeaşi precizie, că ponderile sînt invers proporţionale cu pătratele erorilor respectiv că erorile sînt egale cu radical din inversele ponderilor, care se pot calcula în mai multe moduri dar care sînt aproximativ egale şi cu:

$$\frac{1}{p_1} \simeq \frac{1}{|aa|}; \quad \frac{1}{p_2} \simeq \frac{1}{|bb\cdot 1|}; \quad \frac{1}{p_3} \simeq \frac{1}{|cc\cdot 3|}; \quad \frac{1}{p_4} \simeq \frac{1}{|dd\cdot 3|}$$

rezultă, în cazul cînd ne referim la 2 puncte, relaţiile 5.63.

$$e_{x1} \simeq \pm e^{cc}\sqrt{\frac{1}{|aa|}}; \quad e_{1y} \simeq \pm e^{cc}\sqrt{\frac{1}{|bb\cdot 1|}}$$

$$e_{x2} \simeq \pm e^{cc}\sqrt{\frac{1}{|cc\cdot 2|}}; \quad e_{y2} \simeq e^{cc}\sqrt{\frac{1}{|dd\cdot 3|}} \tag{5.92}$$

5.234. **Aplicaţie.** În cadrul unor măsurători de aceaşi precizie se cere calculul punctelor P şi R, de ordinul IV, prin metoda celor mai mici pătrate — variaţia coordonatelor (fig. 5.40). Se dau coordonatele punctelor de sprijin A, B, C, D şi E (tabelul 5.8)
precum şi observaţiile (vizele) compensate în staţii şi reduse la centru (tabelul 5.9 coloana *4*).

Pentru reducerea vizelor la coardă este necesar să se cunoască coordonatele punctelor P şi R cel puţin cu aproximaţie. Pentru aceasta se orientează vizele de exemplu în punctele B şi C apoi se intersectează (relaţiile 2.55; 2,56).

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.8. INVENTAR DE COORDONATE

Puncte	x		y	
	m	cm	m	cm
A	5255855	54	4675084	47
B	5253616	24	4671562	35
C	5249572	51	4673927	49
D	5250105	02	4677856	82
E	5253510	25	4677937	06
F	5258078	34	4671425	46
G	5238270	84	4673301	68
H	5245781	86	4678349	66
I	5256462	54	4677622	79

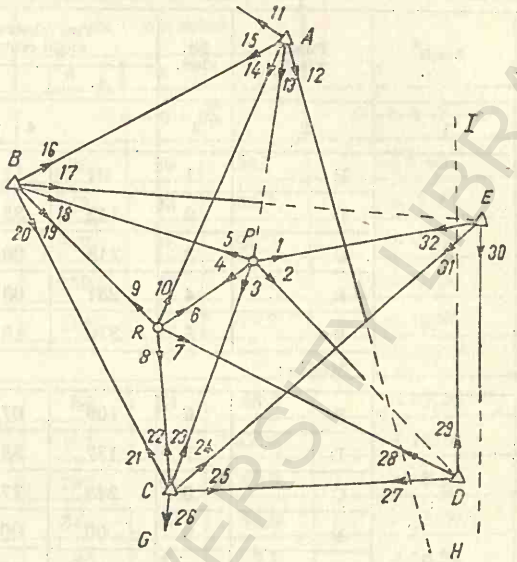


Fig. 5.40 — Schema aplicației

Se obțin coordonate preliminare (rotunjite):

$$x_P = 5\,252\,833{,}00\,;\; y_P = 4\,674\,862{,}00$$

$$x_R = 5\,251\,792{,}00\,;\; y_R = 4\,673\,591{,}00$$

Calculul de reducere la coardă se face corespunzător cu sistemul de proiecție (coordonate). Dacă sînt în Gauss, calculul are loc cu relațiile (5.36) sau (5.37) cu coordonatele punctelor (ale tuturor) reduse la fus (de la y se suprimă prima cifră apoi se scad 500 000,00). Coordonatele unui punct, de exemplu P, reduse la fus vor fi P (5 252 833,00 ; 174 862,00). Corecțiile de reducere la coardă se înscriu în tabelul 5.9 coloana *5* care adunate la coloana *4* vor da coloana *6*, adică α = vize medii compensate în stație și reduse la centru și coardă.

Cu vizele reduse la coardă (în plan) orientate se calculează pozițiile punctelor P și R prin intersecții combinate (vezi § 2.44) obținîndu-se *coordonate provizorii*.

$$x_P = 5\,252\,832{,}69\,;\; y_P = 4\,674\,861{,}93$$

$$x_R = 5\,251\,791{,}58\,;\; y_R = 4\,673\,590{,}85$$

Potrivit celor arătate la §5.230 și § 5.231 aceste coordonate ar putea fi rotunjite la dm sau chiar la m, fără ca poziția finală să fie afectată.

Cu binecunoscutele relații (2.45) se calculează orientările din coordonate (provizorii pentru P și R și cele din tabelul 5.8 pentru celelalte) și se înscriu în coloana 7 tabelul 5.9.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.9.

Stații	Punct. vizat.	Nr. vizei.	Vize (observații) medii centrate			Red. la coardă	α — vize (observații) centrate red. la coardă		
			g	c	cc		g	c	cc
1	2	3	4			5	6 = 4 + 5		
P	E	1	81	51	79	−1	81	51	78
	D	2	142	35	41	+4	142	35	45
	C	3	213	09	39	+4	213	09	43
	R	4	251	63	65	+1	251	63	66
	B	5	310	16	60	−1	310	16	59
	Media :								
R	P	6	109	67	92	−1	109	67	91
	D	7	177	33	12	+2	177	33	14
	C	8	243	77	89	+3	243	77	92
	B	9	00	00	04	−4	00	00	00
	A	10	75	78	55	−6	75	78	49
	Media :								
A	F	11	249	69	23	−3	249	69	20
	H	12	94	98	28	+14	94	98	42
	P	13	119	61	82	+4	119	61	86
	R	14	137	36	02	+6	137	36	08
	B	15	178	88	67	+3	178	88	70
	Media :								
B	A	16	391	90	04	−3	391	90	01
	E	17	29	01	10	0	29	01	10
	P	18	42	79	44	+1	42	79	45
	R	19	74	58	62	+4	74	58	66
	C	20	94	25	91	+5	94	25	96
	Media :								
C	B	21	41	62	09	−5	41	62	04
	R	22	65	73	02	−3	65	72	99
	P	23	93	08	56	−4	93	08	52
	E	24	125	88	88	−5	125	88	83
	D	25	166	73	91	−1	166	73	90
	G	26	278	83	20	+15	278	83	35
	Media :								

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

θ_p = orient din coord. prov.			θ_o = Unghi de orient proviz.			$\theta\alpha$ – vize orient.			ω
g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	
7			8 = 7 – 6			9 = 6 + θ_0^p			10=7–9=8–θ_0^p
86	19	36,1	4	67	58,1	86	19	34,7	+1,40
147	02	94,0	4	67	49,0	147	03	01,7	– 7,70
217	77	0,53	4	67	62,3	217	76	99,7	+ 5,60
256	31	10,5	4	67	44,5	256	31	22,7	–12,20
314	84	28,6	4	67	69.6	314	84	15,7	+12,90
			θ_0^P = 4	67	56,70				0,00
56	31	10,5	346	63	19,5	56	31	45,8	–35,26
123	96	82,9	346	63	68,9	123	96	68,8	+14,14
190	41	53,5	346	63	61,5	190	41	46,8	+ 6,74
346	63	52,9	346	63	52,9	346	63	54,8	– 1,86
22	42	20,0	346	63	71,0	22	42	03,8	+16,24
			θ_0^P = 346	63	54,76				0,00
334	75	34,7	85	06	14,7	334	75	27,8	+ 6,92
180	04	54,4	85	06	12,4	180	04	49,8	+ 4,62
204	67	83,1	85	05	97,1	204	67	93,8	–10,68
222	42	20,0	85	06	12,0	222	42	15,8	+ 4,22
263	94	72,7	85	06	02,7	263	94	77,8	– 5,08
			θ_0^P = 85	06	07,78				0,00
63	94	72,7	72	04	71,7	63	94	80,6	– 7,97
101	05	83,8	72	04	73,8	101	05	89,6	– 5,82
114	84	28,6	72	04	83,6	114	84	24,6	+ 3,98
146	63	52,9	72	04	86,9	146	63	45,6	+ 7,28
166	30	78,1	72	04	82,1	166	30	75,6	+ 2,48
			θ_0^P = 72	04	79,62				0,00
366	30	78,1	324	68	74,1	366	30	69,0	+ 9,10
390	41	53,5	324	68	54,5	390	41	64,0	–10,50
17	77	05,3	324	68	53,3	17	77	17,0	–11,70
50	57	53,8	324	68	70,8	50	57	48,0	+ 5,80
91	42	46,6	324	68	56,6	91	42	55,0	– 8,40
203	52	15,7	324	68	80,7	203	52	00,0	+15,70
			θ_0^P = 324	68	65,00				0,00

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Continuare tabelul 5.9

1	2	3	4			5	6 = 4 + 5		
D	C	27	223	56	07	+1	223	56	08
	R	28	256	10	44	−2	256	10	42
	I	29	329	79	42	−9	329	79	33
Media:									
E	H	30	203	35	46	+11	203	35	57
	C	31	257	32	62	+5	257	32	67
	P	32	292	94	40	+1	292	94	41
Media:									

Procedîndu-se întocmai ca la intersecţiile combinate § 2.44, se scade coloana *6* (vize, observaţii reduse la coardă) din coloana *7* (orientări din coordonate) şi se obţin în coloana *8* unghiurile de orientare a căror medie, în fiecare staţie, va da θ_0^P = unghiul de orientare mediu provizoriu, adică orientarea direcţiei zero a limbului. Dacă acest unghi θ_0^P se adaugă la observaţiile din coloana *6* se obţin vize orientate în coloana *9* (fig. 5.38 şi relaţiile 5.69). Diferenţele efectuate în coloana *10* dintre vizele orientate $\theta\alpha$ şi orientările calculate din coordonate provizorii coloana *7* reprezintă termenii liberi ω (absoluţi). Constantele de direcţie se calculează cu relaţiile (5.52) sau (5.53) şi se introduc în tabelul 5.10 în coloanele *4*, *5*, *6* şi *7* iar în coloana *8* se înscriu termenii liberi calculaţi în tabelul 5.9 coloana *10*, Termenii ecuaţiei sumă în *i* scrisă în fiecare punct se obţin prin înmulţirea sumei coeficienţilor cu $1/\sqrt{n}$ şi cu *i* unde *n* reprezintă numărul vizelor din fiecare staţie în parte (relaţia 5.74).

Tabelul 5.10 pînă la coloana *8* inclusiv reprezintă de fapt ecuaţiile de observare echivalente.

Tabelul 5.10 se completează cu coloana — *S*, în care apar însumările pe orizontale, pentru a servi controalelor de calcul pe etape. Coloanele *10*, *11* şi *12* se calculează şi se completează după ce s-au calculat corecţiile *dx*, *dy* şi scris în josul coloanelor 4, *5*, *6* şi *7*.

Plecînd de la tabelul 5.10 se calculează coeficienţii ecuaţiilor normale ce se înscriu într-un tabel de forma tabelului 5.6. De fapt coeficienţii se înscriu în tabelul 5.12 după tabelul 5.7 de rezolvare din care nu s-au păstrat decît rîndurile coeficienţilor ecuaţiilor normale (*1*, *3*, *7*, *12* şi *18*). Celelalte rînduri sînt rezervate rezolvării ecuaţiilor normale după schema Gauss — Doolittle de la tabelul 5.7 şi anume rîndurile *2*, *6*, *11* şi *17* care reprezintă relaţiile de substituire şi rîndurile *1*, *5*, *10*, *16* şi *23* care reprezintă sistemul ecuaţiilor rezolvate.

Rezolvarea se face prin operaţii cumulate, în tabelul 5.13 uşor de urmărit după schema de la tabelul 5.7.

În tabelul 5.14 se aplică coreacţiile (întrucît au fost calculate în dm se transformă în metri).

Continuare tabelul 5.9

7			8 = 7 − 6			9 = 6 + θ_0^{ϕ}			10 = 7 − 9 = 8 − θ_0^{P}
291	42	46,6	67	86	38,6	291	42	48,7	− 210
323	96	82,9	67	86	40,9	323	96	82,7	+0,20
397	65	75,6	67	86	42,6	397	65	73,7	+1,90
			θ_0^P = 67	86	40,70				0,00
190	60	44,5	393	24	87,5	196	60	46,8	−2,30
250	57	53,8	393	24	86,8	250	57	56,8	−3,00
286	19	36,1	393	24	95,1	286	18	30,8	+5,30
			θ_0^P = 393	24	89,80				0,00

Controlul de calcul se verifică prin egalitatea relațiilor (5.85) și (5.78) adică: $|\omega\omega \cdot 4| = 2271{,}4107$ cu:

$$|\omega\omega| + |a\omega|\, dx_p + |b\omega| dy_P - |c\omega|\, dx_R + |d\omega|\, dy_R = 2271{,}4110$$

care se verifică aproape perfect. De fapt dacă pentru $|\omega\omega \cdot 4|$ se lua media, dintre 2271,4107 și 2271,4112 rezultă o suprapunere perfectă.

Pentru efectuarea controalelor de ansamblu se întocmește tabelul (5.15) cu elemente preluate din tabelele precedente 5.9 și 5.10. În practică tabelul 5.15 nu se mai întocmește separat ci se completează tabelul 5.9 cu coloanele necesare.

Calculînd după indicațiile date se obțin orientări compensate definitive egale cu cele deduse din coordonate. Calculele din col. 17 trebuie făcute prin toate cele 3 modalități date și trebuie să dea exact același rezultat. Controalele din coloanele *19*, *20* și *21* atestă exactitatea calculului.

Totodată rezultă $|VV| = 2268{,}64$ care confruntat cu $|\omega\omega \cdot q| = 2271{,}41$ dă o diferență de unități (2,75) care este tolerabilă deoarece s-a lucrat cu zecimi de secundă.

Precizia unei observații calculată cu relația (5.91) va fi:

$$e = \pm \sqrt{\frac{2271{,}41}{32 - (6+5)}} = \pm \sqrt{\frac{2271{,}41}{21}} = \pm \sqrt{108{,}162} = \pm 10{,}^{cc}40$$

Precizia de poziție a punctelor se calculează cu relațiile: 5.92.

$$e_{xp} = \pm e \sqrt{\frac{1}{|aa|}} = \pm 10{,}^{cc}40 \sqrt{\frac{1}{2956}} = \pm 10{,}^{cc}40 \cdot 0{,}0184 = \pm 0{,}191 dm =$$

$$= \pm\, 1{,}9 \text{ cm}$$

$$e_{yp} = \pm e \sqrt{\frac{1}{|bb \cdot 1|}} = \pm 10{,}^{cc}40 \sqrt{\frac{1}{1324}} \pm 10{,}^{cc}40 \cdot 0{,}0275 = \pm 0{,}286 \text{ dm} =$$

$$= \pm\, 2{,}9 \text{cm}$$

BCU IAȘI CENTRU UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.10. **TABLOUL CONSTANTELOR, RESPECTIV A ECUAȚIILOR DE OBSERVARE ȘI CALCULUL CORECȚIILOR UNGHIULARE**

Stații	Puncte vizate	Nr. vizei $\frac{1}{\sqrt{n}}$	P a	P b	R c	R d	ω cc	$-S$ cc	$d\theta$ cc	$V\alpha$ cc	$d\theta_0$ cc
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	E	1	+19,74	−4,35			+1,40	−16,79	−2,8	−1,4	
	D	2	+11,62	+10,58			−7,70	−14,50	+4,5	−3,2	
	C	3	−5,17	+18,04			+5,60	−18,47	+8,7	+14,3	
	R	4	−29,98	+24,55	+29,98	−24,55	−12,20	+12,20	+22,4	+10,2	
	B	5	−18,26	−4,34			+12,90	+9,70	−1,3	+11,6	
	$\Sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot i$	0,447	−9,86.i	+19,89.i	+13,41.i	−10,98.i	00,00	−12,46.i			+6,3
R	P	6	−29,98	+24,55	+29,98	−24,55	−35,26	+35,26	+22,4	−12,9	
	D	7			+12,91	+5,10	+14,14	−32,15	+3,8	+17,9	
	C	8			+4,25	+28,04	+6,74	−39,03	+0,6	+7,3	
	B	9			−17,35	−15,60	−1,86	+34,81	−4,9	−6,8	
	A	10			+5,07	−13,80	+16,24	−7,51	+1,9	+18,1	
	$\Sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot i$	0,447	−13,41.i	+10,98.i	+15,59.i	−9,31.i	0,00	−3,85.i			+4,8
A	F	11					+6,92	−6,92	−	+6,9	
	H	12					+4,62	−4,62	−	+4,6	
	P	13	+1,54	−20,95			−10,68	+30,09	−9,9	−20,5	
	R	14			+5,07	−13,80	+4,22	+4,51	+1,9	+6,1	
	B	15					−5,08	+5,08	−	−5,1	
	$\Sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot i$	0,447	+0,69.i	−9,37.i	+2,27.i	−6,19.i	0,00	+12,58.i			−1,6

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

B	A	16					−7,92	+7,92	−	−7,9	
	E	17					−5,82	+5,82	−	−5,8	
	P	18	−18,26	−4,34			+3,98	+18,62	−1,3	+2,7	
	R	19			−17,35	−15,60	+7,28	+25,67	−4,9	+2,4	
	C	20					+2,48	−2,48	−	+2,5	
	$\Sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot i$	0,447	−8,17.i	−1,94.i	−7,76.i	−6,98.i	0,00	+24,85.i			−1,3
C	B	21					+9,10	−9,10	−	+9,1	
	R	22			+4,25	+28,04	−10,50	−21,79	+0,6	−9,9	
	P	23	−5,17	+18,04			−11,70	−1,17	+8,7	−3,0	
	E	24					+5,80	−5,80	−	+5,8	
	D	25					−8,40	+8,40	−	−8,4	
	G	26					+15,70	−15,70	−	+15,7	
	$\Sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot i$	0,408	−2,11.i	+7,36.i	+1,74.i	+11,45.i	0,00	−18,44.i			−1,5
D	C	27					−2,10	+2,10	−	−2,1	
	R	28			+12,91	+5,10	+0,20	−18,21	+3,8	+4,0	
	I	29					+1,90	−1,90	−	+1,9	
	$\Sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot i$	0,577			+7,45.i	+2,94.i	0,00	−10,39.i			−1,3
E	H	30					−2,30	+2,30	−	−2,3	
	C	31					−3,00	+3,00	−	−3,0	
	P	32	+19,74	−4,35			+5,30	−20,69	−2,8	+2,5	
	$\Sigma \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot i$	0,577	+11,40.i	−2,51.i			0,00	−8,89.i			−0,9
			dx_p −0,0402	dy_p +0,4680	dx_R +0,3034	dy_R −0,0250					

BCU IAȘI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.11. după tabelul 5.6

Ecuaţiile normale

+2955,9602	−1202,9999	−1517,6104	+1210,2983	+1172,4958	−2618,1440	0,0000
	+1814,4406	+1027,5240	−1040,4151	−1235,3112	+ 636,7616	0,0000
		+2273,7400	−490,2082	−1244,0062	− 49,4392	0,0000
			+3263,7363	+ 765,9466	−3709,3579	0,0000
				+3293,2680	−2752,3930	0,0000

Tabelul 5.12. **ECUAŢIILE NORMALE ŞI REZOLVAREA LOR DUPĂ SCHEMA DE LA TABELUL 5.7**

	a	b	c	d	ω	−S	control	Rînd
a	+2955,9602	−1202,9999	−1517,6104	+1210,2983	+1172,4958	−2618,1440	0,0000	1
	−1.000000	+0,406974	+0,513407	−0,409443	−0,396655	+0,885717	0,00000	2
	b	+1814,4406	+1027,5240	−1040,4151	−1235,3112	+636,7616	0,0000	3
	1	+1324,8509	+ 409,8954	− 547,8552	− 758,1353	−428,7559	−0,0001	5
		−1,000 000	−0,309390	+0,413522	+0,572242	+0,323626	0,00000	6
		c	+2273,7400	− 490,2082	−1244,0062	−49,4392	0,0000	7
		2	+1367,7707	+ 300,6675	− 407,4791	−1260,9597	−0,0006	10
			−1,000000	−0,219823	+0,297915	+0,921909	+0,000001	11
			d	+3263,7363	+ 765,9466	−3709,3579	0,0000	12
			3	+2475,5443	+ 61,9433	−2537,4882	−0,0006	16
				−1,000 000	−0,025022	+1,025022	0,000 000	17
				ω	+3293,2680	−2752,3930	0,0000	18
				4	+2271,4107	−2271,4112	−0,0005	23

BCU LIBRARY CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.13. CALCULUL CORECȚIILOR DUPĂ RELAȚIILE DE LA TABELUL 5.7.

dx_P	−0,040162	+0,406979	+0,513407	−0,409443	−0,396655
dy_P		+0,468021	−0,309390	+0,413522	+0,572242
dx_R			+0,303415	−0,219823	+0,297915
dy_R				−0,025022	−0,025022

$$e_{xR} = \pm e\sqrt{\frac{1}{|cc \cdot 2|}} = \pm 10,^{cc}40\sqrt{\frac{1}{1367}} = \pm 10,^{cc}40 \cdot 0,0271 = \pm 0,282\,dm =$$

$$= \pm 2,8\ cm$$

$$e_{yR} = \pm e\sqrt{\frac{1}{|dd \cdot 3|}} = \pm 10,^{cc}40\sqrt{\frac{1}{2475}} = \pm 10,^{cc}40 \cdot 0,0200 = \pm 0,208 dm =$$

$$= \pm 2,1\ cm$$

Așadar, o precizie foarte bună.

Notă. a) În concepția ce a stat la baza compensării, măsurătorile au fost considerate de pondere egală. De altfel o apreciere chiar largă a ponderilor, de 10—15%, nu afectează rezultatul. În cazul cînd se consideră de ponderi diferite, ecuațiile de erori 5.59. se înmulțesc cu ponderile respective.

$$V_1 = a_1\,dx + b_1\,dy + \omega_1 \text{ cu ponderea } p_1$$

$$V_2 = a_2\,dx + b_2\,dy + \omega_3 \text{ cu ponderea } p_2$$

$$V_n = a_n\,dx + b_n\,dy + \omega_n \text{ cu ponderea } p_n$$

Practic, acesta înseamnă că în tabelul constantelor 5.5 se mai introduce o coloană în față sau după S, intitulată p, așa cum se va proceda la compensarea rețelelor de nivelment, tabelul 5.16. Astfel se ajunge la ecuațiile normale:

$$|paa|dx + |pab|\,dy + |pa\omega| = 0$$

$$|pab|\,dx + |pbb|\,dy + |pb\omega| = 0$$

Tabelul 5.14. CALCULUL COORDONATELOR DEFINITIVE

Puncte	coordonate provizorii		corecții		coordonate definitive	
	x	y	dx	dy	x	y
	m	m	m	m	m	m
P	5252832,69	4674861,93	−0,004	+0,047	5252832,686	4674861,977
R	5251791,58	4673590,85	+0,030	−0,003	5251791,610	4673590,897

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

PRELUNGIRE LA TABELUL 5.9. CU ELEMENTE DIN TABELUL 5.10

Tabelul 5.15

Nr. vizei	Corecții unghiulare				Vize compensate α_c			Unghi de orientări θ_o			Orientări definit θ_d				Diferențe		
	d_0	V_α	$-d_{\theta_o}$	v							compensate			din coord.			
	cc	cc	cc	cc	g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc	cc	cc	cc	cc
3	11	12=10+11	13	14=.2+ +13	15=6+14			16=18−6			17=7+11=9+12= $\theta_0^p+d\theta_o+15$			18	19=18− −17	20= $\theta_0^d-\theta_0^p$	21=$d\theta_o$
1	− 2,8	− 1,4	−6,3	− 7,7	81	51	70,3	4	67	55,3	86	19	33,3	33,3	—	—	—
2	+ 4,5	− 3,2	−6,3	− 9,5	142	35	35,5	4	67	53,5	147	02	98,5	98,5	—	—	—
3	+ 8,7	+14,3	−6,3	+ 8,0	213	09	51,0	4	67	71,0	217	77	14,0	14,0	—	—	—
4	+22,4	+10,2	−6,3	+ 3,9	251	63	69,9	4	67	67,0	256	31	32,9	33,0	+0,1	—	—
5	− 1,3	+11,6	−6,3	+ 5,3	310	16	64,3	4	67	68,2	314	84	27,3	27,2	−0,1	—	—
		$d\theta_o = +6,3$		|0,0|			$\theta_0^d = 4$		63,0						6,3	6,3
6	+22,4	−12,9	−4,8	−17,7	109	67	73,3	346	63	42,0	56	31	32,9	33,0	+0,1		
7	+ 3,8	+17,9	−4,8	+13,1	177	33	27,1	346	63	72,7	123	96	86,7	86,7	—		
8	+ 0,6	+ 7,3	−4,8	+ 2,5	243	77	94,5	346	63	62,0	190	41	54,1	54,0	−0,1		
9	− 4,9	− 6,7	−4,8	−11,5	399	99	88,5	346	63	48,2	346	63	48,1	48,2	+0,1		
10	+ 1,9	+18,1	−4,8	+13,3	75	78	62,3	346	63	73,0	22	42	21,9	22,0	+0,1		
		$d\theta_o = 4,8$		|0,3|			$\theta_0^d = 346$		59,58						4,8	4,8
11	—	+ 6,9	+1,6	+ 8,5	249	69	28,5	85	06	14,7	334	75	34,7	34,7	—	—	—
12	—	+ 4,6	+1,6	+ 6,2	94	98	48,2	85	06	12,4	180	04	54,4	54,4	—	—	—
13	− 9,9	−20,5	+1,6	−18,9	119	61	67,1	85	05	87,2	204	67	73,3	73,2	−0,1	—	—
14	+ 1,9	+ 6,1	+1,6	+ 7,7	137	36	15,7	85	06	14,0	222	42	21,9	22,0	+0,1	—	—
15	—	− 5,1	+1,6	− 3,5	178	88	66,5	85	06	02,7	263	94	72,7	72,7	—	—	—
		$d\theta_o = -1,6$		|0,0|			$\theta_0^d = 85$		06,2						−1,6	−1,6

BCU IAȘI - COLECȚIA DIGITALĂ - BIBLIOTECA

16	—	− 7,9	+1,2	− 6,7	391	89	94,3	72	04	71,7	63	97	72,7	72,7	—		
17	—	− 5,8	+1,2	− 4,6	29	01	5,4	72	04	73,8	101	05	83,8	83,8	—	—	—
18	− 1,3	+ 2,7	+1,2	+ 3,9	42	79	48,9	72	04	82,2	114	84	27,3	27,2	−0,1	—	—
19	− 4,9	+ 2,4	+1,2	+ 3,6	74	58	69,6	72	04	82,2	146	63	48,0	48,2	+0,2	—	—
20	—	+ 2,5	+1,2	+ 3,7	94	25	99,7	72	04	82,1	166	30	78,1	78,1	—	—	—
		$d\theta_0 = -1,2$		|0,1|			$\theta_0^d = 72$	04	78,40						−1,2	−1,3
21	—	+ 9,1	−1,5	+ 7,6	41	62	11,6	324	68	74,1	366	30	78,1	78,1	—	—	—
22	+ 0,6	− 9,9	−1,5	−11,4	65	72	87,6	324	68	55,0	390	41	54,1	54,0		—	—
23	+ 8,6	− 3,1	−1,5	− 4,6	93	08	47,4	324	68	62,0	17	77	13,9	14,0	+0,1	—	—
24	—	+ 5,8	−1,5	+ 4,3	125	88	87,3	324	68	70,8	50	57	53,8	53,8		—	—
25	—	− 8,4	−1,5	− 9,9	166	73	80,1	324	68	56,6	91	42	46,6	46,8	+0,2	—	—
26	—	+15,7	−1,5	+14,2	278	83	49,2	324	68	80,7	203	52	15,7	15,7			
		$d\theta_0 = +1,5$		|0,2|			$\theta_0^d = 324$	68	66,53						+1,5	+1,5
27	—	− 2,1	−1,3	− 3,4	223	56	04,6	67	86	38,6	291	42	46,6	46,6	—	—	—
28	+ 3,8	+ 4,0	−1,3	+ 2,7	256	10	44,7	67	86	44,7	323	96	86,7	86,7	—	—	—
29	—	+ 1,9	−1,3	+ 0,6	329	79	33,6	67	86	42,6	397	65	75,6	75,6	—	—	—
		$d\theta_0 = +1,3$		|0,1|			$\theta_0^d = 67$	86	41,97						+1,3	+1,3
30	—	+ 2,3	+0,9	− 1,4	203	35	55,6	393	24	87,5	196	60	44,5	44,5	—	—	—
31	—	− 3,0	+0,9	− 2,1	257	32	64,9	393	24	86,8	250	57	53,8	53,8	—	—	—
32	− 2,8	+ 2,5	+0,9	+ 3,4	292	94	44,4	393	24	92,3	286	19	33,3	33,3	—	—	—
		$d\theta_0 = -0,9$		|0,1|			$\theta_0^d = 393$	24	88,87						+0,9	+0,9

BCU BIBLIOTECA CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

iar eroarea medie va fi:

$$e = \sqrt{\frac{|p \cdot VV|}{n - (3p + q)}} \text{ şi respectiv } e_x \simeq \pm e \sqrt{\frac{1}{|p \cdot aa|}} \text{ etc.}$$

b) În notaţie matriceală ecuaţiile de erori (corecţii) 5.59 se scriu:

$$V = Au + \Omega$$

unde în cazul concret al unui punct nou, relaţiile 5.59

$$V \left\| \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ \\ V_n \end{matrix} \right\|; \quad A = \left\| \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_n & b_n \end{matrix} \right\|; \quad u = \left\| \begin{matrix} \mathrm{d}x_1 \\ \\ \mathrm{d}y_1 \end{matrix} \right\|; \quad \Omega \left\| \begin{matrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \end{matrix} \right\|$$

În general numărul coloanelor matricei A va fi egal cu de două ori numărul punctelor ce se compensează iar numărul liniilor în metricea vector u de asemenea.

Dacă se iau în considerare şi ponderile, matricea lor va fi:

$$P = \left\| \begin{matrix} p_1 & 0 \ldots & 0 \\ 0 & p_2 \ldots & 0 \\ 0 & 0 \ldots & p_n \end{matrix} \right\|$$

Scrierea matriceală dă posibilitatea unei exprimări concentrate a ecuaţiilor de erori şi în continuare a ecuaţiilor normale, a controalelor, inclusiv a preciziei, oferind astfel posibilitatea unor demonstraţii mai scurte şi a unor transformări operative şi deci a unei priviri de ansamblu asupra întregului calcul fără a-l reduce însă.

Pentru scrierea matriceală a ecuaţiilor normale se pleacă de la observaţia, deja făcută, că suma pătratelor erorilor (corecţiilor V) trebuie să fie minimă pentru ca vectorul U să fie cel mai probabil. Avînd în vedere notaţiile făcute

$$|pVV| = V^T pV \text{ unde } V^T = ||V_1 \; V_2 \; \ldots \; V_n||$$

şi efectuînd acelaşi raţionament

$$V^T PV = (U^T A^T + \Omega^T) P(Au + \Omega)$$
$$= U^T A^T PAu + 2\Omega^T PAu + \Omega^T P\Omega$$

diferenţiind

$$d(V^T PV) = 2(u^T A^T PA + \Omega^T PA)\mathrm{d}u$$

şi egalînd cu 0 (zero)

$$U^T A^T PA + \Omega^T PA = 0$$

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

prin transpunere se obţin ecuaţiile normale în U

$$A^TPAu + A^TP\Omega = 0$$

Aici, A^TPA reprezintă matricea coeficienţilor ecuaţiilor normale iar $A^TP\Omega$ vectorul termenilor liberi.

După efectuarea calculelor şi obţinerea corecţiilor, urmează operaţiile de control apoi calculele privind precizia.

Intrucît ecuaţiile normale în formă matriceală pot fi puse şi sub forma $A^TP(Au + \Omega) = 0$ sau $A^TPV = 0$, observăm că dispunem de o relaţie de verificare a corecţiilor V. Aceasta înseamnă, în condiţiile exemplului de mai sus, cînd măsurătorile au fost considerate de pondere egală, că $|av| = 0$, $|bv| = 0$ etc.

5.24. COMPENSAREA RIGUROASĂ A UNEI REŢELE DE NIVELMENT GEOMETRIC

5.240. **Generalităţi.** Tabloul pe care îl pot oferi reţelele de nivelment geometric este foarte divers. Pentru fiecare situaţie poate exista o schemă de calcul preferabilă, fireşte sub raport economic, pentru că rezultatul trebuie să fie întotdeauna acelaşi.

Distingem din capul locului reţele încadrate, cînd se sprijină pe două sau mai multe puncte (fig. 5.41), sau neîncadrate cînd nu se sprijină pe puncte cunoscute eventual există un singur punct de cotă cunoscută.

În cele ce urmează, reţeaua de nivelment de la fig. 5.41. sprijinită pe punctele A şi B, va fi compensată prin metoda observaţiilor indirecte (variaţia cotelor) şi prin metoda observaţiilor condiţionate.

5.241. **Compensarea unei reţele de nivelment geometric sprijinite prin metoda observaţiilor indirecte.** Ne referim la 5.41. Se cunosc cotele punctelor de sprijin H_A şi H_B; se dispune de diferenţele de nivel $h_1h_2 \ldots h_8$ şi se caută cotele punctelor H_1, H_2, H_3 şi H_4. Săgeţile de pe figură indică sensul crescător al diferenţelor de nivel.

Necunoscutele fiind cotele punctelor vom nota pentru uşurinţă $H_1 = x$; $H_2 = y$; $H_3 = z$ şi $H_4 = t$. Diferenţele de nivel h_i, ca mărimi obţinute din măsurători vor fi afectate de erorile v_i. După schema ce se poate uşor urmări se scriu relaţiile de erori (corecţii) iniţiale (5.93)

$$\begin{aligned}
x &= H_A + (h_1 + V_1) && \text{de unde} && V_1 = x - H_A - h_1 \\
y &= x - (h_2 + V_2) && ,, && V_2 = x - y - h_2 \\
y &= H_A + (h_3 + V_3) && ,, && V_3 = y - H_A - h_3 \\
t &= z - (h_5 + V_5) && ,, && V_5 = z - t - h_5 \\
z &= H_B - (h_7 + V_7) && ,, && V_7 = H_B - z - h_7 \\
t &= H_B - (h_8 + V_8) && ,, && V_8 = H_B - t - h_8 \\
z &= x + (h_6 + V_6) && ,, && V_6 = z - x - h_6 \\
t &= y - (h_4 + V_4) && ,, && V_4 = y - z - h_4
\end{aligned} \qquad (5.93)$$

BCU/CLUJ CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Dar corecțiile ce se caută sînt variațiile cotelor celor 4 puncte; adică d_x, d_y, d_z și d_t ce se vor adăuga cotelor provizorii x_0, y_0, z_0 și t_0, adică:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \mathrm{d}x \\ y &= y_0 + \mathrm{d}y \\ z &= z_0 + \mathrm{d}z \\ t &= t_0 + \mathrm{d}t \end{aligned} \tag{5.94}$$

Aceste valori se introduc în relațiile 5.93 și se obțin astfel relațiile de erori finale.

$$\begin{aligned} V_1 &= \mathrm{d}x + \omega_1 \\ V_2 &= \mathrm{d}x - \mathrm{d}y + \omega_2 \\ V_3 &= \mathrm{d}y + \omega_3 \\ V_4 &= \mathrm{d}y - \mathrm{d}z + \omega_4 \\ &\text{etc.} \end{aligned} \tag{5.95}$$

În continuare calculele sînt practic identice cu cele de la metoda celor mai mici patrate variația coordonatelor-relațiile 5.59 etc., de la § 5.23, exceptînd faptul că aici se va lucra cu ponderi.

Aplicație. În cazul fig. 5.41 fie:

$H_A = 419{,}375$; $h_1 = 2{,}221$ m $\quad d_1 = 14{,}9$ km

$H_B = 423{,}829$; $h_2 = 0{,}987$ m $\quad d_2 = 17{,}8$ km

$h_3 = 1{,}209$ m $\quad d_3 = 13{,}3$ km

$h_4 = 0{,}713$ m $\quad d_4 = 12{,}9$ km.

$h_5 = 3{,}265$ m $\quad d_5 = 14{,}4$ km

$h_6 = 1{,}576$ m $\quad d_6 = 16{,}0$ km

$h_7 = 0{,}692$ m $\quad d_7 = 9{,}6$ km

$h_8 = 3{,}994$ m $\quad d_8 = 14{,}2$ km

Cotele provizorii vor fi:

$$\begin{aligned} x_0 &= H_A + h_1 = 419{,}375 + 2{,}221 = 421{,}596 \\ y_0 &= H_A + h_3 = 419{,}375 + 1{,}209 = 420{,}584 \\ z_0 &= H_B - h_7 = 423{,}829 - 0{,}692 = 423{,}137 \\ t_0 &= H_B - h_8 = 423{,}829 - 3{,}994 = 419{,}835 \end{aligned}$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Relaţiile de erori finale

$$V_1 = 421{,}596 + dx - 419{,}375 - 2{,}221 = dx$$
$$V_2 = 421{,}596 + dx - (420{,}584 + dy) - 0{,}987 = dx - dy - 2{,}5\,\text{cm}$$
$$V_3 = dy \qquad (5.95')$$
$$V_4 = 420{,}584 + dy - (419{,}835 + dt) - 0{,}713 = dy - dt + 3{,}6\,\text{cm}$$
$$V_5 = 423{,}137 + dz - 419{,}835 - dt - 3{,}265 = dz - dt + 3{,}7\,\text{cm}.$$
$$V_6 = 423{,}137 + d_2 - 421{,}596 - dx - 1{,}576 = dz - dx - 3{,}5\,\text{cm}$$
$$V_7 = -dz$$
$$V_8 = -dt$$

Recapitulaţie:

$$V_1 = dx \qquad V_5 = dz - dt + 3{,}7$$
$$V_2 = dx - dy + 2{,}5 \qquad V_6 = -dx + dz - 3{,}5$$
$$V_3 = dy \qquad V_7 = -dz \qquad (5.95'')$$
$$V_4 = dy - dt + 3{,}6 \qquad V_8 = -dt$$

Intrucît traseele sînt de lungimi diferite d_i, se calculează ponderea fiecărui traseu $p_i = \frac{10\ \text{km}}{\text{dkm}}$

$$p_1 = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}7 \qquad p_5 = \frac{1}{1{,}4} = 0{,}7$$
$$p_2 = \frac{1}{1{,}8} = 0{,}6 \qquad p_6 = \frac{1}{1{,}6} = 0{,}6$$
$$p_3 = \frac{1}{1{,}3} = 0{,}8 \qquad p_7 = \frac{1}{1{,}0} = 1{,}0$$
$$p_4 = \frac{1}{1{,}3} = 0{,}8 \qquad p_8 = \frac{1}{1{,}4} = 0{,}7$$

Acum se poate întocmi tabela cu coeficienţi (constantele) de observare după 5.5.

Tabela 5.16. **DUPĂ TABELA 5.5**

Nr. crt.	dx a	dy b	dz c	dt d	ω	$-S$	P
1	+1					−1,0	0,7
2	+1	−1			+2,5	−2,5	0,6
3		+1				−1,0	0,8
4		+1		−1	+3,6	−3,6	0,8
5			+1	−1	+3,7	−3,7	0,7
6	−1		+1		−3,5	+3,5	0,6
7			−1			+1,0	1,0
8				−1		+1,0	0,7
Σ	+1	+1	+1	−3	+6,3	+6,3	

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

cu aceste elemente se obţin ecuaţiile normale a căror coeficienţi se introduc în tabela 5.17 după tabelele 5.6 şi 5.7. La obţinerea ecuaţiilor normale după tabela 5.16 se procedează astfel. Prima valoare este

$$|paa| = 0{,}7 \times 1^2 + 0{,}6 \times 1^2 + (-1)^2 \times 0{,}6 = +1{,}900.$$

$$|pab| = 0{,}6 \times (+1) \times (-1) = -0{,}600 \text{ etc. etc.}$$

Rezolvînd sistemul ecuaţiilor normale de la tabelul 5.17 rezultă

$$\begin{aligned} dx &= -1{,}996 \text{ cm} \\ dy &= -0{,}310 \text{ cm} \\ dz &= -0{,}012 \text{ cm} \\ dt &= +2{,}370 \text{ cm} \end{aligned} \quad \left[\text{şi} \right. \quad \begin{aligned} H_1 &= x = x_0 + dx = 421{,}576 \\ H_2 &= y = y_0 + dy = 420{,}581 \\ H_3 &= z = z_0 + dz = 423{,}137 \\ H_4 &= t = t_0 + dt = 419{,}859 \end{aligned}$$

Pentru controlul calculelor şi al preciziei se introduc condiţiile d_x, d_y, d_z etc. în relaţiile iniţiale (5.95″) etc. şi se procedează potrivit celor arătate anterior.

5.242. **Compensarea unei reţele de nivelment geometric sprijinite prin metoda observaţiilor condiţionate.** Facem referire de asemenea, la fig. 5.41. Intr-o reţea de nivelment este evidentă condiţia ca pe orice circuit închis suma diferenţelor de nivel să fie nulă iar dacă reţeaua este sprijinită, diferenţele de nivel însumate pe oricare din traseele dintre două puncte de sprijin să fie egale cu diferenţa de nivel dintre cotele acelor puncte. Fireşte că va trebui să fie îndeplinită şi condiţia $p'_{vv} = \text{minim}$.

Se începe prin a se scrie ecuaţiile de condiţiile numite iniţiale. Numărul lor este $r = n - u$ unde n reprezintă numărul diferenţelor de nivel măsurate h şi deci afectate de erori, iar u numărul necunoscutelor, adică a cotelor ce se caută. În cazul nostru $n = 8$ iar $u = 4$ deci $r = 8 - 4 = 4$.

$$\begin{aligned} h_1 + h_6 + h_7 &= H_B - H_A \\ h_3 - h_4 + h_8 &= H_B - H_A \\ h_7 - h_8 + h_5 &= 0 \\ h_3 + h_2 - h_1 &= 0 \end{aligned} \qquad (5.96)$$

Dacă se introduc erorile (corecţiile) v_i ce afectează măsurătorile de diferenţe de nivel h_i, relaţiile 5.96 devin 5.97:

$$\begin{aligned} V_1 + V_6 + V_7 + \omega_1 &= 0 \quad \text{unde} \quad \omega_1 = h_1 + h_6 + h_7 + H_A - H_B \\ V_3 - V_4 + V_8 + \omega_2 &= 0 \quad (5.97) \quad \omega_2 = h_3 - h_4 + h_8 + H_A - H_B \\ V_7 - V_8 + V_5 + \omega_3 &= 0 \qquad \omega_3 = h_5 + h_7 - h_8 \\ V_3 = V_2 - V_1 + \omega_4 &= 0 \qquad \omega_4 = -h_1 + h_2 + h_3 \end{aligned}$$

sau în general:

$$\begin{aligned} a_1V_1 + a_2V_2 + \ldots a_nV_n + \omega_1 &= 0 \\ b_1V_1 + b_2V_2 + \ldots b_nV_n + \omega_2 &= 0 \\ c_1V_1 + c_2V_2 + \ldots c_nV_n + \omega_3 &= 0 \\ d_1V_1 + d_2V_2 + \ldots d_nV_n + \omega_4 &= 0 \end{aligned} \qquad (5.98)$$

BCU IASI CENTRALA

	pa	pb	pc	pd	pω	−pS	control
−1/1,900 =	+1,900	−0,600	−0,600	0,000	+ 3,600	−4,300	0,000
−0,526	−1,000	+0,316	+0,316	0,000	−1,894	+2,262	0,000
		+2,200	0,000	−0,800	+1,380	−2,180	0,000
−1/2,010 =		+2,010	−0,190	−0,800	+2,516	−3,537	−0,001
−0,4975		−1,000	+0,095	+0,398	−1,252	+1,760	+0,001
			+2,30	−0,700	+0,490	−1,490	0,000
			+2,092	−0,776	+1,864	−3,181	−0,001
		−0,4780	−1,000	+0,371	−0,891	+1,521	+0,001
				+2,200	−5,470	+4,770	0,000
				+1,594	−3,777	+2,182	−0,001
			−0,62735	−1,000	+2,370	−1,369	+0,001
					+31,051	−31,051	0,000
					+10,471	−10,474	−0,003
					−1,000	+1,000	0,000

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Întrucît numărul corecţiilor v_i este mai mare decît al ecuaţiilor şi deoarece ele trebuie să îndeplinească şi condiţia $p_{vv} = \min$ (condiţie ce se realizează aşa după cum se ştie, prin diferenţierea ecuaţiilor de condiţie şi egalarea cu zero) se recurge la nişte coeficienţi, nedeterminaţi pentru început, numiţi corelate (K_i) cu ajutorul cărora se înmulţeşte fiecare ecuaţie. De fapt pentru simplificare se înmulţeşte cu $-2k_i$.

Obţinem aşadar sistemul:

$$\Omega = p_1V_1^2 + p_2V_2^2 + \ldots + p_nV_n^2 - 2K_1(a_1V_1 + a_2V_2 + \ldots . a_nV_n + \omega_1) -$$
$$- 2k_2(b_1V_1 + b_2V_2 + \ldots b_nV_n + \omega_2) - 2K_3(c_1V_1 + c_2V_2 + \ldots \quad (5.99)$$
$$\ldots + c_nV_n + \omega_3) - 2K_4(d_1V_1 + d_2V_2 + \ldots + d_nV_n + \omega_4)$$

Diferenţiind pe rînd funcţie de fiecare variabilă V_i şi egalînd cu zero, se obţine:

$$\frac{\delta\Omega}{\delta v_1} = 2p_1V_1 - 2a_1k_1 - 2b_1k_2 - 2c_1k_3 - 2d_1K_4 = 0$$

$$\frac{\delta\Omega}{\delta v_2} = 2p_2V_2 - 2a_2K_1 - 2b_2L_2 - 2c_2K_3 - 2d_2K_4 = 0 \quad (5.100)$$

$$\frac{\delta\Omega}{\delta v_n} = 2p_nV_n - 2a_nK_1 - 2b_nK_2 - 2c_nK_3 - 2d_nK_4 = 0$$

Impărţind la 2 şi explicitîndu-l pe v se obţin ecuaţiile corelate:

$$V_1 = \frac{a_1}{p_1}K_1 + \frac{b_1}{p_1}K_2 + \frac{c_1}{p_1}K_3 + \frac{d_1}{p_1}K_4$$

$$V_2 = \frac{a_2}{p_2}K_1 + \frac{b_2}{p_2}K_2 + \frac{c_2}{p_2}K_3 + \frac{d_2}{p_2}K_4 \quad (5.101)$$

$$V_n = \frac{a_n}{p_n}K_1 + \frac{b_n}{p_n}K_n + \frac{c_n}{p_n}K_3 + \frac{d_n}{p_n}K_4$$

Introducîndu-se în relaţiile (5.97) se obţin ecuaţiile normale în k.

$$\left|\frac{aa}{p}\right|K_1 + \left|\frac{ab}{p}\right|K_2 + \left|\frac{ac}{p}\right|K_3 + \left|\frac{ad}{p}\right|K_4 + \omega_1 = 0$$

$$\left|\frac{ab}{p}\right|K_1 + \left|\frac{bb}{p}\right|K_2 + \left|\frac{bc}{p}\right|K_3 + \left|\frac{bd}{p}\right|K_4 + \omega_2 = 0$$

$$\left|\frac{ac}{p}\right|K_1 + \left|\frac{bc}{p}\right|K_2 + \left|\frac{cc}{p}\right|K_3 + \left|\frac{cd}{p}\right|K_4 + \omega_3 = 0 \quad (5.102)$$

$$\left|\frac{ad}{p}\right|K_1 + \left|\frac{bd}{p}\right|K_2 + \left|\frac{cd}{p}\right|K_3 + \left|\frac{dd}{p}\right|K_4 + \omega_4 = 0$$

Rezolvîndu-se pe cale clasică se obţin corelatele k, care introduse în relaţiile 5.101 dau corecţiile v_i.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Aplicația cu elementele de la fig. 5.41 continuă cu introducerea datelor problemei în relațiile 5.97 care devin:

$$\begin{aligned} V_1 + V_6 + V_7 + 35\ \text{mm} &= 0 \\ V_3 - V_4 + V_8 + 36\ \text{mm} &= 0 \\ V_5 + V_7 - V_8 - 37\ \text{mm} &= 0 \\ -V_1 + V_2 + V_3 - 25\ \text{mm} &= 0 \end{aligned} \qquad (5.103)$$

Pentru obținerea coeficienților ecuațiilor normale 5.102 se întocmește un tablou în care se introduc coeficienții ecuațiilor de condiție (pe verticală).

Tabelul 5.18. **COEFICIENȚII ECUAȚIILOR DE CONDIȚIE, PONDERILE ȘI SUMELE**

Nr. crt.	a	b	c	d	$-S$	$\frac{1}{p}$
1	+1			−1	0	14,9
2				+1	−1	17,8
3		+1		+1	−2	13,3
4		−1			+1	12,9
5			+1		−1	14,4
6	+1				−1	16,0
7	+1		+1		−2	9,6
8		+1	−1		0	14,2
Σ	+3	+1	+1	+1	−6	
ω	+35	+36	−37	−25		

După acest tabel se calculează coeficienții ecuațiilor normale, de ex. $\left|\frac{aa}{p}\right| = +1 \times 14{,}9 + 1 \times 16{,}0 + 1 \times 9{,}6 = 40{,}500$ etc. și se introduc în tabelul 5.19 în care se și efectuează calculele corelatelor k_i.

Tabelul 5.19. **ECUAȚIILE ECUAȚIILOR NORMALE ȘI REZOLVAREA LOR**

	$\frac{a}{p}$	$\frac{b}{8}$	$\frac{c}{p}$	$\frac{d}{p}$	ω	$-S$	control
	40,500	0,000	+9,600	−14,900	+35,000	−70,200	0,000
−0,0246913	−1,000	0,000	−0,237	+0,368	−0,864	+1,733	0,000
		40,400	−14,200	+13,300	+36,000	−75,500	0,000
		+40,400	−14,200	+13,300	+36,000	−75,000	0,000
−0,0247524		−1,000	+0,351	−0,329	−0,891	+1,869	0,000
			38,200	0,000	−37,000	+3,400	0,000
			+30,941	+8,205	−32,642	−6,503	+0,001
	−0,032319		−1,000	−0,265	+1,055	+0,210	0,000
				+46,000	−25,000	−19,400	0,000
				+33,067	−15,320	−18,641	+0,006
			−0,029440	−1,000	+0,451	+0,549	0,000

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Rezolvînd după indicaţiile tabelului 5.7 se obţin corelatele k:

$$k_1 = -0{,}921 \text{ mm}$$
$$k_2 = -0{,}711 \text{ mm}$$
$$k_3 = +0{,}935 \text{ mm}$$
$$k_4 = +0{,}451 \text{ mm}$$

care introduse în relaţiile 3.101 dau corecţiile v.

$$V_1 = -14{,}9 \times 0{,}920 - 14{,}9 \times 0{,}451 = -20{,}428 \text{ mm}$$
$$V_2 = +17{,}8 \times 0{,}451 = +8{,}028 \text{ mm}$$
$$V_3 = -13{,}3 \times 0{,}711 + 13{,}3 \times 0{,}451 = -3{,}458 \text{ mm}$$
$$V_4 = +12{,}9 \times 0{,}711 = +9{,}172 \text{ mm}$$
$$V_5 = +14{,}4 \times 0{,}953 = +13{,}464 \text{ mm}$$
$$V_6 = -16{,}0 \times 0{,}920 = -14{,}720 \text{ mm}$$
$$V_7 = -9{,}6 \times 0{,}920 + 9{,}6 \times 0{,}935 = +0{,}144 \text{ mm}$$
$$V_8 = -14{,}2 \times 0{,}711 - 14{,}2 \times 0{,}935 = -23{,}372 \text{ mm}$$

Aceste date trebuie să verifice ecuaţiile 3.103.

$$V_1 + V_6 + V_7 + 35 = 0{,}004 \text{ mm}$$
$$V_3 - V_4 + V_8 + 36 = 0{,}003 \text{ mm}$$
$$V_5 + V_7 - V_8 - 37 = -0{,}019 \text{ mm}$$
$$-V_1 + V_2 + V_3 - 25 = -0{,}002 \text{ mm}$$

Verificarea fiind făcută, corecţiile v_i se aplică diferenţelor de nivel h_i.

Tabela 5.20. Aplicarea corecţiilor.

Tabelul 5.20. APLICAREA CORECŢIILOR

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
h_i	2,221	0,978	1,209	0,713	3,265	1,576	0,692	3,994
v_i	−0,020	+0,008	−0,003	+0,009	+0,013	−0,015	+0,000	−0,023
h_i^c	2,201	0,995	1,206	0,722	3,278	1,561	0,692	3,971

Principala verificare constă din introducerea diferenţelor de nivel h_i^c obţinute din compensare în relaţiile iniţiale 5.96, pe care trebuie să le verifice. Într-adevăr se verifică:

$$-2{,}201 + 1{,}561 + 0{,}692 = 423{,}829 - 419{,}375$$
$$4{,}454 = 4{,}454 \text{ etc.}$$

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Calculul cotelor punctelor căutate H_1 H_2, etc. se face plecînd de la cotele punctelor cunoscute H_A și H_B și de la diferențele de nivel compensate h_i^c din tabelul 5.20. Rezultă:

$$H_1 = H_A + h_1 = 421{,}576$$
$$H_2 = H_A + h_3 = 420{,}581$$
$$H_3 = H_B - h_7 = 423{,}137$$
$$H_4 = H_B - h_8 = 419{,}858$$

Se observă că rezultatele sînt identice cu cele obținute prin compensarea cu metoda observațiilor indirecte (§. 5.241).

5.243. **Compensarea unei rețele de nivelment geometric independente prin metoda observațiilor condiționate.** O modalitate de compensare avantajoasă este aceea de a se forma ecuațiile normale (ecuațiile corelatelor) direct după schemă. Pentru comparație s-a luat schema (fig. 5.42) după (fig. 5.41) însă independentă.

Pe schemă se fac unele înscrieri:

— polignoale constituite se numerotează cu numere romane;

— semnele de creștere a diferențelor de nivel se marchează cu o săgeată flancată de numărul de ordine al traseului (în față) și distanța în zecimi de km (în spate). Aici distanțele s-au luat de 10 ori mai mici decît la fig. 5.41;

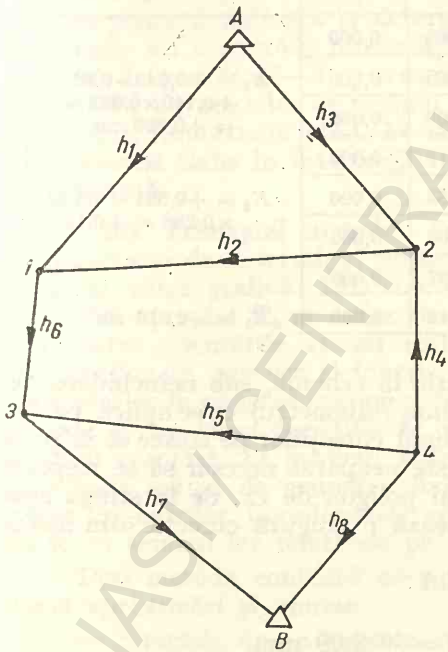


Fig. 5.41 — Rețea de nivelment geometric sprijinită

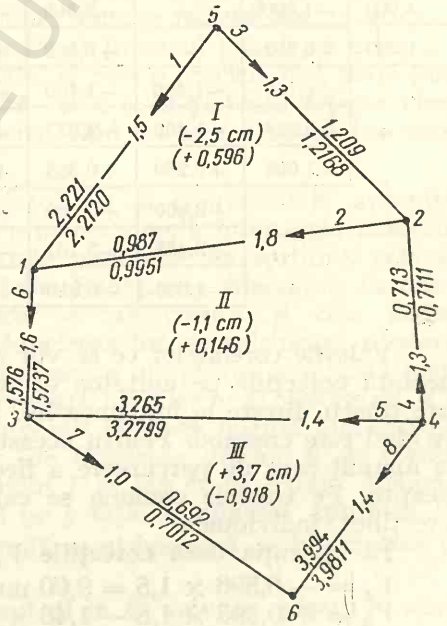


Fig. 5.42 — Rețea de nivelment geometric independentă

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

— deasupra traseului se înscrie diferența de nivel obținută din măsurători iar dedesubt se va înscrie în final, diferența de nivel compensată;

— sub numărul de ordine al fiecărui poligon se înscrie eroarea de închidere iar ulterior valoarea corelatei ce va rezulta din rezolvarea sistemului de ecuații normale.

Formarea ecuațiilor normale după schiță. De fiecare poligon se formează o ecuație normală ce va avea atîtea necunoscute cîte poligoane sînt. Coeficienții corelatelor (necunoscutelor) ecuațiilor normale se obțin astfel: coeficientul pătratic al fiecărei ecuații reprezintă suma lungimii laturilor poligonului respectiv iar coeficienții următori reprezintă, cu semn negativ, lungimea traseelor poligoanelor comune cu poligonul respectiv. De ex., în poligonul I coeficientul pătratic (4,6) reprezintă perimetrul poligonului I iar al doilea (1,8) luat cu semn schimbat, lungimea traseului comun cu poligonul II. Cel de al 3-lea coeficient este nul deoarece poligonul I nu este vecin cu poligonul III. Termenul liber reprezintă neînchiderea.

Ecuațiile normale ce se formează astfel după schemă sînt:

$I.\ 4{,}6\ k_1 - 1{,}8k_2 - 2{,}5 = 0$

$II.\ 6{,}1\ k_2 - 1{,}4\ k_3 - 1{,}1 = 0$

$III.\ 3{,}8\ k_3 + 3{,}7 = 0$

Valorile se introduc în tabelul 5.20' și se rezolvă clasic după schema de la tabelul 5.7.

Tabela 5.20'

I	II	III	ω	$-S$	control	K_i
4,600	−1,8000	−	−2,500	−0,300	0,000	
−1,000	+0,392	−	+0,543	+0,065	0,000	$K_1 = +0{,}543 - 0{,}918 \times 0 + 0{,}146 \times 0{,}392 =$
	+6,100	−1,400	−1,100	−1,800	0,000	$= +0{,}596$ cm
	+5,394	−1,400	−2,077	−1,917	0,000	
	−1,000	+0,260	+0,385	+0,355	0,000	$K_2 = +0{,}385 - 0{,}918 \times \times 0{,}260 = +0{,}146$ cm
		+3,800	+3,700	−6,100	0,000	
		+3,436	+3,161	−6,597	0,000	
		−1,000	−0,918	+1,918	0,000	$K_3 = -0{,}918$ cm

Valorile corelatelor ce se vor înscrie în schemă, sub neînchidere, reprezintă corecțiile pe unitatea de lungime (kilometru) ce se aplică pe fiecare traseu, firește la lungimea lui. Semnul corecțiilor pe trasee se ia pozitiv cînd este crescînd. Pentru aceasta este neapărat necesar să se respecte un anumit sens de parcurgere a fiecărui poligon de ex. de la stînga spre dreapta. Pe traseele comune se calculează o singură corecție din media corecțiilor individuale.

În aplicația dată corecțiile V_i sînt:

$V_1 = -\ 0{,}596 \times 1{,}5 = 9{,}00$ mm

$V_2 = +\ 0{,}596 \times 1{,}8 - 1{,}46 \times 1{,}8 = +\ 8{,}09$ mm.

$V_3 = 0{,}596 \times 1{,}3 = 7{,}74$ mm

$V_4 = -\ 0{,}146 \times 1{,}3 = -\ 1{,}93$

BCU IAȘI - CENTRUL UNIVERSITAR LIBRARY

$V_5 = + 0{,}146 \times 1{,}4 - (- 0{,}918 \times 1{,}4) = 14{,}87$ mm
$V_6 = - 0{,}146 \times 1{,}6 = - 2{,}34$ mm
$V_7 = - 0{,}918 \times - 1{,}0 = + 9{,}18$ mm
$V_8 = - 0{,}918 \times 1{,}4 = - 12{,}83$ mm

Cu aceste valori se corectează diferențele de nivel de pe traseul corespunzător și se înscriu sub diferențele de nivel inițiale. Suma algebrică a diferențelor de nivel compensate în fiecare poligon trebuie să fie nulă. Plecînd apoi de la cota unui punct, cunoscută sau luată arbitrar și adăugînd din aproape în aproape diferențele de nivel se obțin cotele compensate.

5.25. METODA GRAFICO-NUMERICĂ A PUNCTULUI APROPIAT

5.250. **Generalități:** Metodele riguroase de calcul, în condițiile folosirii mijlacelor clasice de calcul (mașini de mînă sau electrice) sînt greoaie iar calculul punctelor prin intersecții numerice (§ 2.41— § 2.45) este în general satisfăcător doar pentru lucrul cu vize relative scurte (ordinul V) și nici acolo întotdeauna. De aceea prezintă interes determinarea punctelor prin intersecții grafico-numerice care pot fi considerate metode semiriguroase și deci situate (ca precizie) între intersecțiile numerice obișnuite și metoda celor mai mici pătrate. Astfel metoda grafico-numerică a punctului apropiat are un domeniu de aplicare destul de vast. Efectiv, metoda poate fi aplicată la determinarea rețelei de ordinul IV (deși instrucțiunile nu o prevăd) în condițiile unor puncte izolate sau a grupurilor mici de puncte (2—3) precum și evident în cazul punctelor celor mai importante ale rețelelor de ordinul *V* cînd se cere o precizie mai mare (orașe, lucrări, importante etc.). Pe această cale se depistează repede vizele sau punctele slabe în intersecțiile dificile, cînd nu se realizează înscrierea în toleranță.

5.251. **Principiul metodei.** Se pleacă de la coordonatele apropiate ale punctului de determinat obținute printr-o simplă intersecție numerică eventual chiar grafică. Din coordonatele punctelor de sprijin și cele ale punctului apropiat P_a se deduc orientările. Funcție de diferențele de orientări dintre orientările vizelor (calculate pe cale clasică) și cele deduse din coordonate, precum și funcție de lungimea lor, se calculează abaterile d ale vizelor în punctul apropiat. Se întocmește un grafic, la o scară mare, pe care se vor trasa direcțiile de intersectare ale vizelor la distanțele d de punctul apropiat. Pe graficul astfel întocmit se alege poziția punctului P ținîndu-se seama de gruparea liniilor, de lungimea vizelor și de conformația unghiurilor. Coordonatele punctului P se iau de pe grafic adăugîndu-se cu semnul lor relativele pe x și pe y față de punctul apropiat P_a.

Deși metoda contează ca o metodă semiriguroasă se întemeiază pe unele aproximări și anume:

— punctele de pe un cerc cu centrul în C, care se găsesc în apropierea punctului P de pe cerc, pot fi interpretate că se găsesc pe tangenta la cerc în P (fig. 5.43);

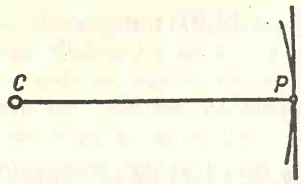


Fig. 5.43 — Asimilarea curbei cu tangenta în P

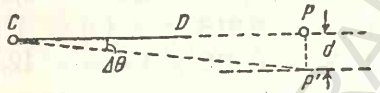


Fig. 5.44 — Deplasarea paralelă

— în apropierea punctului P, dreapta CP' care corespunde unei deplasări unghiulare mici $\Delta\theta$ de la direcţia de origine CP, poate fi substituită cu paralela la CP dusă la distanţa $d = s \cdot \Delta\theta$ unde, $s = D \cdot \sin 1^{cc}$ (fig. 5.44). Cantitatea s se numeşte sensibilitatea distanţei D, adică deplasarea laterală liniară corespunzătoare unui unghi de o secundă (în C) la distanţa D. Sensibilitatea se calculează cu formula practică $s = 0{,}157\ D$, unde D se ia în km, cu o zecimală (eventual chiar două), iar s se obţine în cm. Calculul se face cu rigla de calcul. Există şi tabele (sau se calculează în prealabil) care dau direct sensibilitatea s în funcţie de D. Abaterea d se calculează de asemenea cu rigla de calcul.

5.252. **Intersecţia înainte.** Pentru ilustrarea metodei să presupunem că punctului P de determinat prin intersecţie înainte i s-au obţinut coordonate apropiate x_a şi y_a (printr-o simplă intersecţie numerică eventual chiar grafică cu raportorul) (fig. 5.45)

De pe grafic se iau distanţele D_1 şi D_2 cu o precizie de 0,1 km şi se calculează sensibilităţile $s_1 = 0{,}157\ D_1$ şi $s_2 = 0{,}157\ D_2$. Funcţie de coordonatele apropiate şi coordonatele punctelor de sprijin *1* şi *2* se calculează orientările θ_{1Pa} şi θ_{2Pa} funcţie de care se obţin $\Delta\theta_1 = \theta_{1P} - \theta_{1Pa}$, şi $\Delta\theta_2 = \theta_{2P} - \theta_{2Pa}$. Funcţie de sensibilităţile s şi abaterile unghiulare $\Delta\theta$ se calculează abaterile liniare d.

$$d_1 = \Delta\theta_1 \cdot s_1 \text{ şi } d_2 = \Delta\theta_2 \cdot s_2 \qquad (5.104)$$

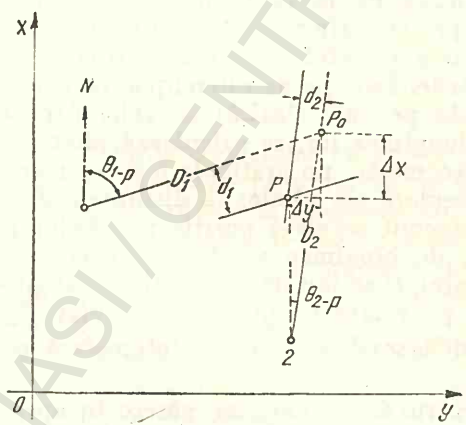


Fig. 5.45 — Intersectarea grafică a două vize

Abaterile se aplică apoi pe grafic perpendicular pe direcţiile *1 Pa* şi *2 Pa* la o scară mărită, de exemplu 1 : 10 ; 1 : 5 sau chiar 1 :2 cu semnul lor, astfel : dacă $\Delta\theta$ este pozitiv, abaterea se va aplica în dreapta privind din spre punct spre P_a. În cazul figurii 5.45, d_1 este pozitiv iar d_2 negativ La intersecţia paralelelor astfel duse se obţine punctul P. Coordonatele punctului P vor fi :

$$x_p = x_{pa} + (-\Delta x) \text{ şi}$$
$$y_p = y_{pa} + (-\Delta y) \qquad (5.105)$$

unde Δx şi Δy se iau de pe grafic cu semnul lor la scara mărită la care s-au aplicat abaterile d.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

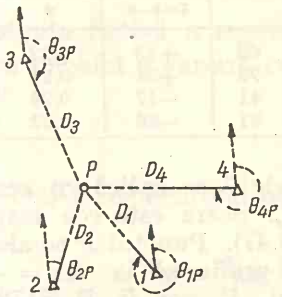


Fig. 5.46 — Intersectarea grafică a punctului *P*

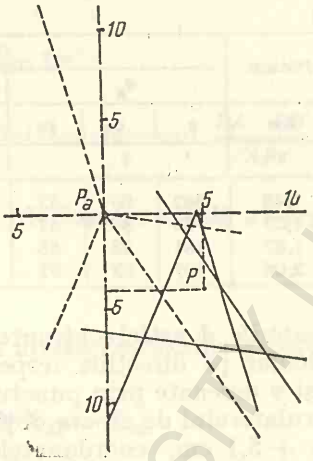


Fig. 5.47 — Aplicarea abaterilor la scară mărită și alegerea poziției punctului *P*

Metoda prezintă importanță în cazul intersecției mai multor direcții cînd în cadrul figurii în funcție de eroarea ce se obține se poate lua o poziție cît se poate de probabilă pentru punctul intersectat. În astfel de cazuri se observă cu ușurință gruparea vizelor, se poate acorda mai ușor importanța cuvenită vizelor mai scurte și unghiurilor de intersecție mai bune, se poate acorda o importanță mai mică vizelor care se abat (mai) mult, eventual se pot chiar elimina.

Aplicație. Se cere determinarea punctului *P* funcție de punctele de sprijin *1, 2, 3, 4* (fig. 5.46). Tabelul 5.21 cuprinde datele problemei și anume: coordonatele punctelor și orientărilor vizelor calculate în punctele *1, 2, 3* și *4*.

Intersectînd două direcții orientate se obțin coordonatele punctului apropiat rotunjite P_a (5172017,60; 4104957,40). Urmărind procedeul descris se obține:

$$D_1 = 1{,}43 \text{ km}; \; D_2 = 1{,}37 \text{ km}; \; D_3 = 1{,}87 \text{ km} \text{ și } D_4 = 2{,}06 \text{ km}$$

$$s_1 = 0{,}22 \text{ cm}; \; s_2 = 0{,}21 \text{ cm}; \; s_3 = 0{,}29 \text{ cm}; \; s_4 = 0{,}32 \text{ cm}.$$

Din coordonate se vor calcula orientările θ_a la P_a ce se introduc în tabelul 5.22 în care se calculează $\Delta\theta$, precum și d funcție de $\Delta\theta$ și s.

Tabelul 5.21. **DATELE INTERSECȚIEI**

Punctul	x	y	Orientări θ			
	m	m		g	c	cc
1	5170821,50	4105753,75	θ_{1P}	362	60	66
2	5170790,07	4104347,27	θ_{2P}	29	36	78
3	5173813,25	4104433,75	θ_{3P}	181	93	41
4	5171790,42	4107004,81	θ_{4P}	307	03	31

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.22 — CALCULELE PENTRU INTERSECȚIE

Punct	Distanța	Orientări θ_a			Orientări θ			$\Delta\theta$	s	$d = s \cdot \Delta\theta$
	km	g	c	cc	g	c	cc	cc	cm	cm
1	2	3			4			5=4−3	6	7=5·6
1	1,43	362	60	53	362	60	66	+13	0,22	+2,86
2	1,37	29	36	57	29	36	78	+21	0,21	+4,41
3	1,87	181	93	58	181	93	41	−17	0,29	−4,93
4	2,06	307	03	51	307	03	31	−20	0,32	−6,40

Abaterile d astfel obținute în coloanele 7 se aplică cu semnul lor, perpendicular pe direcțiile respective la P_a. Scara este cea marcată pe axele x și y desenate prin punctul P_a (fig. 5.47). Punctul P se alege în cadrul patrulaterului de eroare obținut. De pe grafic se ia $\Delta x = -4{,}0$ cm și $\Delta y = +5{,}1$ cm, coordonatele punctului P vor fi P (5172017,560; 4104957,451).

5.253. **Intersecția înapoi.** Să presupunem că din punctul de determinat P s-a vizat la punctele cunoscute A și B obținîndu-se unghiul γ (fig. 5.48). Se duce cercul ce trece prin cele trei puncte. Date fiind dimensiunile mari ale razei cercului, segmentul capabil din apropierea punctului P de pe cerc poate fi asimilat cu tangenta la cerc în P.

Dacă unghiul γ suferă o variație de o secundă, centrul C se deplasează în C' iar segmentul U se deplasează în U'. Dacă se prelungesc laturile PA și PB pînă ce întîlnesc cercul U' se obțin punctele a și b care împreună cu P formează un triunghi asemenea cu triunghiul ABP. Într-adevăr, în condițiile dimensiunilor mari din teren, coarda ab poate fi confundată cu tangenta T' paralelă cu T cînd unghiurile celor două triunghiuri sînt egale.

Problema este de a se calcula înălțimea Pm a triunghiului Pab, înălțime care reprezintă deplasarea locului geometric T paralel cu el însuși cînd unghiul γ suferă o variație unitară (1cc). Această cantitate ar corespunde cu sensibilitatea s în cazul variației unei direcții.

În triunghiul Pab se poate scrie:

$$Pm \cdot ab = Pb \cdot an$$

sau

$$Pm = s = \frac{Pb}{ab} \cdot an \quad (5.106)$$

Deoarece $\Delta Pab \sim \Delta PBA$

$$s = \frac{PA}{AB} \cdot an \quad (5.107)$$

Unghiul $\widehat{PBa}$ fiind de 1cc rezultă:

$$an = PB \cdot \sin 1^{cc},$$

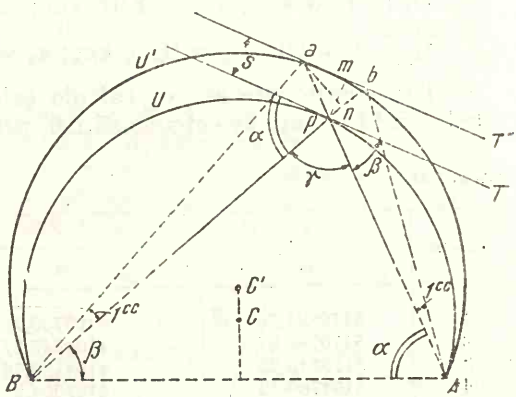


Fig. 5.48 — Segmentul capabil

de unde

$$s = \frac{PA \cdot PB}{AB} \cdot \sin 1^{cc} \qquad (5.108)$$

Aceasta este sensibilitatea segmentului iar factorul $\frac{PA \cdot PB}{AB}$ se numeşte distanţa fictivă a segmentului.

Dacă unghiul γ variază cu Δ secunde, deplasarea totală a segmentului va fi:

$$d = s \cdot \Delta \qquad (5.109)$$

Orientarea segmentului pe care se va aplica deplasarea d perpendicular, va fi:

$$\theta_T = \theta_{BP} + \alpha = \theta_{BP} + \theta_{AP} - \theta_{AB} \qquad (5.110)$$

Pentru un anumit caz practic se pleacă cu un punct apropiat P_a. Dacă diferenţa Δ = unghiul γ observat, minus γ calculat din diferenţa orientărilor $\theta_{PaB} - \theta_{PaA}$ este pozitivă, segmentul observat este mai aproape de baza AB decît punctul P_a şi invers. Cu elementele astfel calculate se întocmeşte un grafic întocmai ca la intersecţia înainte.

Aplicaţie. Din punctul P de determinat s-a vizat la punctele de coordonate cunoscute *1*, *2* şi *3* (fig. 5.49).

Datele problemei: *1* (5508489.50; 4082390,99); *2* (5509614,16; 4082745,23); *3*(5509727,96; 4083463,52);

$$\gamma = 80^g 27^c 78^{cc}; \quad \gamma' = 45^g 43^c 52^{cc}.$$

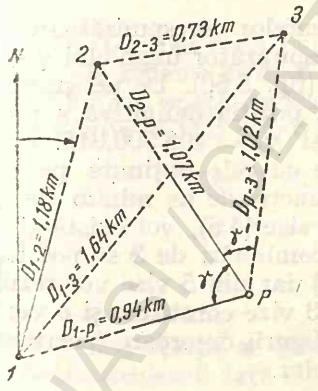


Fig. 5.49 — Dispozitivul unei intersecţii înapoi pe cale grafică

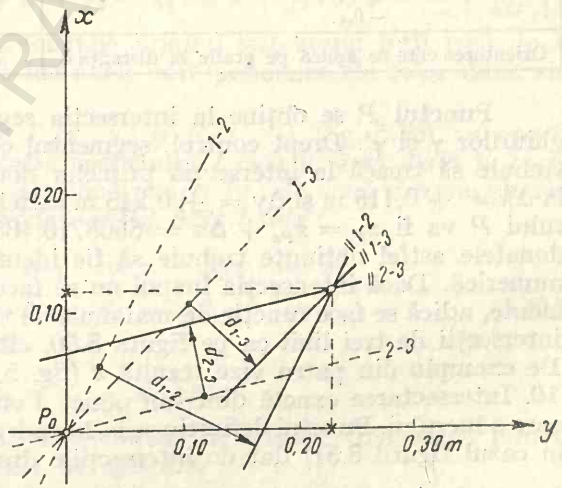


Fig. 5.50 — Intersecţia înapoi pe cale grafico-numerică

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

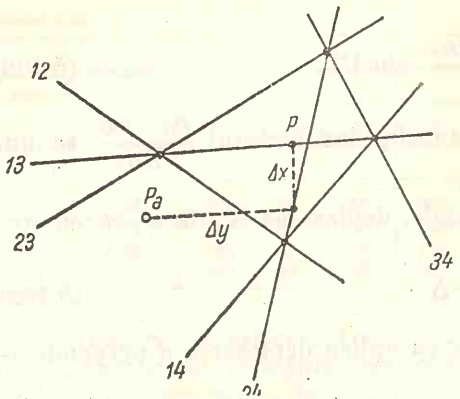


Fig. 5.51 — Intersecţia înapoi funcţie de patru vize

Funcţie de aceste elemente se obţine (grafic sau expeditiv) poziţia P_a (5508716,35 ; 408300,60). Distanţele D se iau de pe grafic. Orientările calculate din coordonate, exact, vor fi :

$$\theta_{1Pa} = 84^g4446 ; \quad \theta_{2Pa} = 164^g7331 ;$$

$$\theta_{3Pa} = 210^g1656 ; \quad \theta_{12} = 19^g4267 ;$$

$$\theta_{23} = 89^g9970 ; \quad \theta_{13} = 45^g4384$$

Unghiurile γ şi γ' din diferenţa orientărilor vor fi : $\gamma = 80^g2885$; $\gamma' = 45^g4325$; $\gamma + \gamma' = 125^g7210$.

Celelalte elemente se calculează tabelar (tabelul 5.23).

Tabelul 5.23 — **CALCULUL ELEMENTELOR PENTRU GRAFIC**

Operaţii descrise pentru baza 1 – 2	Baze		
	1 – 2	2 – 3	1 – 3
Dist. fictivă $\frac{D_1 \cdot D_2}{D_{12}}$	0,9 Km	1,6 Km	0,6 Km
Sensibilitatea s	0,14 cm	0,25 cm	0,09 cm
Δ = unghi observat — unghi calculat	−107cc	+27cc	−80cc
$d = s \cdot \Delta$	−14,98 cm	+6,75 cm	−7,30 cm
θ_{1P}	84g,4	164g,7	210g,2
θ_{2P}	164g,7	210g,2	84g,4
Suma orientărilor	249,1	374,9	294,6
$-\theta_{12}$	19,4	90,0	45,4
Orientarea care se aplică pe grafic la distanţa d	229g,7	284g,9	249g,2

Punctul P se obţine la intersecţia segmentelor corespunzătoare unghiurilor γ şi γ'. Drept control, segmentul corespunzător unghiului $\gamma + \gamma'$ trebuie să treacă la intersecţia primelor două (fig. 5.50). De pe grafic se ia $\Delta x = +0{,}115$ m şi $\Delta y = +0{,}215$ m astfel că poziţia definitivă a punctului P va fi $x_P = x_{Pa} + \Delta x = 5508716{,}465$ şi $y_P = 408\,300{,}815$. Coordonatele astfel obţinute trebuie să fie identice cu cele obţinute pe cale numerică. Dacă intensecţia înapoi nu se face funcţie de un minim de elemente, adică se face funcţie de mai mult de trei vize (4,5), vor exista atîtea intersecţii de trei linii ca pe figura 5.50, cîte combinări de 3 se pot face. De exemplu din patru vize rezultă *4* (fig. 5.51) iar din 5 vize vor rezulta *10*. Intersectarea exactă dintr-un punct a cîte 3 vize constituie şi o verificare a lucrului. Punctul definitiv se ia în cadrul figurii de eroare (patrulater în cazul figurii 5.51) dat de intersecţiile dreptelor.

Notă: Dacă corecţiile Δx şi Δy sînt mari, de exemplu de ordinul metrilor, este necesar să se repete operaţiile de calcul, însă cu P obţinut din acest calcul drept punct apropiat.

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

5.3. TRANSCALCULĂRI

5.30. OBIECTUL TRANSCALCULĂRILOR

Transcalculările servesc la transpunerea punctelor, pe cale de calcul, dintr-un sistem de referinţă, proiecţie, în altul. Este cazul încadrării în geodezie a unor ridicări independente precum şi al transcalculării reţelelor geodezice dintr-un sistem în altul.

Transcalcularea poate fi folosită convenabil şi ca metodă de calcul (intersecţia cu puncte duble, drumuri fără vize de orientare în punctele de sprijin etc.).

Se distinge *aspectul geodezic* cînd distanţele dintre puncte fiind mari trebuie luat în considerare efectul curburii pămîntului în cadrul sistemelor de proiecţie în cauză şi *aspectul topografic* cînd distanţele fiind mici efectul curburii pămîntului şi al variaţiilor de deformaţie în proiecţie poate fi neglijat.

Transcalculările presupun cunoscută poziţia reciprocă a celor două sisteme sau un număr minim de puncte în ambele sisteme.

5.31. TRANSCALCULĂRI TOPOGRAFICE

5.310. **Transcalculări liniare.** Cazul cel mai simplu este acela al translării şi rotaţiei sistemului de axe în acelaşi plan. Coordonatele unui punct $P(x_2y_2)$ în sistemul de axe rectangulare O_2 faţă de coordonatele punctului $P(x_1y_1)$ în sistemul O_1 (fig. 5.52 *a*) sînt:

$$x_2 = x_0 + a + c = x_0 + x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha$$
$$y_2 = y_0 - b + d = y_0 - x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha \qquad (5.111)$$

unde x_0 şi y_0 reprezintă coordonatele originii sistemului întîi faţă de al doilea iar α unghiul pe care-l fac axele corespondente ale celor două sisteme.

Dacă se iau două puncte $P_a(x_a, y_a)$ şi $P_b(x_b, y_b)$ (fig. 5.53) cunoscute în ambele sisteme şi dacă rotaţia sistemului I este inversă decît în cazul figurii 5.52 *a*, relaţia ce leagă cele două puncte în cele două sisteme plecînd de la relaţia (5.111) avînd în vedere şi fig. 5.52 *b* este:

$$x_{bII} = x_{aII} + \Delta x_1 \cdot \cos \alpha - \Delta y_1 \cdot \sin \alpha$$
$$y_{bII} = y_{a\cdot II} + \Delta x_1 \cdot \sin \alpha + \Delta y_1 \cdot \cos \alpha \qquad (5.112)$$

unde:

$$\Delta x_1 = x_{bI} - x_{aI} \text{ etc.}$$

Aceste relaţii se folosesc în probleme de trasare cînd unele puncte se transcalculează faţă de axele de aplicare.

Pentru transcalcularea propriu-zisă a punctelor dintr-un sistem de proiecţie în altul, inclusiv încadrarea în geodezie a unor ridicări independen-

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

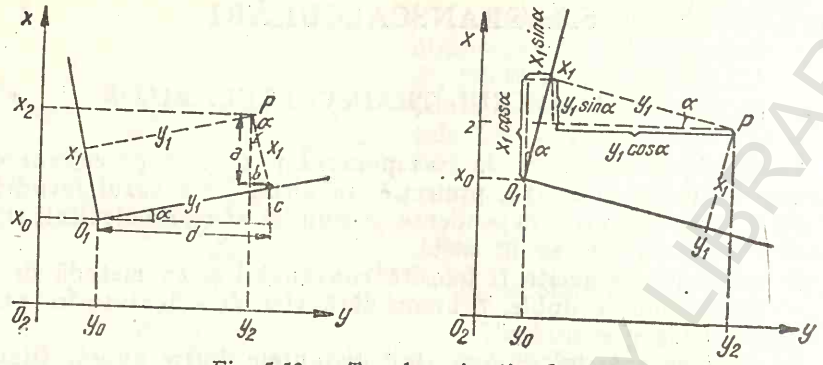


Fig. 5.52 — Translare şi rotire de axe

te, este necesar să mai fie introdus un factor de proporţionalitate mediu şi deci constant K pentru teritoriul respectiv, care să reprezinte raportul dintre distanţele D_{II} din cel de al doilea sistem faţă de corespondentele lor D_I din primul, distanţe afectate de proiecţiile respective; $K = \frac{D_{II}}{D_I}$. Astfel formula generală de transcalculare cu factorul K şi pentru orice rotire de axe devine:

$$\begin{aligned} x_{b\cdot II} &= x_{a\cdot II} + \Delta x_I \cdot K \cdot \cos\alpha \pm \Delta y_I \cdot K \cdot \sin\alpha \\ y_{b\cdot II} &= y_{a\cdot II} \pm \Delta x_I \cdot K \cdot \sin\alpha + \Delta y_I \cdot K \cdot \cos\alpha \end{aligned} \tag{5.113}$$

În relaţia (5.113) factorii $K \cos\alpha$ şi $K \sin\alpha$ sînt practic constanţi pentru toate punctele *1, 2* etc. situate aproximativ între P_a şi P_b, dacă bineînţeles distanţa dintre P_a şi P_b nu este mai mare decît cîţiva km.

Aceşti factori se pot calcula foarte simplu calculînd din coordonate distanţa D dintre punctele P_a şi P_b în cele două sisteme I şi II. Din raportul lor rezultă valoarea K iar din diferenţa orientărilor rezultă unghiul $\alpha = \theta_{II} - \theta_I$.

În practică, calculul factorilor $K \cos\alpha$ şi $K \sin\alpha$ se face pe cale analitică. Dacă se fac înlocuirile

$$\begin{aligned} K \sin\alpha &= K \sin(\theta_{II} - \theta_I) = K\ (\sin\theta_{II} \cos\theta_I - \cos\theta_{II} \sin\theta_I). \\ K \cos\alpha &= K \cos(\theta_{II} - \theta_I) = K\ (\sin\theta_{II} \sin\theta_I + \cos\theta_{II} \cos\theta_I) \end{aligned} \tag{5.114}$$

şi

$$\sin\theta_I = \frac{\Delta y_I}{D_I};\quad \sin\theta_{II} = \frac{\Delta y_{II}}{D_{II}};\quad K = \frac{D_I}{D_{II}}$$

$$\cos\theta_I = \frac{\Delta x_I}{D_I};\ \cos\theta_{II} = \frac{\Delta x_{II}}{D_{II}} \tag{5.115}$$

rezultă

$$K \sin\alpha = \frac{\Delta y_{II} \cdot \Delta x_I - \Delta x_{II} \cdot \Delta y_I}{\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2}$$

$$K \cos\alpha = \frac{\Delta y_{II} \cdot \Delta y_I + \Delta x_{II} \cdot \Delta x_I}{\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2} \tag{5.116}$$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Transcalcularea punctelor *1*, *2* etc. începe cu transcalcularea punctului *1*, din P_a, cu relaţiile generale (5.113) care devin:

$$x_{1\cdot II} = x_{a\cdot II} + (x_1 - x_a)\, I \cdot K\cos\alpha \pm (y_1 - y_a)\, I \cdot K\sin\alpha$$
$$y_{1\cdot II} = y_{a\cdot II} \mp (x_1 - x_a)\, II \cdot K\sin\alpha + (y_1 - y_a)\, I \cdot K\cos\alpha \qquad (5.117)$$

Apoi se calculează punctul *2* funcţie de 1 etc. Pentru verificarea calculului se face închiderea pe punctul P_b cunoscut în ambele sisteme.

Aplicaţie. Se cere transcalcularea punctelor *1, 2, 3* (fig. 5.53) din proiecţia Gauss, în proiecţie stereografică 1970. Punctele sînt încadrate de P_a şi P_b date în ambele sisteme. Pentru simplificare se suprimă primele cifre ale coordonatelor şi se calculează factorii $K\cos\alpha$ şi $K\sin\alpha$ sub formă tabelară (tabelul 5.24). Pentru verificarea factorilor şi stabilirea semnelor din relaţia (5.113) se transcalculează P_b funcţie de P_a. Se constată că se aplică semnele din rîndul al doilea.

Tabelul 5.24 **TRANSCALCULĂRI**

Datele probl.	I Gauss		II Stereografic — 1970 —	
	x	y	x	y
P_a	14316,56	16237,10	60 000,06	90942,92
	12774,32	15393,64		
	11974,41	15477,47		
	11734,38	15458,37		
P_b	11567,13	15357,39	57 267,20	90008,38
Δ_{b-a}	−2749 ,43	− 879,71	− 2732,86	− 934,54
Se aplică relaţiile (5.116) şi se obţin factorii:				
$\Delta y_{II}\Delta x_I - \Delta x_{II}\Delta y_I$	$\Delta y_{II}\Delta y_I + \Delta x_{II}\Delta x_I$	$\Delta x_I^2 + \Delta y_I^2$	$K\sin\alpha$	$K\cos\alpha$
1	2	3	4=1 :3	5=2 : 3
165328,0416	8335931,4532	8333255,0090	0,019840	1,000321
Transcalcularea cu relaţiile (5.111)				
P_a	14316,56	16237,10	60 000,06	90942,92
	12774,32	15393,64	58 474,06	90068,59
	11974,41	15477,47	57 672,23	90136,58
	11734,38	15458,37	57 435,50	90112,77
P_b	11567,13	15357,39	57 267,20	90008,38

Transcalcularea se face mai întîi pe coloana x pentru toate punctele apoi pe coloana y din aproape în aproape, prin drumuire.

Notă: Cu aceste relaţii se transcalculează punctele de drumuire, de ordinul V şi chiar de ordinul IV.

Dacă punctele de transcalculat sînt încadrate de mai multe puncte cunoscute în ambele sisteme, se vor calcula factorii $K\cos\alpha$ şi $K\sin\alpha$ din mai multe puncte. Dacă diferă puţin, cu unităţi la a şasea zecimală

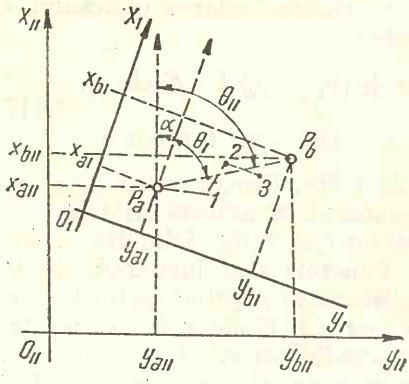


Fig. 5.53 — Schema transcalculării

este semn că variaţiile deformaţiilor sînt mici, că transcalcularea se poate face în bune condiţii. Dacă diferenţele sînt mai mari, este semn că variaţia deformaţiilor este mare şi transcalcularea nu se mai poate face liniar (cu aceste relaţii).

Încadrarea în geodezie a unor lucrări independente cere ca cel puţin 3 puncte să fie comune (preferabil mai multe).

5.311. **Calcule topografice prin transcalculări.** Unele calcule topografice se fac convenabil prin transcalculări.

a. Intersecţia cu puncte duble Hansen. Punctelor M şi N fig. 2.129 sau 2.130) li se atribuie coordonate arbitrare, de exemplu: M_I (10 000,00; 10 000,00) şi N_I (10 000,00; 11 000,00) cînd dreapta $M\,N$ are orientarea arbitrară $\theta_{MN}=100^g\,00\,00$. Funcţie de această orientare şi unghiurile α, β, γ, δ măsurate în punctele M şi N se calculează orientările θ^I_{MA}, θ^I_{BM}, θ^I_{AN} şi θ^I_{NB}.

Prin intersecţii înainte (direcţiile θ^I_{MA} cu θ^I_{NA} şi θ^I_{MB} cu θ^I_{NB}) se obţin coordonatele A_I şi B_I ale punctelor A şi B în sistemul arbitrar ales.

Din acest moment problema a devenit o problemă clasică de transcalculare liniară. În sistemul I se dispune de coordonatele arbitrare ale celor patru puncte A_I, B_I, M_I, N_I, iar în al doilea, sistemul geodezic, cu coordonatele punctelor A şi B. Cu relaţiile (5.116) se calculează factorii de transcalculare din punctele A_I, A şi B_I, B iar cu relaţiile (5.113) se transcalculează punctele M_I şi N_I. Punctele M şi N astfel obţinute au coordonate în sistemul punctelor A şi B.

b. Calculul drumuirilor fără vize de orientare în punctele de sprijin discutate la § 2.471. După ce s-au calculat coordonatele $1'\ 2'\ldots B'$ se dispune: în sistemul I, de coordonatele punctelor A, $1'$, $2'\ldots B'$ iar în sistemul II, de coordonatele punctelor de sprijin A şi B. Funcţie de A, B' şi A, B se calculează factorii de transcalculare cu ajutorul cărora se pot apoi transcalcula toate punctele $1'$, $2'$,...

5.32. TRANSCALCULĂRI GEODEZICE

5.320. **Transcalculări dintr-un sistem de proiecţie în altul.** Ne referim la cazul cînd cel puţin punctele reţelei geodezice de ordinul I sînt cunoscute în ambele sisteme. Problema transcalculării punctelor dintr-un sistem de proiecţie în altul, la nivelul cunoştinţelor date pînă aici, se poate rezolva trecîndu-se direcţiile din primul plan pe sfera echivalentă, în locul respectiv şi apoi de pe sferă în cel de-al doilea plan. Practic aceasta revine la a calcula corecţia de reducere la coardă în primul sistem (cu relaţia specifică sistemului) şi a o aplica cu semn schimbat pentru a se duce viza pe sferă.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Apoi, de pe sferă, direcţiile vor fi reduse la coardă în mod obişnuit în cel de al doilea sistem. La intersecţia direcţiilor astfel reduse (cu relaţiile clasice de intersecţie înainte) se obţin punctele în sistemul al doilea.

Acest calcul, satisfăcător ca precizie pentru reţelele de ordinele III şi IV şi chiar II, nu este economic însă, reprezintă o posibilitate de transcalculare pentru orice sisteme de proiecţie.

Cînd operaţiile de transcalculare sînt curente între un sistem M şi altul N, coeficienţii relaţiilor de transcalculare sînt deobicei tabelaţi pentru a se calcula cu spor.

5.321. **Transcalcularea punctelor geodezice, dintr-un fus în altul** în proiecţie Gauss. O problemă încă curentă în practica topografo-geodezică de la noi este transcalcularea coordonatelor Gauss dintr-un fus în altul şi anume din fus de 6° în fus de 6° pentru ca la limita dintre fuse calculele de îndesire să fie posibile (într-un singur sistem), sau din fus de 6° în fus de 3° pentru reprezentările la scări mari. Evident vor fi apoi necesare transcalculări inverse pentru ca punctele de sprijin şi ridicările să se dea în sistemul convenţional al foilor (trapezelor) Gauss.

Problema fiind oarecum veche au existat preocupări care au dus la stabilirea de relaţii corespunzătoare de calcul. Pentru uşurinţa calculului s-a recurs la gruparea de termeni după coeficienţi variabili şi tabelaţi. În ţările socialiste tabelele de transcalculare, folosite, şi la noi, sînt tabelele editate în U.R.S.S. (V i r o v e ţ - R a b i n o v i c i 1952) şi cele editate de Academia Ungară în colaborare cu Academia Bulgară (1959).

La noi, în această problemă, au obţinut rezultate C. S t r u ţ u în colaborare cu V. F ă l i e (lucrările fiind publicate în Bul. Topografic din 1957 şi 1958) precum şi G. T r ă i s t a r u 1967.

În cele ce urmează se dă transformarea coordonatelor plane Gauss dintr-un fus în altul cu coeficienţi constanţi, fără să mai fie necesare tabele, după S t r u ţ u - F ă l i e citat şi la § 5.125. Cele două sisteme de coordonate Gauss sînt considerate ca în fig. 5.54.

Punctul P_0 (B_0, L_0) este un punct al paralelei medii de latitudine B_0 şi de pe meridianul axial al primului sistem de longitudine L_0. Punctul P_0' (B_0, L_0') este situat pe meridianul axial al celui de al doilea sistem, de longitudine L_0' şi de aceeaşi latitudine. Coordonatele plane Gauss ale punctului P_0 în primul sistem sînt x_0 şi $y_0 = 0$ iar ale punctului P_0' în cel de al doilea sistem sînt $x_0' = x_0$ şi $y_0 = 0$.

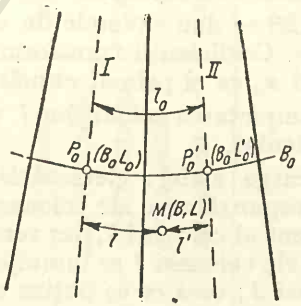


Fig. 5.54 — Două sisteme de coordonate Gauss

BCU IASI / CENTRUL DE DOCUMENTARE

Dacă se ia un punct oarecare $M(B, L)$ şi se notează $\Delta B = B - B_0$; $l = L - L_0$; $l' = L - L'_0$; $l_0 = L'_0 - L_0$ rezultă $l' = l - l_0$.

Coordonatele plane Gauss x_2, y_2 ale punctului M în cel de al doilea sistem se pot exprima avînd în vedere relaţiile (5.40) astfel:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ \Delta B \\ \Delta B^2 \\ \Delta B^3 \\ \Delta B^4 \\ \Delta B^5 \\ \Delta B^6 \\ \Delta B^7 \\ \vdots \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} a_{00} & 0 & a_{02} & 0 & a_{04} & 0 & a_{06} & \dots \\ a_{10} & 0 & a_{12} & 0 & a_{14} & 0 & a_{16} & \dots \\ a_{20} & 0 & a_{22} & 0 & a_{24} & 0 & \dots & \\ a_{30} & 0 & a_{32} & 0 & a_{34} & \dots & & \\ a_{40} & 0 & a_{42} & 0 & \dots & & & \\ a_{50} & 0 & a_{52} & \dots & & & & \\ a_{60} & 0 & \dots & & & & & \\ a_{70} & \dots & & & & & & \\ \vdots & & & & & & & \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ l' \\ l'^2 \\ l'^3 \\ l'^4 \\ l'^5 \\ l'^6 \\ l'^7 \end{Bmatrix} = \Delta B \cdot a \cdot l' \tag{5.118}$$

$$y_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ \Delta B \\ \Delta B^2 \\ \Delta B^3 \\ \Delta B^4 \\ \Delta B^5 \\ \Delta B^6 \\ \Delta B^7 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} 0 & b_{01} & 0 & b_{03} & 0 & b_{05} & 0 & b_{07} \dots \\ 0 & b_{11} & 0 & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 & \dots \\ 0 & b_{21} & 0 & b_{23} & 0 & b_{25} & \dots & \\ 0 & b_{31} & 0 & b_{33} & 0 & \dots & & \\ 0 & b_{41} & 0 & b_{43} & \dots & & & \\ 0 & b_{51} & 0 & \dots & & & & \\ 0 & b_{61} & \dots & & & & & \\ 0 & & & & & & & \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ l' \\ l'^2 \\ l'^3 \\ l'^4 \\ l'^5 \\ l'^6 \\ l'^7 \end{Bmatrix} = \Delta B \cdot b \cdot l'$$

Elementele nucleelor a şi b fiind cunoscute (vezi § 5.126) ca şi ΔB şi l', funcţie de x_1 şi y_1 înseamnă că pot fi exprimate coordonatele x_2, y_2 funcţie de x_1, y_1 adică tocmai ceea ce se urmăreşte.

În final se obţin coeficienţii constanţi ai transformării, valabili pentru întreaga zonă de latitudine a ţării noastre. Coeficienţii transformării au fost calculaţi o dată pentru distanţa de 3° longitudine între meridianele axiale şi apoi pentru distanţa de 6°. În primul caz sînt valabili pentru transformarea coordonatelor plane Gauss din fuse de 3° în fuse de 3°, din fuse de 6° în fuse de 3° precum şi din fuse de 3° în fuse de 6°. În al doilea caz se utilizează la transformarea coordonatelor din fuse de 6° în fuse de 6°.

În tabelele 5.25 şi 5.26 se dau exemple de calcul sub formă tabelară după S t r u ţ u şi F ă l i e. Coeficienţii transformării sînt trecuţi în coloanele *2—6*. Constant este şi x_0 ca şi primul număr din coloana *R*.

Calculul începe cu completarea coloanelor *1* şi *7* funcţie de coordonatele punctului de transcalculat.

Calculul tabelar decurge astfel: elementele coloanei *1* se înmulţesc cumulat cu elementele corespunzătoare ale coloanei *2*; ceea ce se obţine se înmulţeşte cu primul element al coloanei *7*, iar rezultatul se trece în coloana *R*. În continuare, elementele coloanei *1* se înmulţesc cumulat cu elementele corespunzătoare ale coloanei *3*; ceea ce se obţine se înmulţeşte cu al doilea element al coloanei *7*, iar rezultatul se trece de asemenea în coloana *R* etc.

BCU CLUJ "LUCIAN BLAGA" UNIVERSITY LIBRARY

$x_1 = 5450\ 000{,}000$
$x_0 = 5096\ 175{,}747$
$\Delta X = 10^{-5}(x_1 - x_0)$

$y_1 = 240000{,}000$
$y = 10^{-5} \cdot y_1$

$$x_2 = x_1 + \Delta x'$$

	1	2	3	4	5	6	7	R
								0,0000
	1,000000	*4378,411941*	*∓3769,740505*	*+2,158835*	*∓0,157196*	*+0,000179*	1,000000	+4334,9498
	Δx 3,53824253	*−4,665993*	*∓56,997713*	−0,003119	*∓0,002248*		y 2,40000000	−9516,9811
$\Delta x' =$	Δx^2 12,51916020	*−2,158835*	*± 0,471588*	*−0,001073*			y^2 5,76000000	= +12,2939
	Δx^3 44,295825	*+0,001040*	*± 0,002248*				y^3 13,82400	−2,2830
	Δx^4 156,729	+0,000179					y^4 33,178	+0,0059

$x_2 = 5444827{,}986$ $\Delta x' = -5172{,}0145$

$$y_2 = y_1 + \Delta y'$$ $\mp 232390{,}1901$

	1,000000	0,00	−4,665993	±28,498857	−0,001040	*∓0,000562*	1,00 0000	+13687,9907
	Δx 3,5824253	*±3769,740505*	−4,317669	*±0,471588*	*−0,000715*		y 2,40000000	−47,6934
	Δx^2 12,51916020	±28,498 857	+0,003119	±0,003337			y^2 5,76000000	= −154,7830
$\Delta y' =$	Δx^3 44,295825	*∓0,157 106*	*+0,000715*				y^3 13,82400	−0,0493
	Δx^4 156,729	*∓0,000 562*					y^4 33,178	−0,0186

$y_2 = 21095{,}256$ $\Delta y' = -218904{,}7437$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Tabelul 5.26

TRANSFORMAREA COORDONATELOR GAUSS DIN FUS DE 6° ÎN FUS DE 6°

$x_1 = 5450\ 000{,}000$
$x_0 = 5096\ 175{,}747$
$\Delta x = 10^{-5}(x_1 - x_0)$

$y_1 = 240\ 000{,}000$
$y = 10^{-6} \cdot y_1$

$$x_2 = x_1 + \Delta x'$$

1	2	3	4	5	6	7	R
1,00...	0,00...	∓7559,197301	+8,644234	∓0,319908	+0,000715	1,00...	+17536,5577
							−178,0649
Δx 3,53824253	−19,833511	±113,306318	−0,014724	∓0,004165		y 2,40000000	−17150,6167
Δx^2 12,51916020	−8,644234	±0,959724	−0,004292	∓0,00030		$y^2$5,76000000	= +49,1812
Δx^3 44,295825	+0,004908	±0,004165				$y^3$13,82400	−4,6312
Δx^4 156,729	+ 0,000715	±0,000015				$y^4$33,1780	+0,0237

$\Delta x'=$

$x_2 = 5450252{,}4498$ $\qquad \Delta x' = +252{,}4498$

$$y_2 = y_1 + \Delta y'$$

							∓464754,7904
1,00...	0,00...	−19,833511	∓56,653159	−0,004908	∓0,001041	1,00	+27441,1896
Δx 3,53824253	±7559,197301	−17,288469	±0,959724	−0,002862	∓0,000015	y 2,40000000	−193,6637
Δx^2 12,51916020	±56,653159	+0,014724	±0,006248			$y^2$5,7600000	−306,3199
Δx^3 44,295825	∓0,319908	+0,002862	∓0,000030			$y^3$13,8240	−0,2078
Δx^4 156,729	∓0,001041					$y^4$33,1780	−0,0373

$\Delta y'=$

$y_2 = -197813{,}8295$ $\qquad \Delta y' = -437813{,}8295$

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Însumarea rezultatelor din coloana R dau $\Delta x'$ care adunat la x_1 dă x_2. La fel se obține y_2.

Semnul coeficienților (în cazul cînd sînt cu semne duble) se ia cel de deasupra dacă transcalcularea se face de la stînga la dreapta și invers.

5.33. TRANSCALCULAREA REȚELEI GEODEZICE ÎN PLAN LOCAL

Distanțele deduse din coordonatele punctelor diferă de cele reduse la orizont din cauza reducerii lor la nivelul mării, respectiv la elipsoid și din cauza proiecției lor în planul coordonatelor geodezice. Dacă încadrarea măsurătorilor în rețeaua geodezică, adică de-a dreptul în planul de proiecție, se face prin operațiile curente de calcul a intersecțiilor și prin calculele de compensare a drumuirilor apoi aducerea distanțelor din planul de proiecție în planul orizontal al locului, cînd se cere, se face prin transcalculări care trebuie să ia în considerare deformațiile.

De aceea, atunci cînd ridicările trebuie făcute în planul orizontal al locului, pentru a se putea trece rapid și comod de la teren la reprezentare și invers numai prin raportul rotund de scară, se face în prealabil aducerea rețelei pe sprijin în plan local. Este în general, cazul ridicărilor de cea mai mare precizie la scări mari ca: ridicarea orașelor, ridicările în vederea construcțiilor hidrotehnice și a tunelurilor, planurile de trasare etc.

Asemenea calcule nu necesită cunoștințe noi ci repetarea calculelor de reducere amintite și aplicarea corecțiilor cu semn invers.

Întrucît în practică asemenea suprafețe sînt deobicei mici (nu depășesc cîțiva km în ambele sensuri), se pot aplica relațiile (5.113) fără rotire de axe ($\alpha = 0$) și fără translarea originii, cînd relațiile devin (5.119).

$$x_{II} = x_I \cdot K \qquad (5.119)$$
$$y_{II} = y_I \cdot K$$

unde

$K = -K_1 - K_2$. Prin K_1 s-a notat corecția kilometrică de reducere a distanțelor la nivelul mării pentru altitudinea medie a regiunii de ridicat iar prin K_2 s-a notat deformația de proiecție, de asemenea kilometrică, în planul de proiecție pentru punctul central al suprafeței în cauză.

Aplicație. În Gauss, un oraș găsindu-se la altitudinea medie de 600 m și la o depărtare medie de 100 km de meridianul axial rezultă: K_1 calculat cu relația (2.17) unde: $L = 1$ km adică $K_1 = -0{,}094$ m/km și K_2 calculat cu relația (5.31) adică $K_2 = 0{,}126$ m/km de unde $K = -(-0{,}094) - 0{,}126 = -0{,}032$ m/km, adică $K = 0{,}999968$. Cu acest coeficient se vor multiplica toate coordonatele atît x cît și y.

Dacă $H = 800$ m iar $y = 50$ km rezultă $K_1 = -0{,}125$ m/km și $K_2 = 0{,}032$ m/km de unde $K = -(-0{,}125) - 0{,}032 = +0{,}097$ m/km adică $K = 1{,}000097$.

În stereografică 1970 dacă $H = 600$ m și depărtarea de la centrul de proiecție $d = 50$ km, rezultă $K_1 = -0{,}094$ m/km iar K_2 calculat cu relația 5.42 rezultă $K_2 = 0{,}015 - 0{,}250$ m/km de unde $K = -(-0{,}094) - (-0{,}235) = +0{,}339$, adică $K = 1{,}000339$, adică $K = 0{,}999985$.

Dacă $H = 800$ m iar $d = 250$ km rezultă $K_1 = -0{,}0125$ m/km iar $K_2 = +0{,}390 - 0{,}250 = +0{,}140$ de unde $K = -(-0{,}125) - 0{,}140 = -0{,}015$ m/km.

6. ELEMENTE DE FOTOGRAMMETRIE

6.0. CUNOŞTINŢE GENERALE

6.00. GENERALITĂŢI

Primele ridicări fotogrammetrice se datorează nevoii de a se da pîrghii noi ştiinţei şi tehnicii măsurării şi reprezentării în plan a scoarţei terestre. Ele datează de la mijlocul secolului trecut fiind condiţionate de apariţia şi dezvoltarea fotografiei.

Azi ridicările la scări mici şi medii pe suprafeţe mari, precum şi unele categorii de ridicări la scări mari, se efectuează aproape exclusiv pe cale fotogrammetrică. La noi, planurile la scările 1 : 5 000 — 1 : 50 000 precum şi unele planuri la 1 : 2 000 (centre populate) se obţin prin metode fotogrammetrice. Ocazional se efectuează ridicări fotogrammetrice şi la scări mai mari: 1 : 1 000; 1 : 500 etc.

Caracteristicile principale ale ridicărilor fotogrammetrice sînt:

— fidelitate de ridicare maximă, timp de execuţie scurtat, cost redus, forme diferite de realizare şi prezentare (redare grafică convenţională sau (şi) fotografică); necesită operaţii complexe care implică aparataj scump şi calificare ridicată, în mod normal nu realizează o legătură matematică suficient de densă între teren şi reprezentare prin puncte precise, redarea la scări mari a terenurilor acoperite se face cu dificultate etc.

Faţă de ridicarea topografică obişnuită care poate fi efectuată în întregime de către un operator (topograf), ridicarea fotogrammetrică este mai complexă: implică operaţii multiple, utilaj diferenţiat şi operatori cu specializări diferite.

Privitor la poziţia fotogrammetriei în cadrul ştiinţei măsurătorilor terestre a se vedea şi § 1.03.

În afara fotogrammetriei topografice la care ne referim, numită şi fototopografie sau fotogrammetrie propriu-zisă, există şi numeroase aplicaţii netopografice ale fotogrammetriei. Dintre acestea s-ar enumera aplicaţiile în: tehnică, arhitectură, geologie, geofizică, astronomie, meteorologie, antropologie, agricultură, criminalistică, medicină, balistică, geniu militar etc. O aplicaţie de seamă este fotogrammetria forestieră.

BCU STUDENT UNIVERSITY LIBRARY

a) Fotografia unui obiect este o piesă de mare valoare deoarece este o înregistrare obiectivă a imaginii obiectului respectiv. Dar pentru ca fotografia să poată fi piesă de plecare în măsurători şi reprezentări exacte este necesar ca ea să îndeplinească anumite condiţii speciale metrice. O astfel de fotografie este fotograma ce, sub raport matematic, este o proiecţie centrală.

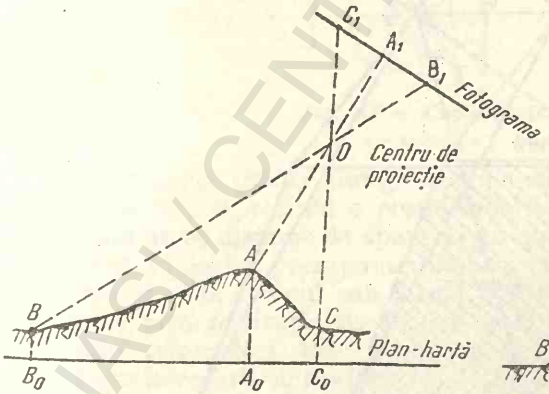
Deci primul principiu şi prima condiţie în măsurătorile fotogrammetrice propriu-zise este aceea ca fotografiile să fie proiecţii centrale de caracteristici perfect cunoscute, adică să fie fotograme.

b) Făcînd referire la ridicări, se înţelege că fotogrammetria trebuie să se supună legilor de bază ale topografiei de unde rezultă că plecînd de la proiecţii centrale (fotograme) trebuie să se ajungă la proiecţii paralele (planuri, hărţi). Într-adevăr, fotograma şi harta sînt proiecţii plane ale suprafeţelor de teren (fig. 6.1) însă pe cîtă vreme fotograma este o proiecţie centrală harta este o proiecţie paralelă ortogonală.

Dacă imaginile fotografice B_1 şi C_1 ale punctelor din teren B şi C sînt simetrice cu imaginea A_1 a punctului axial A, se observă că depărtările pe hartă ale proiecţiilor B_0 şi C_0 de A_0 depind nu numai de înclinarea axului de fotografiere ci şi de relieful terenului. Problema raportului dintre dimensiunile de pe fotogramă şi corespondentele lor de pe hartă este deci o problemă complexă.

Problema de bază a fotogrammetriei este aşadar aceea de a stabili legile şi tehnica după care se poate transforma o proiecţie centrală, sau mai multe, într-una sau mai multe proiecţii paralele.

c) Dacă se consideră o singură fotogramă aeriană în cazul particular al unui teren orizontal (fig. 6.2), dată fiind reversibilitatea fenomenelor în optica geometrică, harta terenului poate fi obţinută printr-o simplă proiectare a fotogramei pe o planşetă cu condiţia ca fotograma să aibă aceeaşi poziţie (înclinare) faţă de planşetă, pe care a avut-o în momentul de priză faţă de teren, adică fotograma să fie redresată (întreaga proiecţie să fie adusă la o anumită scară). După asemenea fotograme, harta (planul) se poate obţine



Fi 6.1 — Proiectarea terenurilor pe fotogramă şi pe plan

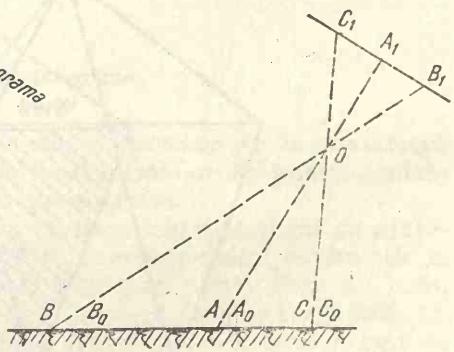


Fig. 6.2 — Fotograma unui teren orizontal

BCU IAŞI / CENTRU VECHI / BIBLIOTECA

şi prin construcţii grafice. În acest caz particular se obţine de-a dreptul proiecţia ortogonală necesară după proiecţia centrală. Metoda se numeşte a *simplei intersecţii*, deoarece razele proiectate se intersectează fiecare în parte simplu — cu planşeta. Problema e simplă chiar atunci cînd terenul este înclinat însă de pantă continuă, cînd proiecţia ortogonală se obţine uşor printr-o transformare afină (dilatare). Totodată se înţelege că practica admite şi mici denivelări. Relieful nu poate fi redat pentru că nu există elemente de diferenţiere perpendiculare pe planul fotogramei.

Privitor la transformarea unei proiecţii centrale într-o proiecţie paralelă se poate conchide deci că metoda este limitată la terenurile plane şi uşor denivelate, că pe măsură ce creşte accidentaţia terenului scade precizia şi că pe această cale nu se poate obţine relieful. Aceasta este fotogrammetria planigrafică şi corespunde simplei intersecţii în plan.

d) Dacă se iau în considerare două fotograme luate din puncte diferite, în aşa fel încît să aibă acoperire, adică o importantă porţiune de teren să fie prinsă în ambele fotograme (fig. 6.3 şi 6.4), există posibilitatea de a utiliza simultan ambele imagini. Cele două imagini ale porţiunii comune pot fi considerate drept două proiecţii ale aceluiaşi subiect şi potrivit principiilor geometriei proiective pe baza lor se poate obţine o a teia proiecţie sau mai multe. În cazul reprezentării teritoriilor, proiecţiile ce interesează a se obţine şi care pot fi obţinute pe baza celor două proiecţii centrale, sînt cele specifice topografiei generale, adică o proiecţie paralelă ortogonală pentru obţinerea planimetriei şi o proiecţie paralelă orizontală (perpendiculară pe prima) pentru obţinerea altimetriei. Asta revine la a spune că pot fi determinate poziţiile în X, Y, Z ale tuturor punctelor ce dau imagini pe cîte două fotograme.

Poziţiile spaţiale ale punctelor pot fi obţinute prin construcţii grafice, pe cale analogică şi pe cale analitică.

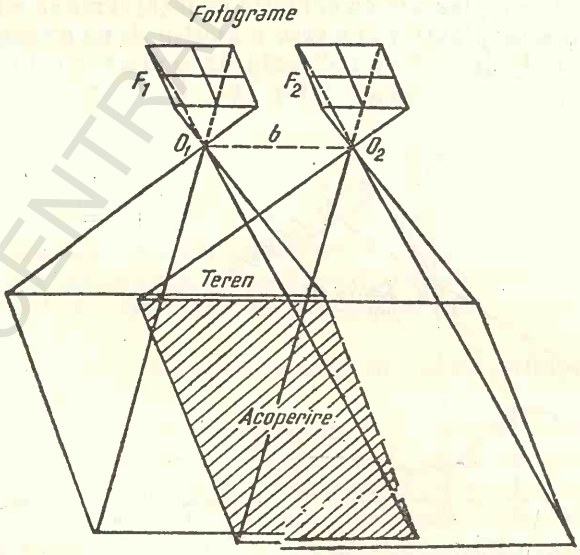


Fig. 6.3 — „Acoperirea" a două fotograme

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

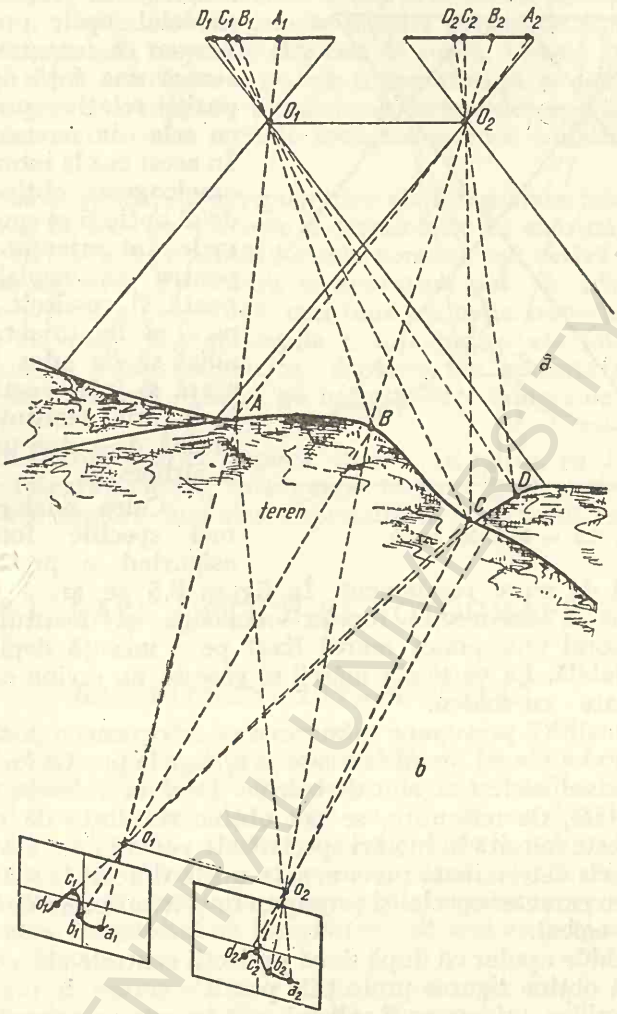


Fig. 6.4 — Cuplu de fotograme
a — aeriene; *b* — terestre

Construcţiile grafice sînt greoaie, nu asigură precizie şi nici randament satisfăcător însă reprezintă o posibilitate de determinare de puncte izolate atunci cînd nu se dispune de aparataj fotogrammetric.

Calea analogică presupune utilaj fotogrammetric specializat cu ajutorul căruia se redă terenul sub formă grafică convenţională (planimetric şi altimetric) prin restituţia modelului optic punct cu punct, linie cu linie, direct fără interpolări. Prin model optic se înţelege imaginea spaţială (în relief) proprie vederii binoculare, ce se obţine atunci cînd cele două fotograme ale cuplului sînt privite separat şi anume cea din stînga cu ochiul stîng iar cea din dreapta cu ochiul drept. Pentru ca imaginea în relief, numită şi stereo-

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

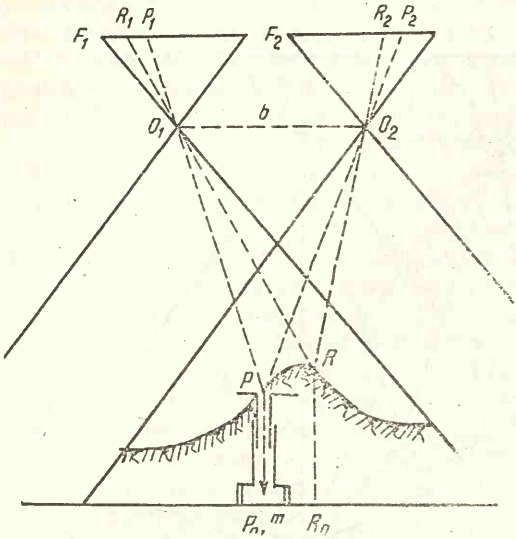


Fig. 6.5 — Modelul optic

scopică, să reprezinte efectiv modelul optic propriu-zis este necesar ca fotogramele să se găsească una față de cealaltă în poziții relative practic identice cu cele din momentul de priză. În acest caz la intersecția razelor omoloage se obține efectiv modelul optic și se spune că fotogramele sînt orientate relativ. Dar pentru ca modelul optic să poată fi restituit este necesar ca el să fie orientat și absolut adică să fie adus la o anumită scară și într-o astfel de poziție încît prin restituția lui să se obțină de-a dreptul planimetria și altimetria.

Calea analogică este cea mai specific fotogrammetrică asigurînd o precizie satisfăcătoare și fiind de mare randament. În figura 6.5 se arată formarea modelului optic la intersecția razelor omoloage și restituția modelului optic cu ajutorul unui punct marcă fixat pe o măsuță deplasabilă și de înălțime variabilă. La verticala mărcii se găsește un creion care desenează traseele urmate cu marca.

Calea analitică presupune măsurarea pe fotograme a pozițiilor punctelor (coordonatelor plane) funcție de care se ajunge la poziția lor spațială prin calcule sau principalele faze sînt de calcule. Dacă se folosesc mijloace specializate, precise, de măsurare, se pot obține rezultate de mare precizie. Această cale este folosită în lucrări specializate pentru a se determina rețele de puncte precis determinate precum și în unele ridicări la scări mari sau în determinări cu caracter special și presupun în general programări și mijloace moderne de calcul.

Se conchide așadar că după două proiecții centrale ale aceluiași obiect (teren) se pot obține riguros proiecțiile paralele cerute de principiile reprezentării teritoriilor, oricare ar fi relieful, atît în ceea ce privește planimetria cît și în ceea ce privește altimetria.

Aceasta este fotogrammetria stereografică sau stereofotogrammetria și corespunde dublei intersecții în spațiu.

e) Măsurătorile fotogrammetrice de precizie necesită întotdeauna o legătură topografică cu terenul de ridicat pentru a se putea determina cu exactitate scara. Acest lucru este valabil atît pentru fotogrammetria planigrafică cît și pentru cea stereografică atît în geofotogrammetrie (fotogramele sînt luate din teren), cît și în aerofotogrammetrie (fotogramele sînt luate din aer). În cazul geofotogrammetriei legătura se face de obicei prin cunoașterea sau determinarea pozițiilor absolute ale punctelor de priză, determinare ce se face prin metode topografice în cadrul rețelei geodezice. În aerofotogrammetrie, fie că este cazul fotogrammetriei planigrafice fie acela al foto-

grammetriei stereografice, este necesar să fie determinat pe cale topografică în X, Y, Z un număr minim de puncte numite puncte de reper şi anume: cîte patru de fotogramă, respectiv cîte trei de cuplu. Uneori în cazul aerofotografierii pe benzi, se admite ca pe cale topografică să se determine numai punctele de reper de la capetele benzii iar punctele de reper din interiorul benzii să se determine prin metode fotogrammetrice numite triangulaţii fotogrammetrice.

f) Privitor la aplicaţiile netopografice ale fotogrammetriei, baza ştiinţifică şi tehnică în ceea ce priveşte determinările de mărimi, dimensiuni, poziţii, forme etc., şi a reprezentărilor este comună sau derivă apropiat din aceea a fototopografiei. Procedura şi aparatura pot fi adeseori însă cu totul specifice pentru a deservi cît mai bine aplicaţia respectivă. Aici trebuie observat că unele din aplicaţiile netopografice ale fotogrammetriei nu sînt propriu-zis fotogrammetrice, deoarece nu necesită măsurători şi determinări exacte şi prin urmare nu necesită nici fotograme ci doar fotografii.

Aplicaţiile netopografice implică fiecare în parte, pe lîngă anumite cunoştinţe de fotogrammetrie, care uneori trebuie să fie mai temeinice iar alteori pot fi mai sumare, mai ales o specialitate în sectorul respectiv.

6.1. BAZE OPTICE ŞI FOTOGRAFICE

6.10. NOŢIUNI INTRODUCTIVE

Potrivit celor arătate, fotograma trebuie să fie o proiecţie centrală a regiunii fotografiate. Practic o astfel de proiecţie se realizează cu atît mai greu cu cît mai riguros se cere îndeplinită condiţia de centricitate a proiecţiei. Cauzele generale care produc abateri ale imaginii de la perspectiva matematică sînt: eroarea de formare a imaginii produsă de obiectivul de priză, refracţia atmosferică şi contracţia neregulată a filmului fotografic. Totodată se cere ca emulsia fotografică să înregistreze cît mai exact posibil imaginea proiectată de obiectiv.

6.11. OBIECTIVI FOTOGRAMMETRICI

6.110. **Claritate, metricitate, luminare.** Imaginea formată de obiectivi trebuie să fie clară, metrică şi cu o distribuţie a luminii egală în planul imaginii.

Claritatea este o primă şi strictă condiţie a imaginii. După imagini insuficient de clare nu se pot face nici măsurători şi nici fotointerpretări (indentificări precise de obiecte şi semnificaţii). Principalele erori de claritate numite şi aberaţii ale imaginii ca: aberaţiile de sfericitate, aberaţiile cromatice, coma, astigmatismul şi erorile de curbură ale imaginii sînt azi controlate. Prin asocierea a diferite lentile de curburi diferite şi de indici de refracţie diferiţi s-a reuşit să se obţină obiectivi care dau imagini clare. Se

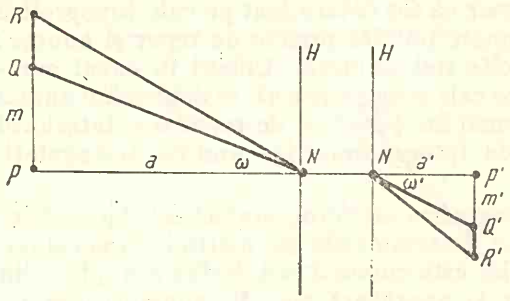


Fig. 6.6 — Raportul de micşorare

consideră că o imagine este clară dacă asigură distingerea a cel puţin 50 linii pe mm în centrul imaginii şi 30 linii pe mm la periferia imaginii. Sînt obiectivi cu o putere de rezoluţie de 100 linii pe mm în centru, şi 50 linii la margine şi chiar mai mult.

Controlul puterii de rezoluţie a obiectivilor se face cu ajutorul unor mire (panouri cu linii dispuse pe grupuri) ce se fotografiază cu emulsiile fotografice cele mai fine.

Metricitatea imaginii este de asemenea o condiţie de bază. Erorile de metricitate numite distorsiuni deformează imaginea. Se disting distorsiuni radiale cînd imaginea nu este micşorată în aceeaşi proporţie pentru toate punctele clişeului depinzînd de depărtarea de ax şi distorsiuni tangenţiale provocate de erorile de centrare a camerei.

Pentru ca obiectivul să nu dea distorsiuni (radiale) este necesar ca raportul de micşorare $M = m' : m$ să rămînă constant pentru toate unghiurile (fig. 6.6).

Expresia matematică pentru îndeplinirea acestei condiţii este:

$$\frac{m'}{m} = \frac{a' \cdot \operatorname{tg}\omega'}{a \cdot \operatorname{tg}\omega} = M \text{ (constant)} \qquad (6.1)$$

unde

m este mărimea obiectului,
m' este mărimea imaginii,
a şi a' distanţele la obiect şi respectiv imagine,
iar ω şi ω' unghiurile de perspectivă ale razelor în spaţiul cîmp şi imagine.

Condiţia cunoscută sub denumirea de condiţia S u t t o n — B o w, este independentă de gradul de corecţie a aberaţiilor. Dacă M creşte deodată cu ω, distorsiunea este în seceră (+) iar dacă M scade pe măsură ce ω creşte, distorsiunea este în butoi.

Dat fiind că distorsiunile deformează imaginea, este necesar ca ele să fie reduse cît mai mult, cele rămase să fie cunoscute (curba distorsiunilor) şi efectul lor să fie micşorat în continuare în aparatele de restituţie prin dispozitive adecvate. În figura 6.7 se arată o curbă a distorsiunilor. În abscisă se dă depărtarea radială de la axul optic în planul imaginii (aproximativ centrul fotogramei) în unghiuri de incidenţă şi de mărimi liniare, de obicei mm, iar în ordonată se dă diferenţa:

$$d = a' \operatorname{tg}\omega' - a' \operatorname{tg}\omega =$$
$$= m' - a' \operatorname{tg}\omega \qquad (6.2)$$

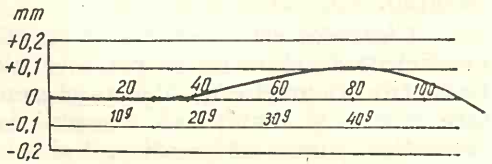


Fig. 6.7 — O curbă a distorsiunilor

De unde înainte de 1940 distorsiunile puteau atinge 200 μ, azi distorsiunile maxime coboară în mod curent sub 20μ iar în unele cazuri chiar sub 10μ. Efectul distorsiunilor poate fi micşorat în continuare în aparatele de restituţie prin una din metodele: folosirea de obiectivi practic identici cînd prin reproiecţie efectul practic se elimină, (la stereorestitutoarele construite pe principiul proiecţiei optice), folosirea de plăci de compensaţie cu profile calculate funcţie de curba distorsiunilor în aşa fel încît efectul să se corijeze (la autografele Wild) sau folosirea de came ce au ca efect modificarea distanţei principale (obiectiv-imagine) tocmai cu cantitatea necesară reconstituirii congruenţei razelor (după Santoni).

Prin oricare din aceste mijloace efectul se reduce de 2—3 ori astfel că în cazul obiectivilor celor mai buni mai rămîne un efect de maximum 3μ.

Distorsiunile tangenţiale pot atinge mărimi de 0,4 ori distanţa dintre punctul principal (proiecţia centrului optic al obiectivului pe planul imaginii) şi centrul de simetrie. De aici necesitatea unei atente şi cît mai riguroase centrări a camerei în procesul de calibrare.

Luminarea egală a imaginii are o deosebită importanţă atît pentru lucrările de restituţie cît şi pentru cele de fotointerpretare. Multă vreme luminarea imaginii a stat sub imperiul legii lui L a m b e r t frînînd construcţia obiectivilor cu unghi de cîmp mare şi deci dezvoltarea fotogrammetriei.

După această lege

$$I' = I \cos^4 \omega \qquad (6.3)$$

unde

I' este luminarea imaginii într-un punct oarecare;

I — luminarea la centrul imaginii iar ω unghiul sub care se formează imaginea

Astfel imaginea unui punct ce se găseşte sub un unghi de 45° faţă de centru este luminat abia în proporţie de 25%.

În această direcţie se menţionează lucrările lui R u s i n o v şi B e r t e l e de după 1948, apoi ale lui R i c h t e r, S a m s i o e, N a g e l etc.

Obiectivii moderni asigură o bună luminare a întregului plan al imaginii (practic egală) facilitînd operaţiile de copiere, proiectare, asamblare şi restituţie precum şi bineînţeles operaţiile de fotointerpretare.

6.111. **Luminozitatea obiectivilor. Cîmp.** Proprietatea obiectivilor de a forma imagini mai luminate sau mai întunecate în aceleaşi condiţii de lumină se numeşte *luminozitate.* Luminozitatea unui obiectiv depinde de mai mulţi factori însă în principal depinde de deschiderea relativă (raportul dintre diametrul diafragmei de apertură şi distanţa focală). Deschiderea relativă se dă de obicei sub formă de raport 1 : n sau f/n unde n reprezintă numărul de cîte ori se cuprinde diametrul diafragmei în lungimea distanţei focale. În general obiectivii cu n mai mare de 9 sînt consideraţi puţin luminoşi iar cei cu n mai mic 4,5 sînt consideraţi ca foarte luminoşi. Construcţia obiectivilor pune probleme cu atît mai mari cu cît se cere o luminozitate mai mare.

Prin *cîmp* se înţelege unghiul conului de proiecţie adică unghiul pe care-l fac razele limită diametral opuse. Obiectivii fotogrammetrici pot fi

grupaţi după mărimea cîmpului astfel: normal unghiulari între 50g şi 70g, mari unghiulari în jur de 100g şi super mari unghiulari în jur de 130g şi mai mult.

6.112. **Obiectivi fotogrammetrici.** În general se disting două categorii de obiectivi fotogrammetrici ai aparatelor de priză şi anume: obiectivi pentru camerele terestre şi obiectivi pentru camerele aeriene.

Deoarece luarea fotogramelor în fotogrammetria terestră se face din puncte fixe (la sol), timpul de expunere poate fi foarte lung şi în consecinţă luminozitatea obiectivilor poate fi mai mică. În asemenea situaţii deşi construcţia obiectivilor este mai simplă şi deci mai ieftină, se obţin totuşi imagini de mare claritate.

Cele mai grele probleme de construcţie a obiectivilor fotogrammetrici le ridică fotogrammetria aeriană. Camera de priză fiind în deplasare, expunerea trebuie să fie foarte scurtă şi în consecinţă obiectivii trebuie să fie foarte luminoşi. Numai astfel imaginea obţinută, în timpul scurt cît are loc expunerea, poate fi netrenată, suficient de luminată şi poate fi o perspectivă centrală. Totodată, pentru a se mări precizia ridicărilor aerofotogrammetrice şi a le face mai economicoase se cere utilizarea obiectivilor cu unghiul de cîmp mare. Cu asemenea obiectivi se fotografiază suprafeţe mai mari, de la aceeaşi înălţime de zbor şi se micşorează efectul erorilor de refracţie atmosferică. Asemenea obiectivi se construiesc foarte greu, pentru că în cazul unghiurilor de cîmp mari şi foarte mari şi a unor deschideri relative mari, efectul aberaţiilor, al distorsiunii şi al erorilor de luminare este maxim.

Azi se construiesc obiectivi foarte luminoşi şi cu unghiul de cîmp foarte mare, obiectivi care asigură totodată imagini foarte clare cu distorsiuni foarte mici. Dintre obiectivii de priză moderni se menţionează:

— Aviogon, obiectiv aerofotogrammetric Wild $1:5{,}6$; $f = 11{,}5$ cm, cu unghiul de cîmp mare, 100g, cu distorsiuni mici, maximum 0,01 mm şi cu o distribuţie a luminii favorabilă.

— Russar, obiectiv aerofotogrammetric sovietic $1:6{,}3$; $f = 7$ cm, cu unghiul de cîmp foarte mare 135g, cu distorsiuni foarte mici (aproape inexistente) însă cu puternică cădere de iluminare spre margini.

— Pleon, obiectiv aerofotogrammetric Zeiss $1:8$; $f = 7{,}5$ cm, cu unghiul de cîmp foarte mare 150g, cu distorsiuni importante dar cu o egală distribuţie a luminii.

6.12. ELEMENTE DE SENSITOMETRIE

6.120. **Calitatea imaginii.** Calitatea imaginii unei fotograme depinde nu numai de însuşirile imaginii proiectate de obiectiv ci şi de însuşirile emulsiei fotografice ca factori esenţiali precum şi de condiţiile fotografierii, developării, şi copierii (în cazul pozitivării). După B r o c k „calitatea imaginii este o chestiune foarte complexă dar în fotogrammetrie interesează, în particular, caracteristici ca granulaţia şi claritatea, care determină microcalitatea şi posibilitatea de a lucra la scări mici". În plus este necesar şi un contrast corespunzător.

Principalele însuşiri ale emulsiei fotografice care interesează sînt sensibilitatea şi puterea de rezoluţie.

6.121. **Sensibilitatea emulsiei.** Se ştie că sub acţiunea luminii partea sensibilă a emulsiei, formată de obicei din granule de bromură de argint, înregistrează imaginea sub formă latentă şi că sub acţiunea unui revelator (substanţă oxidantă) are loc developarea imaginii (negative) care se produce prin oxidarea particulelor de argint metalic eliberat. Înnegrirea este funcţie directă de cantitatea de lumină absorbită.

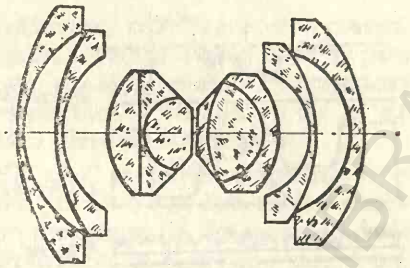


Fig. 6.8 — Schema obiectivului Super Aviogon Wild; practic fără deformaţii; supermare unghiular = 133g

Dacă se notează iluminarea imaginii cu $E \cdot t$, unde E reprezintă intensitatea fluxului luminos, iar t timpul de expunere şi dacă se întocmeşte un grafic unde pe abscisă se ia $\log E \cdot t$ iar în ordonată înnegrirea egală cu $\log \frac{1}{T}$ unde T este transparenţa, se obţine curba de înnegrire (fig. 6.9). Pe curba de înnegrire se disting trei intervale importante şi anume AB (pragul curbei) care corespunde subexpunerii, BC care corespunde expunerii normale şi CD (umărul) ce corespunde supraexpunerii. Porţiunile curbei pînă la A (existenţa unui voal fără să fi început propriu-zis înnegrirea) şi peste D care corespunde solarizării, adică înnegririi necontrolate, sînt fără valoare practică.

În privinţa celor trei intervale se fac următoarele precizări: oriunde se opreşte expunerea pe intervalul BC imaginea şi deci expunerea este normală însă puterea de rezoluţie cea mai mare se găseşte la mijlocul intervalului BC (fig. 6.9). Dacă unghiul α pe care-l face dreapta BC cu abscisa este de 45° redarea detaliilor şi contrastelor se face cît se poate de apropiat de cele ale subiectului, adică se obţine un negativ normal. Unghiul α mai mic de 45° caracterizează un negativ moale cu contraste atenuate faţă de cele ale subiectului iar un unghi α mai mare de 45° duce la negative dure cu contraste exagerate.

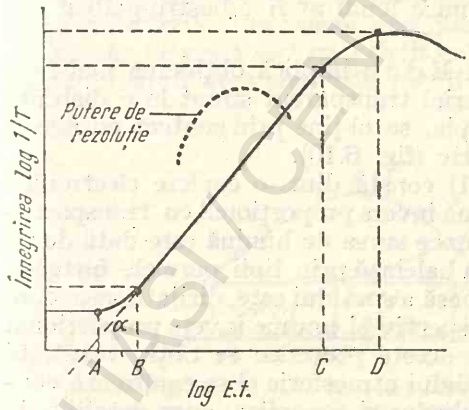


Fig. 6.9 — Curbă de innegrire

Porţiunile AB şi CD care corespund subexpunerii respectiv supraexpunerii pot caracteriza, una sau alta, o întreagă fotografie sau pe cuprinsul unei fotografii normal expuse se pot găsi părţi subexpuse şi părţi supraexpuse, funcţie de subiect. Un subiect întunecat cu o slabă remisie va apare subexpus iar terenurile nisipoase şi calcaroase cu mare remisie vor apare supraexpuse. Într-un caz şi în altul, atît în prag cît şi în umăr, există suficientă cantitate de informaţie însă nu există suficientă diferenţiere pe cuprinsul lor adică nu există suficient contrast pentru ca detaliile cuprinse să fie aparente la o examinare obiş-

BCU IAŞI CENTRAL LIBRARY

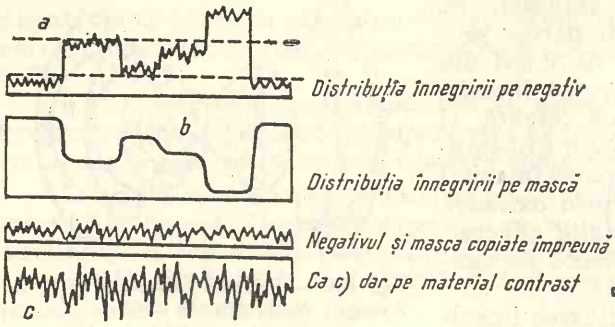


Fig. 6.10 — Procedeul măștii neclare

nuită, prin transparență, a negativului. Într-adevăr, contrastul a două detalii ale unui obiect fiind dat de relația:

$$K = \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} \qquad (6.4)$$

înseamnă că de vreme ce între cele două detalii nu există practic o diferențiere de imagine vizibilă, contrastul este aproape nul. Mai mult chiar, printr-o copiere obișnuită a negativului practic dispare și informația existentă în aceste domenii. De aceea s-au imaginat și pus la punct o seamă de metode pentru a se face o copiere dirijată în așa fel încît să se scoată în evidență și informația existentă în prag și umăr cum ar fi: procedeul cu măști neclare, copiere electronică (Cintel, Logetronic), procedeul prin fluorescență, procedee chimice (cum ar fi albastru-galben după K r u g și H e s s) etc.

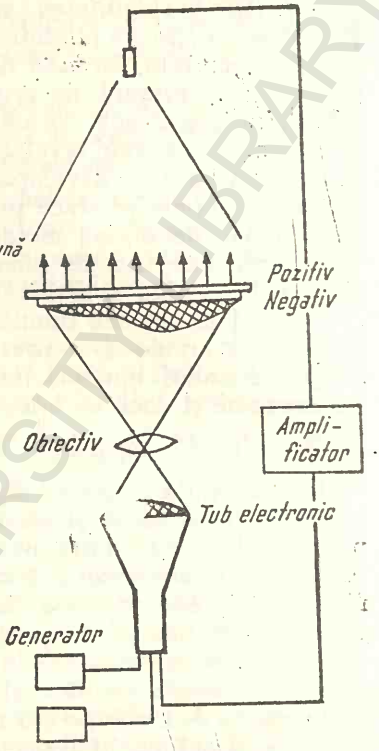


Fig. 6.11 — Procedeul Logetronic

Procedeul cu măști neclare după E d e n implică obținerea mai întîi a unei copii neclare-mască pe un material transparent situat la o distanță de 1—2 mm de negativ. Pozitivul, copia, se obține prin contact cu masca suprapusă ce are un rol de filtru selectiv (fig. 6.10).

Procedeul Logetronic (figura 6.11) constă dintr-o copiere electronică cu dirijarea intensității fluxului de lumină invers proporțional cu transparența negativului. Lucrul este posibil deoarece sursa de lumină este dată de un tub electronic al cărui spot de lumină baleiază prin linii paralele întreaga suprafață a tubului. Intensitatea luminoasă a spotului este dirijată, așa cum s-a arătat, chiar de negativ în locul respectiv și anume invers proporțional cu transparența lui. Prin oricare din aceste procedee se obțin rezultate spectaculoase: se micșorează efectul vălului atmosferic și se egalizează contrastele, apar detaliile din umbrele clădirilor și copacilor, apar detaliile de sub nori (dacă nu sînt prea groși) apar detaliile din terenuri ca o mare re-

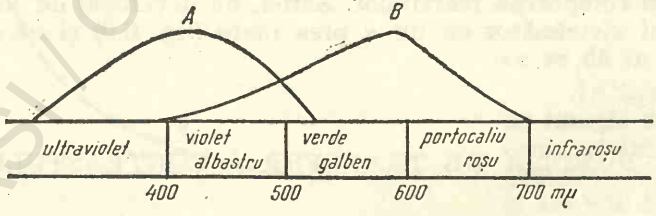
BCU CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

flectanţă cum sînt terenurile nisipoase, sărăturate, calcaroase etc., precum şi unele caldarîmuri ce pe un pozitiv obişnuit reprezintă pete albe cu prea puţine diferenţieri. Aceste procedee presupun, oricare din ele, atît aparatură suplimentară cît şi timp suplimentar şi materiale fără a mai adăuga că de ex. o nereuşită prin procedeul chimic reprezintă o pierdere ireparabilă.

De fapt copierea negativului pe sticlă, cînd se obţin diapozitive, se face şi pentru alte raţiuni şi anume : imaginea pozitivă este favorabilă fotointerpretării, filmul obişnuit nu conservă bine dimensiunile, fotogramele individuale decupate pentru a fi introduse în aparatele de restituţie suferă modificări de dimensiuni etc.

6.122. **Sensibilitatea emulsiilor faţă de culori.** Emulsiile fotografice obişnuite nu redau culorile decît în *alb-negru*. Mai mult chiar, pe cîtă vreme vederea omenească se întinde asupra radiaţiilor din intervalul 400—750 mμ lungime de undă inclusiv, emulsiile fotografice obişnuite nu sînt sensibile decît pentru radiaţiile din intervalul 300—500 mμ (fig. 6.12). De aceea a fost necesar să se producă emulsii şi cu alte sensibilităţi spectrale. Emulsiile ortocromatice au sensibilitatea extinsă asupra culorilor verde şi galben iar emulsiile pancromatice sînt sensibile la toate culorile. În scopuri metrice se folosesc în general emulsiile pancromatice. Pentru fotografieri în condiţii speciale precum şi pentru diferite fotointerpretări s-au produs emulsii cu sensibilităţi diferenţiate. Un loc important îl ocupă emulsiile infracromatice sensibile la spectrul infraroşu. Ele sînt indicate pentru fotografiat noaptea şi la mare distanţă precum şi în cazul vizibilităţilor reduse din cauza suspensiilor atmosferice. Se precizează totuşi că razele infraroşii străbat bine doar suspensiile uscate dar sînt puternic absorbite de suspensiile umede. În plus este necesară o prelungire simţitoare a expunerii.

Dar problema redării culorilor în alb-negru la o intensitate corespunzătoare vederii noastre nu este încă complet rezolvată. Razele violete şi mai ales cele ultraviolete acţionează încă destul de puternic asupra emulsiei. Pentru a se atenua acţiunea acestor raze cînd ele abundă (de exemplu terenuri cu multe ape, cînd este pîclă precum şi atunci cînd se fotografiază de la mare înălţime) se face uz de *filtre de lumină* denumite şi *ecrane* ce se aplică în faţa obiectivilor. Ecranele sînt plăci de sticlă colorată ce in general reţin lungimile de undă mai mici decît culoarea lor şi lasă să treacă raze de anumite lungimi de undă. Ele pot fi: monocromatice, cînd permit trecerea



A - Curba de sensibilitate a emulsiei
B - Curba de sensibilitate a ochiului

Fig. 6.12 — Sensibilitatea emulsiilor şi a ochiului omenesc faţă de culori

razelor unei singure culori, selective cînd permit trecerea razelor de anumite culori cu absorbția celorlalte și de compensație care combină culorile din anumite zone ale spectrului.

În cazurile cele mai generale, filtrele de lumină se utilizează astfel: galben pentru emulsiile ortocromatice, galben și oranj pentru cele pancromatice, oranj și diferite nuanțe de roșu pentru cele infraroșii. Cînd se lucrează cu filtre timpul de expunere trebuie să fie de 1,5—3 ori mai lung decît atunci cînd se lucrează fără filtre, corespunzător cu opacitatea lor.

Emulsiile color sînt de o deosebită valoare mai ales pentru fotointerpretare. Fabricate pe principiul stratelor suprapuse decalează pe înălțime părți ale aceluiași obiect, dacă sînt colorate diferit, ceea ce afectează valoarea lor metrică. Emulsiile color de producție recentă, sînt proprii și pentru lucrări metrice; au însă și dezavantaje: sînt foarte scumpe și necesită expunere mai lungă.

Printre emulsiile color de o deosebită valoare în special pentru fotointerpretări se enumeră: emulsiile ectacrom, falsecolor și emulsiile spectrozonale (în două strate) folosite în fotointerpretarea forestieră.

6.123. **Puterea de rezoluție.** Un important indicator al emulsiei este puterea de rezoluție numită și puterea separatoare. Ea condiționează reproducerea exactă a celor mai mici detalii și claritatea imaginii. Puterea de rezoluție este limitată, între altele, de mărimea granulelor de bromură de argint. Pe de altă parte mărimea granulelor este în directă legătură cu sensibilitatea emulsiei. Deoarece aceste două caracteristici se contrazic este evident că producerea emulsiilor pentru aerofotografiere este cît se poate de delicată. Acestea trebuie să posede nu numai o bună putere de rezoluție ci și o mare sensibilitate deoarece expunerea trebuie să fie scurtă de vreme ce camera este în mișcare. Problema emulsiilor pentru fotografii de pe sol este mult mai simplă deoarece sensibilitatea ridicată nu mai este o cerință și deci emulsia poate fi foarte fină. Puterea de rezoluție a emulsiilor pentru aerofotografiere trebuie să fie în general egală cu a obiectivilor folosiți. Efectiv ea este adeseori ceva mai mică. Verificarea puterii de rezoluție a emulsiilor se face la fel cu a obiectivilor (cu mire) cu deosebirea că se vor folosi obiectivi cu mare putere de rezoluție și cu deschideri relativ mici cînd efectul tuturor erorilor este practic eliminat.

Este de observat că finețea granulației și în consecință puterea de rezoluție nu sînt proprietăți fixe ale emulsiei. Un rol important joacă durata developării și compoziția reactivilor. Astfel, un developaj de lungă durată este oarecum asemănător cu un α prea mare (fig. 6.9) și mărește granulația.

6.13. FUNCȚIA DE TRANSFER A CONTRASTULUI

Date fiind multiplele cauze de erori ce afectează calitatea imaginii fotografice s-a simțit chiar nevoia unui nou criteriu de apreciere a însușirilor obiectivilor și a emulsiilor care să înlocuiască sau să completeze criteriul

BCU IAȘI / CERCETARE

clasic ce de peste 40 ani este cunoscut şi folosit, acela al puterii de rezoluţie. Într-adevăr puterea de rezoluţie se referă la redarea detaliilor celor mai delicate, la limita puterii de identificare şi recunoaştere a detaliilor imaginii dar nu se referă şi la reducerea contrastului şi a structurilor mai dure. Astfel s-a ajuns să se introducă, nu fără oarecare artificialitate, ideile lui Fourier şi teoria informaţiei pentru a se analiza performanţele sistemului obiectiv — cameră — emulsie — condiţii atmosferice şi de preluare a fotogramelor în totalitatea lor sau pe canale. În fond este vorba de transformarea imaginilor lor în frecvenţe spaţiale şi analiza undelor sinusoidale. Metoda concretizată sub denumirea de funcţie de transfer a contrastului (prin analogie cu denumirea de funcţia de transfer a informaţiei folosită în tehnica transmisiunilor) permite cercetarea şi caracterizarea efectului de reducere a contrastului datorat fiecărui canal de transmisie a imaginii fotografice ca: atmosfera, trenarea, suspensia camerei, expunerea, obiectivii, emulsia. Metoda prezintă şi avantajul că prin simpla înmulţire a transferurilor tuturor canalelor rezultă transferul total.

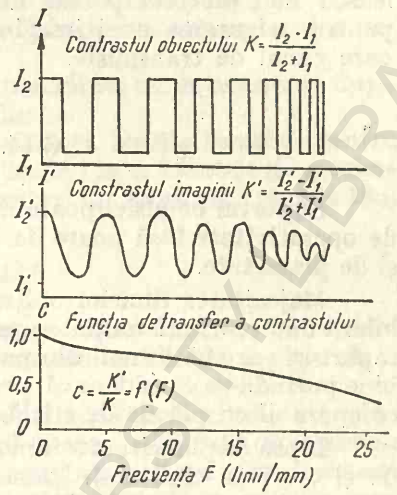


Fig. 6.13 — Schema redării imaginii unui obiect cu contraste în unghiuri drepte

În figura 6.13 se arată schema redării imaginii unui obiect cu contraste în unghiuri drepte. Funcţia de transfer a contrastului c în ordonată este egală cu raportul dintre contrastul imaginii (relaţia 6.4) şi contrastul obiectului fiind funcţie

$$c = \frac{K'}{K} = f(F) \quad (6.5)$$

de frecvenţa locală (fineţea structurilor regulate ale obiectului măsurate în linii pe mm) ce se dă în abscisă.

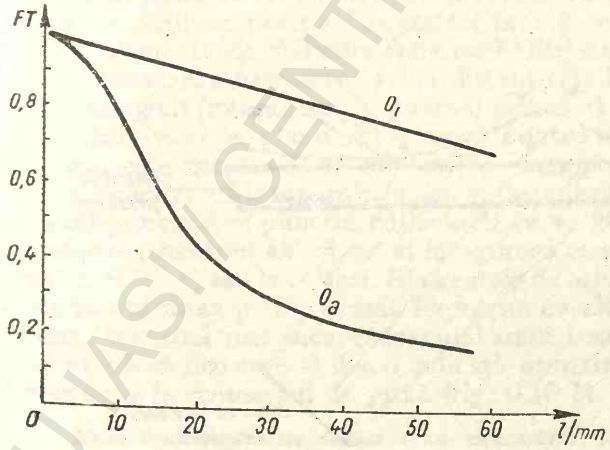


Fig. 6.14 — Funcţia de transfer

În figura 6.14 se dă funcţia de transfer a contrastului pentru un obiectiv $f/5{,}6$ ideal O_i şi anumit O_a.

Prin metoda transferului de contrast a fost posibil să se stabi-

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

lească mai precis raportul dintre însuşirile obiectivului şi ale emulsiei pentru asigurarea unei imagini de calitate şi pierderile de contrast pe fiecare canal de transmisie.

6.14. FILME, PLĂCI

Suportul emulsiei poate fi filmul sau placa. Filmul prezintă avantaje de operativitate însă poate da importante erori de deformaţie neuniformă şi de planeitate.

Majoritatea filmelor obişnuite pe bază de acetat, butirat sau acetilceluloză dau erori diferenţiate apreciabile ce pot atinge 20—40 μ. Sub acest raport se pare că filmul din poliester (produs 1961) se comportă mult mai bine putîndu-se considera că practic nu dă deformări fiind, sub acest raport, comparabil cu plăcile de sticlă.

Lipsa de planeitate a filmului provoacă erori de poziţie (dacă este mare dă şi erori de claritate). Planeizarea filmului se realizează de obicei prin vacum creat în spatele filmului. Acesta este cel mai răspîndit procedeu dar are inconvenientul că nu există o metodă pentru determinarea efectivă a erorilor de planeitate, decît prin mijloace mecanice, cînd eventualele erori ce s-ar constata ar fi şi efectul eventualelor erori parazitare sau de developare etc. Dacă planeizarea filmului se asigură cu ajutorul unui cristal de presiune situat în faţa filmului (emulsiei) şi dacă cristalul de presiune este dotat cu o reţea (pe partea din spre emulsie) (fig. 6.15) se pot determina riguros atît efectele neplaneităţii cît eventualele distorsiuni reziduale. Există însă rezerve şi aici în legătură cu aşternerea sigură şi efectivă a filmului pe cristal. S-a dovedit că prin presarea filmului pe cristal se formează pungi (bule) de aer ce sînt de obicei cauza neplaneităţii. Erori pot proveni şi din cauza variaţiei de grosime a filmelor. H a l l e r t a găsit variaţii de grosime de 10μ. Dacă planeizarea are loc prin supţiune înseamnă că emulsia nu se găseşte riguros în planul focal al obiectivului pe toată suprafaţa ei.

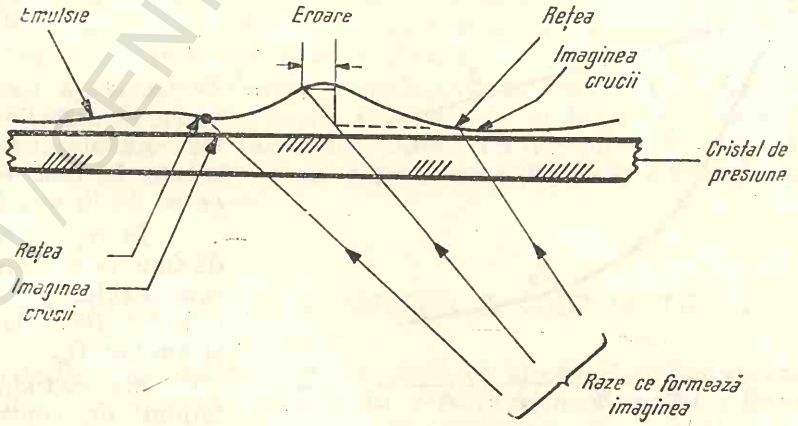


Fig. 6.15 — Efectul neplaneităţii filmului

În mod obișnuit controlul filmelor se face prin introducerea lor (a unor cuple) în aparatele de restituție de ordinul I cînd eliminarea paralaxelor trebuie să se facă foarte bine.

Chiar plăcile fotografice pot da erori de planeitate ce, de asemenea după H a l l e r t, pot atinge 20μ de la planul mediu.

Grosimea stratului de emulsie poate influența poziția imaginii pentru punctele a căror imagine se formează sub un unghi mare. Efectele de grosime pot fi neglijate la grosimi de 10μ după unii autori iar după alții pînă la 18μ.

6.15. CONCLUZII

Tendința, în privința metricității este ca fiecare eroare să fie redusă direct sau indirect, la 2μ astfel încît pe ansamblu erorile de poziție să se înscrie în $\pm 5\mu$.

S-ar putea chiar afirma că erorile ce se referă la metricitatea imaginii și la distribuția luminii în planul imaginii sînt practic eliminate de camerele moderne. Unele aspecte legate de calitatea imaginii încă nu sînt rezolvate direct ci numai indirect (contrastul). Dacă și granulația emulsiilor aero va putea fi redusă în așa fel încît, în procesul de restituție și fotointerpretare, imaginile să poată fi mărite de 16—20—30 ori, după nevoi, așa cum preconizează E d e n, înseamnă că se vor fi pus de acord, la același nivel, condițiile pe care trebuie să le îndeplinească fotogramele cu cerințele actuale.

6.2. PRELUAREA FOTOGRAMELOR

6.20. FOTOGRAMA

Fotograma ca piesă metrică este definită și deci aptă pentru măsurători și reconstituiri, atunci cînd se cunosc elementele funcție de care se poate reconstitui jerba de raze (din spațiul obiect) ce a dat imaginea. Aceste elemente, ce definesc poziția fotogramei față de centrul ei de perspectivă, se numesc elemente de *orientare interioară*. Ele sînt: distanța principală, numită și constanta camerei c, adică distanța de la centrul de proiecție O la planul imaginii (fotogramei) și punctul principal H, adică proiecția centrului de perspectivă O pe planul fotogramei. Pentru o perfectă cunoaștere a perspectivei este necesar să se cunoască și distorsiunile (curba). Din punct de vedere practic, distanța principală se asimilează cu distanța focală f iar punctul principal cu punctul mijlociu M ce se găsește la intersecția indicilor de referire (simetrie) hh' și vv' ai fotogramei ce se pot găsi la mijlocul laturilor (fig. 6.16, *b*) sau la colțuri. Elementele de orientare interioară sînt înregistrate întotdeauna pe fotogramă împreună cu alte elemente ca: numărul de ordine, eventual imaginea cadranului unui ceasornic și eventual imaginea unei nivele sferice care să dea o indicație aproximativă asupra orizontalității fotogramei în momentul de priză (fig. 6.16 *b*).

Notă. **Pentru anumite restituții nu este necesar să se cunoască elementele de orientare interioară ale fotogramelor fără distorsiuni.**

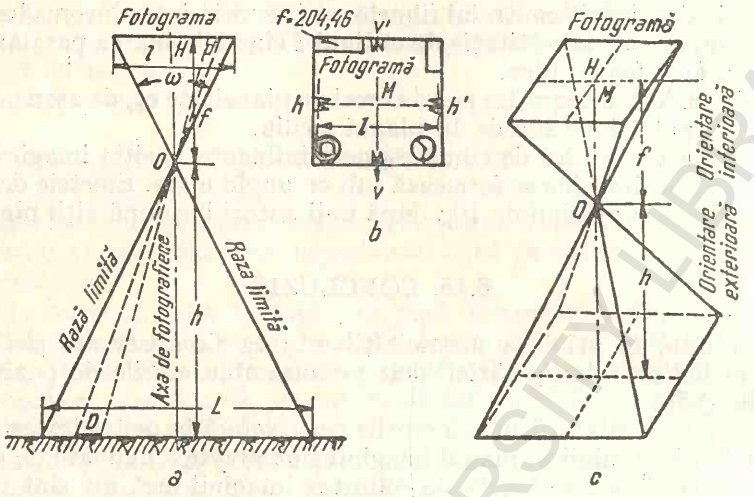


Fig. 6.16 — Fotograma (schemă):
a — elevaţie; *b* — plan; *c* — perspectivă

Elementele care definesc jerba de raze şi deci fotograma în spaţiu (de exemplu faţă de un sistem de referinţă spaţial care poate fi cel geodezic) se numesc elemente de *orientare exterioară*. Ele sînt în număr de şase şi anume: coordonatele $X_0Y_0Z_0$ ale centrului de proiecţie O faţă de sistemul de referinţă X, Y, Z şi unghiurile K, φ şi ω pe care le face axa de fotografiere. K este unghiul de răsucire a axei de fotografiere, adică a fotogramei în planul ei faţă de direcţia de zbor, φ este unghiul de înclinare longitudinală tot faţă de direcţia de zbor, iar ω unghiul de înclinare transversală. În cazul aerofotografierii elementele de orientare exterioară nu se cunosc (în prealabil).

Formatul fotogramei este de obicei pătratic de dimensiunile 18×18 cm, 30×30 cm sau 24×24 cm. Distanţele focale cele mai obişnuite sînt de 10 şi 21 cm dar pot fi şi mai mici, între, sau mai mari.

Între elementele geometrice ale unei fotograme şi teren există relaţia (fig. 6.16, *a*).

$$\frac{f}{h} = \frac{d}{D} = \frac{l}{L} = \frac{l}{N} = sc \qquad (6.6)$$

unde:

f	este distanţa focală;
h	— înălţimea de zbor deasupra terenului (relativă);
d şi D	— aceleaşi distanţe pe fotogramă şi teren;
l şi L	— latura fotogramei cu corespondentul ei pe teren;
sc	— scara fotogramei.

Scara fotogramei este variabilă cu înclinarea axei de fotografiere şi cu înclinarea, respectiv accidentaţia terenului.

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

6.21. SUCCESIUNEA OPERAȚIILOR ÎN RIDICĂRILE FOTOGRAMMETRICE

Ridicarea fotogrammetrică începe cu proiectarea. Proiectantul trebuie să cunoască suprafața de ridicat care se delimitează pe o hartă la scara 1 : 100 000 sau 1 : 50 000. Totodată trebuie să cunoască scopul ridicării, modul de exploatare a fotogramelor și precizia de atins pentru a se putea întocmi planul de zbor care trebuie să precizeze: camera fotogrammetrică (în general mare unghiulară pentru terenurile de șes și normal unghiulară pentru cele accidentate), scara fotogramelor (este funcție de natura rezultatului, scara planului, performanțele ansamblului cameră, film, aparate de exploatare și precizia ce se urmărește), înălțimea de zbor deasupra terenului (se calculează cu relațiile (6.6) funcție de f a camerei și scara fotogramelor), liniile de zbor trasate pe hartă (distanța dintre ele se ia cu circa 66% din L pentru a se asigura o acoperire laterală între benzi de circa 33%), acoperirea longitudinală a fotogramelor adică în lungul benzii (se ia de 33% pentru exploatarea fotogramelor una cîte una și de 66% pentru stereorestituție), bineînțeles, natura filmului (pancromatic pentru scopuri metrice obișnuite sau unul special pentru condiții speciale) și timpul de expunere maxim pentru ca în condițiile date să nu se producă trenarea imaginii.

După efectuarea zborului se developează filmul (sau plăcile) se usucă și se fac copii fotografice pe hîrtie cu ajutorul cărora se întocmește un moziac (fig. 6.17) adică fotogramele sînt așezate una peste alta în așa fel încît imaginile detaliilor din teren să aibă continuitate. Pe mozaic se constată dacă s-au obținut acoperirile necesare și dacă s-a fotografiat toată suprafața. Totodată se verifică calitatea negativelor, dacă sînt suficient de clare, se conchide dacă fotografierea este bună sau nu, eventual ce completări și pe ce cale urmează a se face. Dacă fotografierea este bună, în cazul cînd se urmăresc rezultate de valoare și fotografierea s-a făcut pe film (altul decît pe bază de poliesteri) se recomandă să se facă copii pe plăci care să reprezinte originalele de lucru. Dacă există instalații pentru efectuarea copiilor cu egalizarea contrastului, copiile se vor face cu acestea.

Urmează reperajul fotogrammetric care constă din determinarea pe cale topografică, deci în teren, a cîte patru puncte de fiecare fotogramă, respectiv stereogramă care să fie bine identificabile pe teren și fotograme pentru a se face legătura cu terenul.

Cu ocazia efectuării reperajului în teren se culege și toponimia și eventual se fac unele identificări și descifrări potrivit cu metoda de lucru stabilită în prealabil.

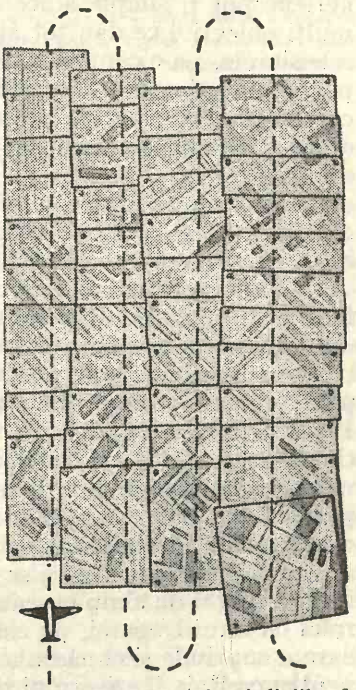


Fig. 6.17 — Mozaic și liniile de zbor

Urmează lucrările propriu-zise de fotogrammetrie care se fac în laborator şi au ca rezultat planul fotogrammetric. Pentru aceasta se calculează şi raportează pe planşe punctele de reper şi control ca şi în general toate punctele de coordonate cunoscute, inclusiv punctele reţelei geodezice la scara stabilită.

Procesele tehnologice propriu-zise de orientare a fotogramelor şi de exploatare (redresare, restituţie, sau stereorestituţie) în raport cu metoda şi aparatura folosită, vor fi descrise la capitolele respective.

După obţinerea planului se aplică toponimia şi eventual se face confruntarea lui cu terenul (potrivit cu procesul tehnologic stabilit) pentru a se face corijările şi completările ce eventual sînt necesare.

Planul definitivat se recepţionează şi se multiplică printr-o metodă corespunzătoare.

Notă: Succesiunea operaţiilor s-a referit la ridicările aerofotogrammetrice. Ridicările geofotogrammetrice care se referă mai ales la situaţii speciale (ridicarea falezelor, a versanţilor, efectuarea unor eventuale completări ale ridicărilor aerofotogrammetrice în terenuri foarte accidentate, ridicarea faţadelor, în arheologie, în cercetare etc.) au un specific propriu în ceea ce priveşte preluarea fotogramelor şi eventual reperajul.

6.22. PRELUAREA FOTOGRAMELOR

6.220. **Camerele fotogrammetrice aeriene şi anexele lor.** Camerele fotoaeriene pot fi simple adică cu un singur obiectiv şi multiple adică cu mai mulţi obiectivi ce dau tot atîtea imagini; în mod curent se folosesc camerele simple. La o cameră fotogrammetrică se disting mai multe părţi şi anume partea anterioară ce cuprinde obiectivul, diafragma, obturatorul şi filtrele; corpul camerei; partea posterioară ce cuprinde caseta cu film sau plăci şi dispozitive anexe cum ar fi: vizorul intervalometru, statoscopul şi camerele orizont.

Una din camerele aerofotogrammetrice în exploatare la noi este *camera automată M.R.B. 21/1818* Zeiss Jena a cărei secţiune schematică inclusiv caseta cu film şi vizorul sînt date în figura 6.18.

Camera se montează în aşa fel încît poziţia medie a axului de fotografiere în timpul zborului să fie cît mai aproape de verticală.

Camera cu toate dispozitivele ei este acţionată electric şi anume: rularea filmului expus, presarea plăcii pe care se va planeiza filmul neexpus prin crearea vidului, expunerea, deplasarea lănţişorului de la vizor etc. Pentru obţinerea acoperirii necesare (66% în cazul fotografierii pentru restituţie stereofotogrammetrică şi 33% pentru redresare) este suficient ca operatorul să aşeze pîrghia de acoperire de la vizor în dreptul indicelui de acoperire dorit (66% sau 33%) şi să acţioneze de butonul *14* de reglare a vitezei de deplasare a benzii lănţişor pînă cînd aceasta este egală cu viteza de deplasare a imaginii terenului ce se vede pe calota sferică *11*. Deoarece vizorul are acelaşi unghi de cîmp cu camera şi deoarece axul vizorului se montează paralel cu axul camerei, pe calota mată a vizorului apare exact imaginea pe care o cuprinde şi camera aerofotogrammetrică. Rotirea în plan a vizorului pentru ca linia lănţişorului să nu facă unghi cu linia de parcurs se transmite automat şi camerei.

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

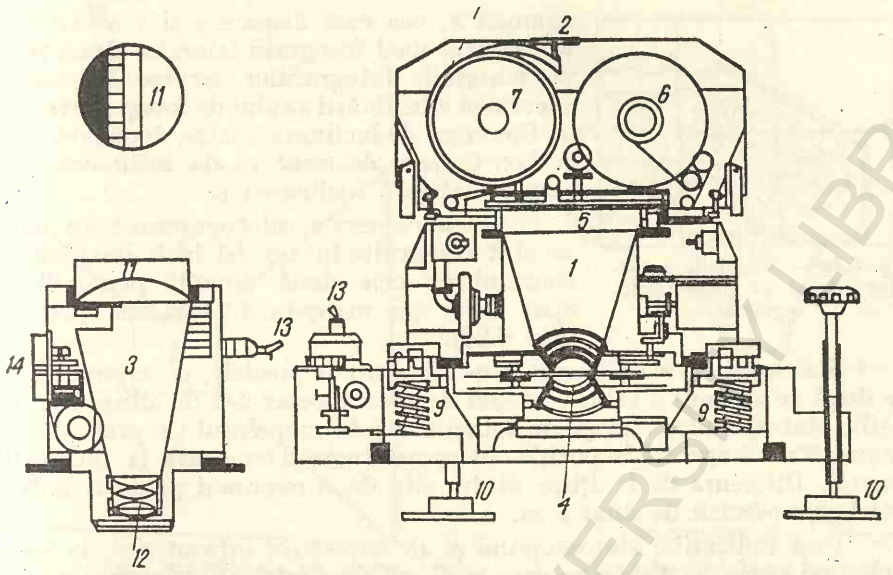


Fig. 6.18 — Schema camerei fotoaeriene MRB 21/1818 Zeiss Jena şi vizorul: *1* — corpul camerei fotogrammetrice; *2* — caseta cu film; *3* — vizorul; *4* — obiectivul camerei; *5* — planul focal al camerei; *6* — bobină înfăşurătoare; *7* — bobină magazie (neexpusă); *8* — excentric (camă) pentru slăbirea şi presarea plăcii în planul focal pentru a se putea deplasa filmul şi apoi planezia pentru expunere; *9* — suspensia elastică a camerei; *10* — dispozitive pentru montarea camerei pe podeaua avionului; *11* — calota sferică a vizorului pe care apare imaginea terenului şi imaginea în mişcare a unei benzi lănţişor pentru reglarea timpului de aşteptare între două expuneri pentru obţinerea acoperirii necesare; *12* — obiectivul vizorului; *13* — conexiunea vizorului cu camera; *14* — butonul de reglare a vitezei de deplasare a benzii lănţişor

În afară de dispozitivele ce asigură înregistrarea automată pe fotograme a elementelor de orientare interioară, a numărului de ordine al fotogramei şi eventual a cadranului unui ceasornic există şi *dispozitive sau anexe pentru înregistrarea unor elemente de orientare exterioară.*

Pentru a se cunoaşte mai exact înclinarea axului de fotografiere de la verticală (indicaţia nivelei este cu totul aproximativă) s-au imaginat şi construit diferite dispozitive cum ar fi camerele orizont şi periscopul solar iar pentru cunoaşterea variaţiilor de plafon s-a construit statoscopul. *Camerele orizont* sînt camere miniatură montate cîte două perpendicular pe axul camerei aerofotogrammetrice şi totodată perpendiculare între ele, adică una în direcţia de zbor iar cealaltă lateral. Ambele vor fotografia simultan orizontul (în momentul cînd are loc expunerea camerei principale), însă una îl va fotografia frontal iar cealaltă lateral. Deoarece orizontul fotografiat este îndepărtat iar frecvenţa fotografierii destul de mare înseamnă că între două-trei fotografii succesive orizontul nu se schimbă prea mult însă se schimbă poziţia lui pe fotografii dacă între două poziţii sucesive (două expuneri) axul de fotografiere are înclinare diferită. În figura 6.19 se observă porţiunea

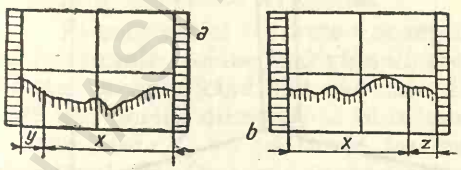


Fig. 6.19 — Două imagini succesive date de camera orizont laterală

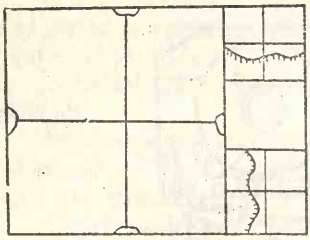


Fig. 6.20 — Imaginile camerelor orizont pe manșeta fotogramei

comună x, cea care dispare y și cea care apare z, în cazul unei fotografii laterale. Gradațiile de pe marginile fotografiilor servesc la stabilirea succesivă a înclinării axului de fotografiere și deci a diferenței de înclinare dintre două poziții succesive. Camera de front va da înclinarea φ, iar camera laterală înclinarea ω.

Unele camere aerofotogrammetrice moderne sînt construite în așa fel încît imaginile orizontului pe cele două direcții perpendiculare apar chiar pe manșeta fotogramei principale (fig. 6.20).

Statoscopul este un barometru-altimetru de precizie, ce se pune în funcție după ce avionul a atins plafonul de zbor necesar dat de altimetru. Indicațiile statoscopului sînt și ele fotografiate în momentul de priză de către o cameră mică așezată în poziție corespunzătoare și conexată la dispozitivul general. Diferența de înălțime dintre cîte două expuneri poate fi obținută astfel cu o precizie de chiar 1 m.

Deși indicațiile statoscopului și ale camerelor orizont sînt de valoare mult mai mare decît cele pe care le dă nivela sferică și altimetrul de bord, totuși problema orientării exterioare exacte a fotogramelor aeriene, numai după elementele ce se iau în timpul zborului, rămîne deschisă.

În această direcție s-au făcut totuși progrese. Astfel s-a căutat să se stabilizeze poziția camerei de priză cu ajutorul unor giroscoape dar nu s-a reușit decît în parte, sau să se permită expunerea numai cînd axul de fotografiere este vertical sau aproape vertical etc.

Plafonul propriu-zis de zbor se atinge după indicația unui altimetru obișnuit de bord. Există și altimetre radar folosite cu precădere la ridicarea pădurilor ce măsoară înălțimea camerei deasupra terenului cu o precizie maximă de ± 5 m. Arborii cu înălțimea lor nu afectează măsurarea.

Camere fotogrammetrice multiple. În special pentru a se fotografia suprafețe mai mari s-au construit aparate ce cuprind mai multe camere. Se citează aparate cu 2, 4, 5 și 9 obiectivi producînd tot atîtea fotograme.

În figurile 6.21 și 6.22 sînt date cîteva scheme pentru a se ilustra fie poziția camerelor, fie zona ce se cuprinde.

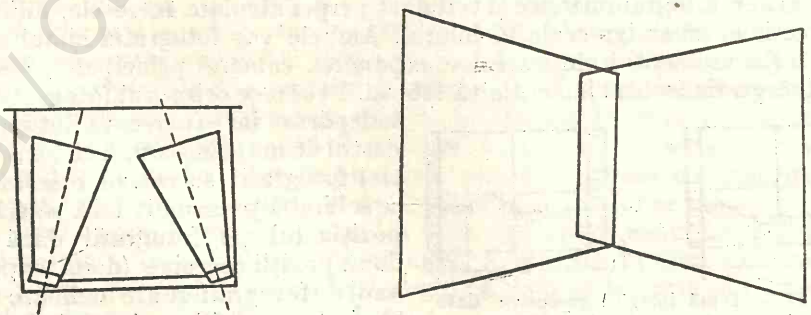


Fig. 6.21 — Aparat cu două camere așezate lateral ce dau imagini acoperite

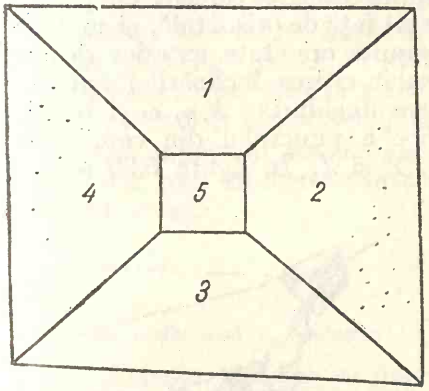


Fig. 6.22 — Zona acoperită de un aparat cu cinci camere

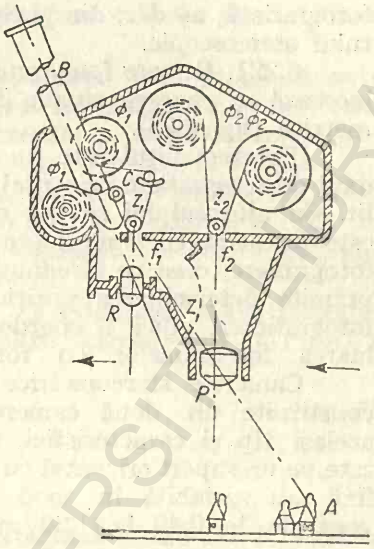


Fig. 6.23 — Schema camerei Aşafa-2

Camere speciale de fotografiere continuă prin fantă. O astfel de cameră fotoaeriană este Sonne sau Semenov (Aşafa-2) cu două obiective care lucrează simultan (sau independent) şi înregistrează imaginea terenului în mod continuu la scări diferite. Distanţa focală a unui obiectiv R este de 70 mm iar a celuilalt P de 210 mm (fig. 6.23). Raportul distanţelor focale fiind de 210 : 70 scara fotografiilor pe cele două filme se va găsi în acelaşi raport 3. Fotografierea se face continuu, filmul se deplasează în planul focal al camerei tocmai cu viteza v a imaginii în cadrul ferestrelor f_1 şi f_2 (fantelor) prin care pătrunde lumina.

Filmul este bobinat pe mosoarele (bobinele) φ_1 şi φ_2 trecînd prin cilindri zimţaţi z_1 şi z_2 care exercită o tensiune uniformă a filmului. Filmul trebuie să fie în continuă deplasare în raport cu deplasarea camerei (a avionului). Acordarea vitezei de deplasare a filmului cu iuţeala de zbor se face cu ajutorul sincronizatorului C. În acest scop operatorul priveşte prin tubul B în cîmpul căruia se vede deplasarea unui fir (cu viteza filmului) şi mişcarea imaginii terenului. Deplasarea filmului cu a imaginii se sincronizează în aşa fel încît să se satisfacă ecuaţia $v = \frac{f}{h} v_1$, unde v este viteza deplasării filmului, f distanţa focală a camerei, h înălţimea de zbor relativă (deasupra terenului), v_1 viteza avionului.

Filmele astfel obţinute vor reprezenta fotografii continue ale terenului nu fotograme izolate (individualizate). Dacă se urmăreşte obţinerea efectului stereoscopic (cînd sînt necesare două fotografii ale aceluiaşi decor obţinute din poziţii diferite), se obturează obiectivul R şi se ridică paravanul z. Prin fanta f_1 va pătrunde fasciculul de raze înclinate care trece prin obiectivul P. Deci prin acelaşi obiectiv se fotografiază simultan după două direcţii: una verticală şi alta înclinată. Aceeaşi porţiune de teren va fi

fotografiată, aşadar, din poziţii diferite, ceea ce va permite obţinerea efectului stereoscopic.

6.221. Camere fotogrammetrice terestre. În fotogrammetria terestră se lucrează cu camerele simple (fototeodolite) (fig. 6.24) sau cu camere stereometrice (fig. 6.25).

Fototeodolitul este un aparat compus dintr-o cameră de priză cu axul de fotografiere orizontal sau înclinabil faţă de orizontală, şi un teodolit. Cu ajutorul lui se pot obţine fotograme orientate exterior deoarece este înzestrat cu cercuri gradate ce permit citirea înclinărilor axului de fotografiere, ceea ce înseamnă cunoaşterea unghiurilor k, φ, ω şi totodată permite determinarea poziţiei topografice a punctului din care se face fotografierea, adică a coordonatelor X, Y şi Z. În figura 6.26 se arată luarea fotogramelor cu fototeodolitul.

Camerele stereometrice sînt constituite din două camere, de acelaşi tip şi caracteristici, montate pe un suport orizontal cu baza fixă sau variabilă în mod frecvent de la 0,40 la 1,20 m, iar

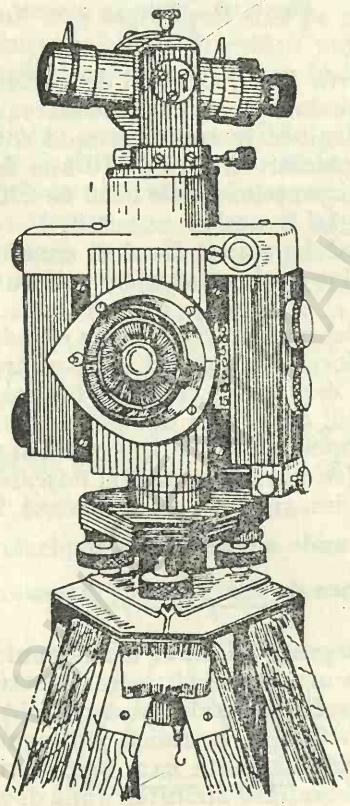


Fig. 6.24 — Fototeodolitul

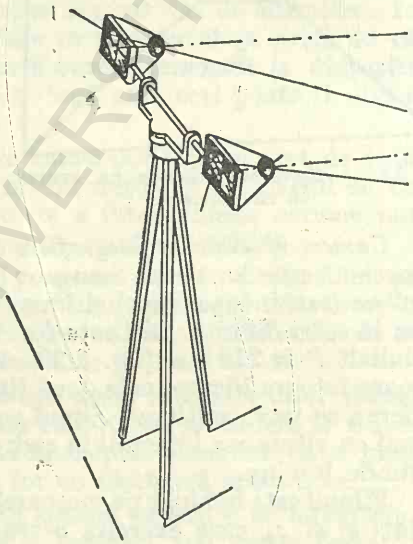


Fig. 6.25 — Camere stereometrice

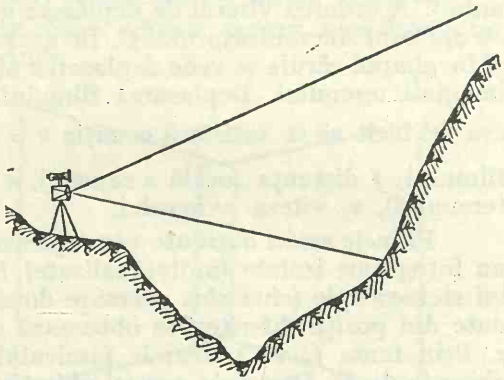


Fig. 6.26 — Luarea fotogramelor cu fototeodolitul

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

uneori chiar 4 m. Se folosesc mai mult în lucrări cu caracter de cercetare sau special.

6.222. **Aerofotografierea.** Dacă aerofotografierea este pregătită sub toate raporturile, operaţia propriu-zisă de zbor la înălţimea h şi la verticala liniilor trasate pe hartă (condusă cu vizorul) precum şi asigurarea acoperirilor longitudinale prin acţiunea reostatului *14* este în principiu simplă.

Ceea ce este foarte important este ca elementele aerofotografierii să fie atent pregătite. Astfel, în afară de cele arătate la § 6.21 şi § 6.22 se fac următoarele precizări în privinţa scării fotogramelor şi deci a înălţimii de zbor precum şi asupra timpului de expunere.

Între numitorul scării fotogramelor N_F şi numitorul scării planului de executat prin stereorestituţie şi chiar pentru fotoredresare G r u b e r a stabilit relaţia

$$N_F = c\sqrt{N_P} \tag{6.7}$$

unde

c este coeficientul de randament,

Coeficientul c a crescut progresiv de la valoarea medie 115 în 1930 la 130 în 1940 şi la circa 200—250 în 1960—65. În anumite cazuri a atins 280 şi chiar 300. Un coeficient c mare înseamnă mai puţine fotograme şi deci reperi mai puţini şi operaţii de orientare a fotogramelor mai puţine. Creşterea coeficientului de randament se datorează atît perfecţionării întregii aparaturi în ansamblul ei cît mai ales perfecţionării continue a obiectivilor fotogrammetrici şi a emulsiilor cu suportul lor.

Aplicaţie. Dacă N_P=5 000 şi $c = 150$ rezultă $N_F \cong 10\,000$. În continuare dacă $f \cong 0{,}20$ m rezultă $h \cong 2\,000$ m (relaţiile 6.5).

Privitor la timpul de expunere s-a făcut menţiunea că întrucît expunerea se face în timp ce avionul avansează este neapărat necesar ca timpul de expunere să fie mai mic decît o anumită limită, ce trebuie calculată, pentru ca imaginea că nu fie trenată.

Plecînd de la figura 6.27 unde în fracţiunea de timp în care are loc expunerea, avionul şi respectiv camera avansează cu distanţa D, imaginea p_1 a punctului din teren P descrie pe imagine linia $p_1 - p$ egală cu d. După figură se poate scrie $\frac{d}{D} = \frac{f}{h}$. Întrucît distanţa parcursă de avion este egală cu viteza de deplasare a avionului în timp rezultă:

$$D = v \cdot t \text{ sau } \frac{d}{v \cdot t} = \frac{h}{f} \text{ sau } t \leqslant \frac{d}{v} \cdot \frac{h}{f} \tag{6.8}$$

Condiţia de claritate cerută în general pentru lucrările de stereorestituţie este de $d \leqslant 0{,}05$ mm.

După criteriul funcţiei de transfer rezultă însă că trenarea $d \leqslant 0{,}05$ mm este mult prea mare (fig. 6.28) în raport cu performanţele actuale ale obiectivilor fotogrammetrici şi ale emulsiilor. Această condiţie trebuie reconsi-

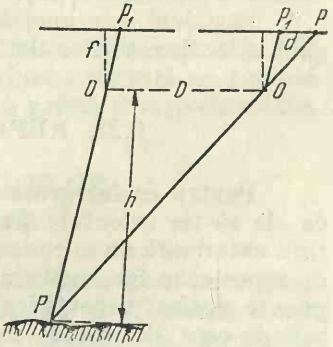


Fig. 6.27 — Trenarea

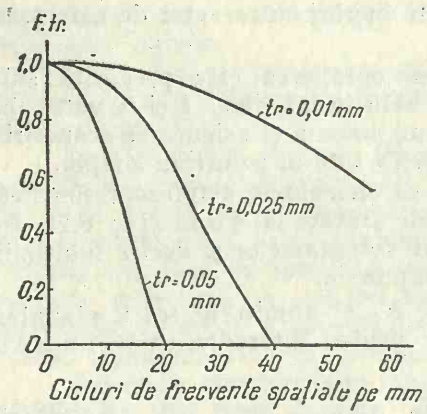


Fig. 6.28 — Funcţia de transfer a constrastului pentru diferite valori ale trenării

derată la cel puţin 0,03 mm, dacă nu chiar 0,025 sau 0,020 mm.

Dacă condiţia nu este îndeplinită se spune că imaginea este trenată. Din interpretarea relaţiei (6.7) rezultă că o înălţime de zbor h mare admite timpi de expunere mari pe cînd vitezele mari ale avionului şi distanţele focale mari ale camerelor reduc timpul de expunere. Orientativ, se consideră cazul unui avion de viteză $v = 200$ km/h adică circa 60 m/s, camera de $f = 0{,}20$ m iar înălţimea de zbor relativă de $h = 2\,000$ m. Dacă se ia $d \leqslant 0{,}03$ mm

$$t \leqslant \frac{0{,}03 \text{ mm} \cdot 2\,000 \text{ m}}{60 \text{ m/s} \cdot 0{,}20 \text{ m}} \leqslant \frac{1}{200} \text{ s}.$$

În afară de aspectul acesta geometric trebuie avut în vedere şi aspectul pur fotografic în sensul că timpul de expunere astfel limitat să fie suficient în condiţiile de luminozitate atmosferică, de sensibilitate a emulsiei, de deschidere relativă şi eventual filtrul folosit.

Privind în ansamblu problema trenării şi a timpului de expunere necesar se constată că rezultă o înălţime de zbor minimă, adică un plafon ce trebuie neapărat respectat sau depăşit pentru a nu se produce efectul de trenare. Dacă se exprimă h va rezulta:

$$h \geqslant \frac{t \cdot v \cdot f}{d} \tag{6.9}$$

După fotografiere, developare, copiere, întocmirea mozaicului şi controlul fotografierii, arătate la § 6.21. fotogramele se numerotează cu guaş alb pentru a se identifica uşor. Pe mozaic se mai scriu elementele comune întregului lot de fotograme şi anume: regiunea fotografiată, scara aproximativă a fotogramelor, distanţa focală a camerei fotogrammetrice, înălţimea medie de zbor, dată fotografierii şi echipajul.

Mozaicul este apoi fotografiat la o scară redusă pentru a servi drept ghid atît operatorilor de teren cît şi celor de la laborator.

6.23. REPERAJUL FOTOGRAMMETRIC

Pentru ca fotogramele să poată fi exploatate (restituite) este necesar ca ele să fie orientate (interior şi exterior). Întrucît elementele de orientare exterioară nu se cunosc, orientarea exterioară se face funcţie de puncte de reper care fac legătura între fotograme şi teren. Punctele de reper sînt puncte perfect indentificabile pe fotograme sau stereograme şi teren: colţuri de case, de poduri, de parcele, întretăieri de linii sau poteci, colţuri sau întretăieri de garduri, şi chiar capete de stînci, bolovani, gropi sau arbuşti

izolaţi dacă punctele sînt bine identificate şi detaliile permanente. În privinţa arbuştilor izolaţi trebuie observat să nu se confunde imaginea umbrei cu însuşi arbustul. Punctele în număr de patru de fotogramă, sau stereogramă, se aleg spre colţuri la distanţe de 1—3 cm de margine pentru a defini cît mai bine suprafaţa în cauză. Punctele alese se determină pe cale topografică în X, Y, Z în cadrul reţelei geodezice, se înţeapă pe fotogramă, se încercuiesc, iar pe spatele fotogramei se face o schemă de poziţie detaliată.

Punctele de reper necesare lucrărilor de redresare şi restituţie pot fi determinate şi pe cale fotogrammetrică (prin triangulaţii fotogrammetrice). Chiar în asemenea situaţii este necesar ca un anumit număr de puncte să se determine tot pe cale topografică (la capătul benzilor şi eventual la mijloc).

Uneori, în lucrări de precizie, dacă nu se găsesc suficiente puncte bine identificabile pe fotografii şi în teren (păduri, fîneţe şi păşuni întinse, lunci delte etc.), care să fie alese ca puncte de reper, se face un marcaj la teren înainte de fotografiere. Un astfel de marcaj constă din aplicarea pe teren, cu var, a unor semne (reperi artificiali) în formă de cercuri, cruci, cercuri cu cruci sau pătrate care să fie perfect vizibile pe fotograme (dimensiunile lor să fie ceva mai mari decît 1 : 30 000 din numitorul scării fotogramelor). Numărul reperilor artificiali trebuie să fie mai mare decît cel ce a ar rezulta ca necesar după fotografiere. Aceste puncte de reper se determină de asemenea pe cale topografică (prin radieri, drumuiri, intersecţii sau combinaţii) în X, Y, Z în cadrul reţelei geodezice.

6.3. FOTOGRAMMETRIA PLANIGRAFICĂ

6.30. GENERALITĂŢI

Restituţia fotogramelor una cîte una dă, aşa cum s-a arătat (la § 6.01. — Principii), numai rezultate planimetrice. Metoda este proprie terenurilor plane şi chiar uşor denivelate, în raport cu scara de reprezentare şi cu precizia ce se cere. Între fotograme (ca proiecţii centrale cu axele de fotografiere înclinate oricum) şi hartă (ca proiecţie ortogonală) se stabilesc relaţii proiective precise dacă terenul este plan.

Restituţia fotogramelor se poate face prin construcţii grafice şi prin proiecţie cu ajutorul fotoredresatoarelor cînd imaginea redresată se copiază fotografic (poate fi copiată şi grafic). Bineînţeles că există şi metode mixte.

6.31. RESTITUŢIA FOTOGRAMELOR PRIN CONSTRUCŢII GRAFICE

6.310. Baze geometrice. Se consideră cazul teoretic al unui teren plan orizontal. Fie O centrul de perspectivă al fotogramei F şi H planul hărţii (plan ce poate fi considerat drept planul terenului translatat cu elementele reduse la scară) (fig. 6.29). Unui fascicul de raze ce trece printr-un punct

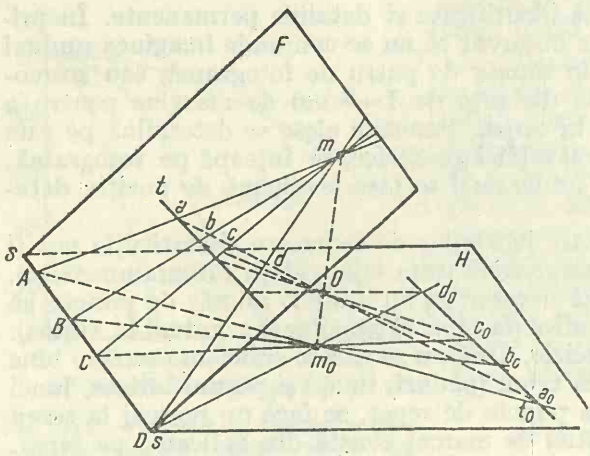


Fig. 6.29 — Fascicule perspective

oarecare m al fotogramei îi va corespunde fasciculul de raze ce trece prin m_0 în planul hărții. Razele celor două fascicule se intersectează pe linia de secțiune ss a celor două planuri în A, B, C, D. De asemenea unei drepte oarecare t îi va corespunde dreapta t_0. Corespondența dintre fotogramă și hartă este centrică și coliniară. Cele două fascicule de raze se găsesc în poziții perspective una față de cealaltă. Dacă planul fotogramei se rabate în planul hărții, după linia de secțiune ss (fig. 6.30) cele două fascicule de raze devin proiective.

Figura 6.30 arată cum se poate trasa în planul hărții o rază existentă în planul fotogramei (de ex. mB) dacă corespondența dintre cele două plane s-a făcut funcție de trei raze corespondente, existente în ambele planuri. Dacă razele existente în cele două planuri sînt mA, mB, mC, mD și respectiv m_0A, m_0C și m_0D, raza m_0B se obține funcție de mB pur și simplu prin unirea punctelor B și m_0 după ce s-a găsit linia de secțiune ss cu punctele A, B, C, D. Procedeul este valabil și pentru un punct, de exemplu punctul b_0 de pe dreapta t_0.

Poziția razei m_0b_0 ca și a punctului b_0 pe dreapta t_0 se poate stabili și numeric funcție de celelalte puncte făcînd uz de raportul anarmonic. Întrucît un fascicul de patru raze se secționează după același raport anarmonic, indiferent de poziția dreptei de secțiune, se poate scrie:

$$\frac{ac}{ad} : \frac{bc}{bd} = \frac{AC}{AD} : \frac{BC}{BD} = k \qquad (6.10)$$

Întrucît și dreapta t_0 secționează fasciculul de raze după același raport anarmonic, deoarece cuprinde punctele A, B, C, D, poziția punctului necunoscut b_0 se poate obține numeric funcție de celelalte puncte ale dreptei t_0 dacă se scrie de exemplu:

$$b_0c_0 = b_0d_0 - c_0d_0$$

și

$$a_0c_0 = a_0d_0 - c_0d_0 \qquad (6.11)$$

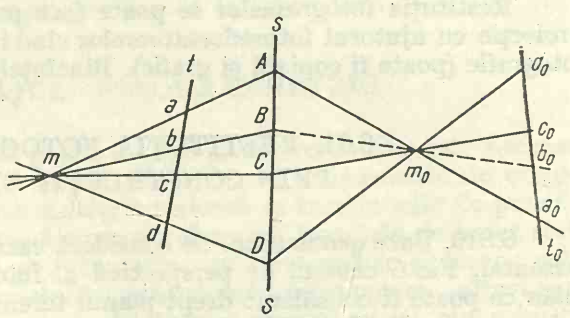


Fig. 6.30 — Fascicule proiective

BCU IAȘI - CENTRU UNIVERSITAR

de unde:

$$b_0d_0 = \frac{k \cdot a_0d_0 \cdot c_0d_0}{(k-1)a_0d_0 + c_0d_0} \qquad (6.12)$$

Pe aceste considerente se întemeiază diferite procedee de restituţii grafice.

6.311. **Restituţia grafică prin procedeul fîşiilor de hîrtie,** numită şi a rapoartelor anarmonice. În figura 6.31 se arată modul cum se transportă (reprezintă) în plan un punct p_0 după imaginea lui p depe fotogramă funcţie de poziţiile cunoscute în plan a patru puncte de pe fotogramă a, b, c, d (se cere ca trei puncte să nu fie plasate pe o dreaptă). Se procedează astfel:

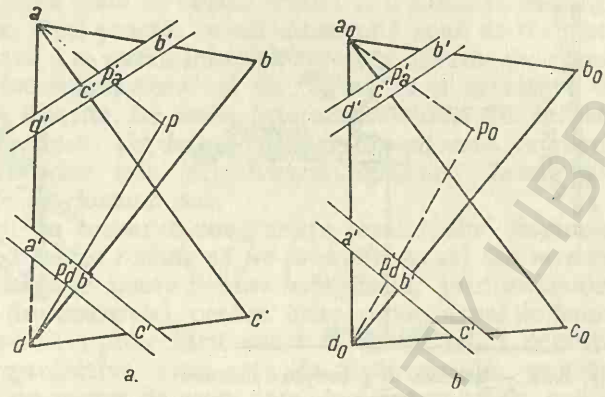


Fig. 6.31 — Metoda fîşiilor de hîrtie
a — fotogramă; *b* — hartă (plan).

— se ia un punct a ca vîrf al fasciculului de raze ab, ac, ad şi ap. unde p este un punct de restituit: razele respective se trasează pe fotogramă şi totodată se trasează pe plan razele a_0b_0, a_0c_0 şi a_0d_0;

— se ia o fîşie de hîrtie ce se aşază peste fasciculul de raze din a şi se notează razele b', c', d' şi p'_a,

— se transportă fîşia în plan (pe hartă) şi se potriveşte în aşa fel peste fasciculul de raze din a_0 încît indicii b', c' şi d' să corespundă cu cele trei direcţii fixe şi se notează pe plan direcţia p_a.

— se procedează la fel şi într-un al doilea punct, de exemplu în d şi se va obţine p'_a;

— punctul p_0 se va găsi la intersecţia razelor $a_0p'_a$ cu $d_0p'_a$.

Dacă operaţiile se repetă şi din punctul b sau c trebuie să se obţină aceeaşi poziţie p_0 în limitele erorilor grafice.

Metoda se poate aplica tuturor punctelor caracteristice urmînd ca restul punctelor, inclusiv detaliile propriu-zise, să se transpună prin interpolare simplă la vedere.

Metoda este greoaie dar nu necesită aparataj specializat.

6.32. REDRESAREA OPTICO-GRAFICĂ CU AJUTORUL CAMEREI CLARE

Schema de principiu a camerei clare este dată în figura 6.32. Operatorul vede simultan atît imaginea fotogramei aşezată aproximativ vertical pe suportul ei prin reflexie pe O şi suprafaţa semiargintată a prismei P, cît şi lungimea hărţii aşezată pe planşeta de lucru prin reflexie-refracţie prin prisma P. Datorită faptului că planul fotogramei este înclinabil şi datorită faptului că ansamblul oglindă prismă poate fi apropiat de fotogramă şi totodată împreună cu aceasta poate fi înălţat, respectiv apropiat

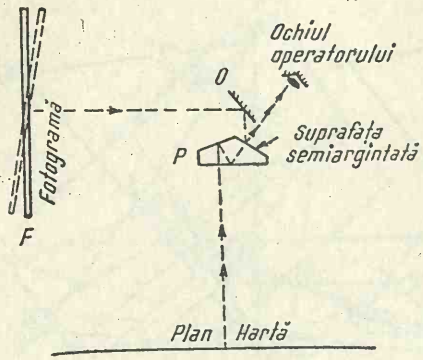


Fig. 6.32 — Schema de principiu a camerei clare

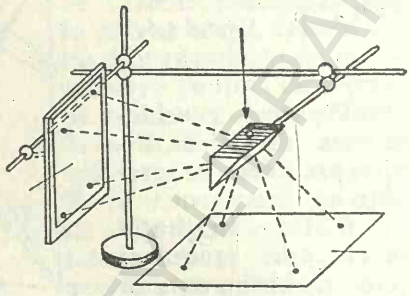


Fig. 6.33 — Cameră clară

de hartă, se poate realiza suprapunerea imaginilor punctelor de pe fotogramă cu corespondentele lor de pe hartă, adică se poate face redresarea fotogramei figura 6.33. Desigur că operaţia implică o succesiune de mişcări coordonate specific. O dată redresarea realizată, urmează desenarea imaginii văzută proiectată pe planşetă, urmărind, desenînd cu creionul, liniile şi detaliile ce trebuie să figureze pe plan. Camera clară este folosită pe scară mare la reambularea hărţilor, cînd redresarea nu se mai face pe puncte şi pe detaliile de planimetrie rămase neschimbate. După ce s-a făcut redresarea se desenează detaliile noi cu un creion negru şi se anulează de pe hartă cu creion roşu detaliile ce nu mai apar pe fotogramă.

6.33. FOTOREDRESAREA

6.330. **Principii.** În condiţii de lucru normale, transformarea imaginilor fotografice înclinate în imagini redresate (de o anumită scară) se face pe cale optică cu ajutorul fotoredresatoarelor.

Fotoredresatoarele sînt instrumente de proiecţie fotografică perfecţionate care trebuie să asigure *imagini clare* şi *în scară* (adică să permită facerea corespondenţei proiective dintre fotogramă şi hartă).

Imagini clare se obţin atunci cînd este îndeplinită condiţia lui Scheimpflug (planul clişeului, planul obiectivului şi planul planşeteihărţi se intersectează după o linie) şi condiţia lentilelor $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ pentru toate punctele imaginii.

Imagini la anumită scară se obţin atunci cînd patru puncte din planul fotografiei se suprapun în proiecţie cu corespondentele lor ridicate şi raportate pe hartă cu condiţia ca trei puncte să nu fie în linie dreaptă.

Dacă fotoredresatorul este construit pe *principiul conservării congruenţei razelor* din momentul de priză, condiţia de scară se realizează uşor, deoarece se înscrie în principiul reversibilităţii fenomenelor în optica geometrică, pe cînd condiţia de claritate cunoaşte anumite limitări. Aceste limitări se

datorează faptului că imaginea clară se obține numai la o anumită distanță *b* dacă *f* și *a* sînt constante. Deși practic există o anumită zonă de claritate totuși este evident că pentru a se putea lucra cu rapoarte diferite de transformare este necesar ca fotoredresatorul să fie dotat cu o garnitură de obiectivi de distanțe focale diferite. De aceea, fotoredresatoarele din această categorie au o răspîndire redusă. Un fotoredresator din această categorie este așa-numitul fotoredresator mic (Kleinentzerungsgerat) Zeiss care lucrează cu clișee derivate de format mic.

Dacă fotoredresatorul nu conservă congruența razelor, cînd *fasciculul de raze* proiectat de fotoredresator *trebuie să fie proiectiv cu cel din momentul de priză*, condiția de claritate poate fi bine îndeplinită, prin mijlocirea unor dispozitive mecanice (inversoarele), pentru orice raport uzual de transformare. Condiția propriu-zisă a proiectării exact în scară, adică condiția asigurării corespondenței proiective, care este de fapt operația propriu-zisă de redresare, necesită un proces de lucru care, deși din punct de vedere teoretic este perfect elucidat, practic cunoaște anumite limitări de precizie. Marea majoritate a fotoredresatoarelor fac parte din această categorie. Se disting mai multe grupe și tipuri de aparate după gradul de automatism, după numărul mișcărilor independente și după cum planșeta pe care se proiectează imaginea se poate înclina numai după un singur ax sau două.

6.331. **Bazele optico-mecanice ale fotoredresării.** Să presupunem cazul general al unei fotograme înclinate (fig. 6.34) ce cuprinde o suprafață de teren plană și proiectată într-un plan (*SH*). Cele două plane se găsesc în poziții perspective față de centrul *O*. Se notează cu *F* punctul de fugă ce se găsește la intersecția planului clișeului (fotogramei) cu paralela dusă prin *O* la planul terenului-proiecției.

Pentru ca perspectivitatea dintre cele două planuri să se mențină atunci cînd se modifică poziția planului de proiecție (se înclină de un unghi oarecare β în jurul liniei de secțiune *s* a planului clișeului cu cel al proiecției) este suficient ca și centrul de colineație *O* să se rotească în jurul punctului de fugă *F* cu același unghi β. Astfel, corespondentul pe hartă *H* al punctului principal *H'* ajunge în (*H*) iar punctele oarecare *P*, *R* etc. ajung în (*P*), (*R*) etc. De asemenea *O* ajunge în (*O*). Se observă că poate exista o infinitate de situații de perspectivitate între fotogramă și proiecție.

Dar centrul de colineație *O* nu este un punct fără însușiri fizice. El este un obiectiv fotografic ce trebuie să asigure totodată și imagini clare în proiecție. De aceea, este necesar să fie îndeplinite și condițiile de claritate adică condiția lui S c h e i m p f l u g (care cere înclinarea obiectivului) și condiția lentilelor.

Întrucît în practică planul obiectivului va avea o poziție neschimbată (ca înclinare) în general orizontală, lucrurile se vor prezenta ca în schema din figura 6.35. Pentru a se ajunge la poziția finală (*O*) a obiectivului (de fapt permanentă) vom considera o poziție inițială a obiectivului în *O* și punctul principal *H'*. Se va proceda întocmai ca la figura 6.34. adică se va roti planșeta și obiectivul de același unghi β. Poziția (*O*) a obiectivului asigură îndeplinirea nu numai a condițiilor de perspectivitate ci și a celor de claritate, așa cum rezultă de pe figură. Figura mai relevă o observație foarte importantă și anume că dacă *H'* s-a găsit inițial în axul obiectivului *O*, el nu se mai găsește și în axul obiectivului (*O*) ci la o distanță $d = H'V'$.

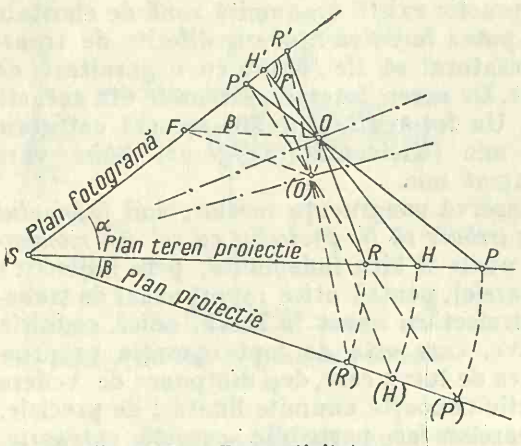


Fig. 6.34 — Perspectivitate

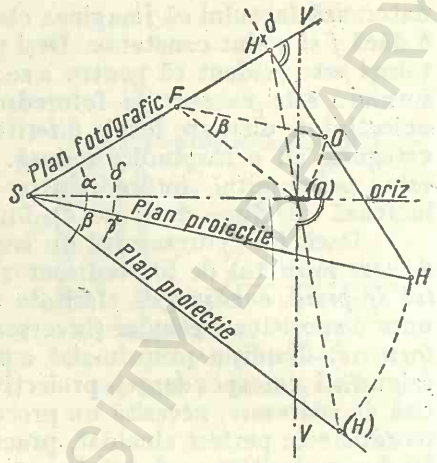


Fig. 6.35 — Descentrarea fotogramei

Calculul descentrării d a clișeului (fotogramei) se urmărește cu ușurință în fig. 6.36. unde s-a notat cu O_p și f_p obiectivul și respectiv distanța focală a obiectivului camerei de priză a) și cu O_r și f_r obiectivul și respectiv distanța focală a obiectivului fotoredresatorului *b*).

Dacă h = înălțimea relativă și N numitorul scării se poate scrie:

$$SF = \frac{h}{N \sin \alpha} \quad \text{și} \quad FO_p = FO_r = \frac{f_p}{\sin \alpha} \tag{6.13}$$

Întrucît, în cazul redresării (fig. 6.36. *b*), punctul de fugă F reprezintă imaginea dreptei de la infinitul dreptei SH înseamnă că F se găsește în

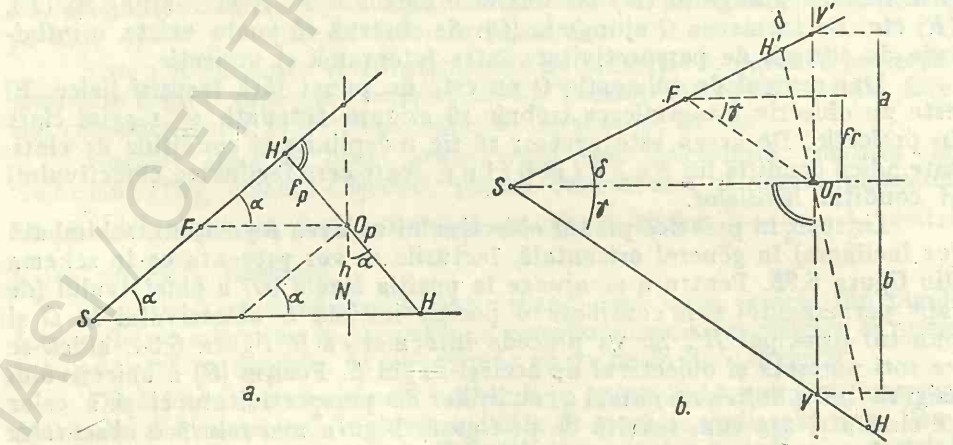


Fig. 6.36 — Calculul descentrării

BCU IAȘI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

focarul obiectivului de redresare O_r, adică la distanța f_r de acesta. Prin urmare.

$$\sin \delta = \frac{f_r}{SF} = \frac{f_r}{h} N \sin \alpha \text{ și } \sin \gamma = \frac{f_r}{FO_r} = \frac{f_r}{f_p} \cdot \sin \alpha \qquad (6.14)$$

Totodată $\frac{b}{a} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg} \delta} = u$

Acum se poate scrie:

$$d = FV' - FH' = SF \frac{a}{b} - f_p \operatorname{ctg} \alpha = \frac{f_r}{u \sin \delta} - f_p \operatorname{ctg} \alpha \qquad (6.16)$$

Dacă se fac unele transformări, dezvoltări în serie și grupări se poate obține

$$d = \frac{f_r}{2} \left[\frac{f_p^2}{f_r^2} - 1 + \frac{1}{u^2} \right] \operatorname{tg} \gamma + \ldots \qquad (6.17)$$

sau,

$$d = \frac{f_r}{2 \operatorname{ctg} \gamma} \left[\frac{f_r^2}{(b - f_r)^2} + \frac{f_p^2}{f_r^2} - 1 \right] + \ldots \qquad (6.18)$$

Se observă că dacă înclinarea planșetei de proiecție $\gamma \to 0$ atunci și $d \to O$. În acest caz fotograma este nadirală și aducerea ei în scară se realizează simplu, printr-o transformare uniformă (mărire sau micșorare).

Dacă terenul nu este orizontal, așa cum s-a considerat aici, ci înclinat doar tot plan va fi necesară și o descentrare a clișeului în lungul axului de înclinare pentru a se realiza corespondența proiectivă între fotogramă și proiectata ei redresată.

Cele două descentrări discutate aici reprezintă totodată două grade de libertate respectiv mișcări necesare în procesul fotoredresării. În total trebuie să existe cinci grade de libertate cerute de condiția ca două figuri perspective plane să poată fi aduse din nou în poziție perspectivă.

Cele cinci grade de libertate sînt realizate diferit (unele din ele) în fotoredresatoare construite pe principii diferite.

Notă. Pentru construcția fotoredresatoarelor este important ca descentrarea să se realizeze automat funcție de înclinări avîndu-se în vedere, evident, constantele constructive ale fotoredresatorului.

Menționăm expresia obținută de Dr. Gherasim Marton

$$d = \frac{f_r}{u} \cdot \operatorname{tg} \delta + \frac{f_p - f_r}{f_r} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \qquad (6.19)$$

care permite realizarea comodă a mecanismelor care să asigure descentrarea automată deodată cu înclinarea planșetei, respectiv cu a clișeului.

6. 332. **Fotoredresatoare cu fascicule modificate.** La un fotoredresator, ca aparat de proiecție se disting următoarele părți principale: obiectivul de proiecție, portclișeul în care se așază clișeele originale (negativele) cu pelicula spre obiectiv, planșeta de proiecție și dispozitivul de lumina-

re. Totodată, corespunzător cu gradul de automatism se găsesc dispozitive care asigură îndeplinirea condiției lui Scheimpflug, a relației lentilelor, precum și dispozitive pentru acționarea mișcărilor. Din categoria fotoredresatoarelor celor mai răspîndite, adică a acelora care nu realizează aceeași congruență a razelor cu cea din momentul de priză, ci doar proiectivitatea cu acestea, sînt fotoredresatoarele cu axul vertical. Acestea la rîndul lor se pot grupa în fotoredresatoare cu planul obiectivului strict orizontal SEG. I Zeiss; E_2 Wild etc. și cu planul obiectivului înclinabil SEG. IV și SEG. V Zeiss etc.

Fotoredresatorul SEG. I Zeiss este un aparat universal de redresare bine reprezentat în dotația instituțiilor fotogrammetrice de la noi (fig. 6.37 și 6.38). Planul obiectivului *O* fiind fixat în poziție orizontală, planșeta se înclină într-un singur sens după un ax paralel cu cel în jurul căruia se înclină și clișeul.

Clișeul se introduce în portclișeul *F* și este proiectat de către proiectorul *L* (oglindă parabolică) prin obiectivul *O* pe planșeta *P*. Cele cinci mișcări corespunzătoare celor cinci grade de libertate sînt:

— mișcarea pe verticală, acționată dintr-un disc de picior, pentru modificarea distanței dintre obiectiv și planșetă, inclusiv dintre obiectiv și clișeu (condiția lentilelor), pentru a se mări sau micșora scara de proiecție;

— mișcarea de înclinare a planului planșetei, pentru redresarea imaginii proiectate și deci inclusiv înclinarea planului clișeului simultan (condiția S c h e i m p f l u g), acționată din celălalt disc de picior;

— mișcarea de rotire a portclișeului (inclusiv a clișeului), acționată de un mîner;

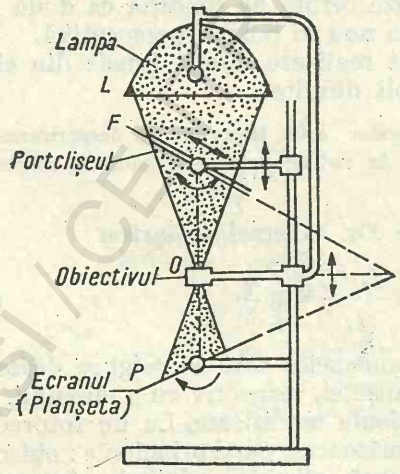


Fig. 6.37 — Schema fotoredresorului SEG. I Zeiss

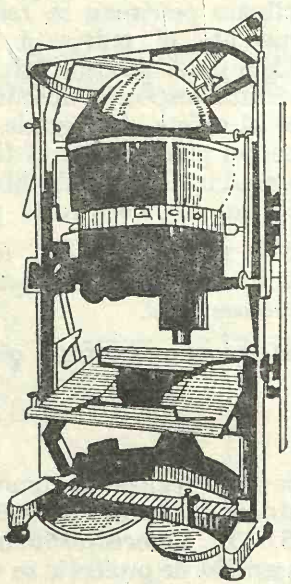


Fig. 6.38 — Vederea fotoredresorului SEG. I Zeiss

— mişcarea de descentrare a clişeului perpendicular pe axul de înclinare a clişeului, acţionată de un mîner;

— mişcarea de descentrare a clişeului paralel cu axul de înclinare a clişeului, acţionată de asemenea de un mîner.

Instrumentul este automat deoarece în orice situaţie de scară respectiv de înclinare ar fi adusă imaginea proiectată pe planşetă ca urmare a acţionării uneia sau mai multor mişcări, ea se formează întotdeauna clară, în mod automat. Pentru aceasta aparatul este prevăzut cu inversoare şi anume: cu două inversoare de scară (rectangulare) pentru asigurarea îndeplinirii relaţiei lentilelor şi un inversor perspectiv (Carpentier) pentru îndeplinirea condiţiei lui S c h e i m p f l u g .

Inversorul rectangular (fig. 6.39) format din două braţe dispuse în unghi drept în R care se găseşte la distanţa f de planul vertical al axului obiectivului iar punctele telescopice T şi T' de asemenea la distanţele f de planul clişeului respectiv planşetei. Întrucît distanţa $AO = a = f + x$ şi $OA' = b = f + x'$, indiferent de unde se măsoară f sau x şi deoarece în triunghiul dreptunghic RTT' înălţimea coborîtă din vîrful R este medie proporţională între cele două segmente, se scrie $\overline{RO}^2 = f^2 = xx'$. Aceasta este tocmai relaţia lui N e w t o n (caz particular de exprimare a relaţiei lentilelor).

Inversorul Carpentier (fig. 6.40) este format dintr-un liniar puternic ce pivotează în jurul unui punct S. El controlează şi determină poziţia planului clişeului prin pîrghia AN_1 perpendiculară pe planul clişeului şi poziţia planului planşetei prin pîrghia $A'M_1$ perpendiculară pe planul planşetei. Punctele N_1 şi M_1 sînt puncte de contact şi sprijin în aşa fel încît să se plimbe întotdeauna pe ghidajele orizontale N_1N respectiv M_1M la

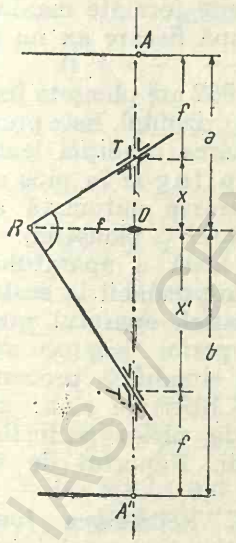


Fig. 6.39 — Schema inversorului rectangular

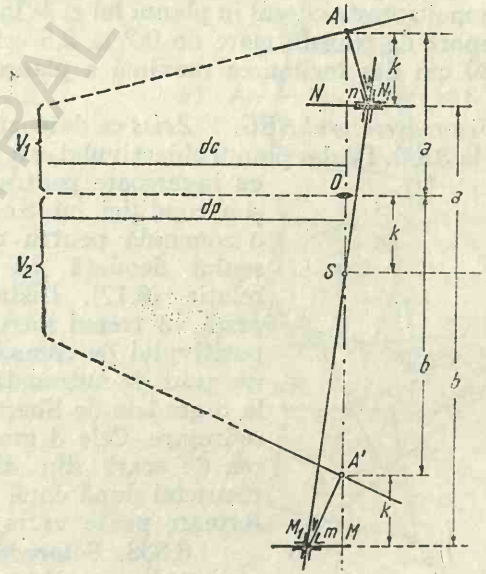


Fig. 6.40 — Schema inversorului Carpentier

BCU IAŞI CENTRAL UNIVERSITARY

distanța constantă k. Tot la distanța k se găsește și punctul S sub nivelul obiectivului aparatului. Pentru demonstrarea îndeplinirii condiției lui Scheimpflug este suficient să se arate că $dc = dp$, adică depărtarea la care are loc intersecția planului clișeului cu acela al obiectivului este egală cu depărtarea la care are loc intersecția planului planșetei cu planul obiectivului. În triunghiurile asemenea V_1OA și ANN_1 se poate scrie

$$\frac{dc}{a} = \frac{k}{n} \quad \text{sau} \quad dc = \frac{a}{n} \cdot k \tag{6.20}$$

iar în triunghiurile asemenea V_2OA' și $A'MM_1$

$$\frac{dp}{b} = \frac{k}{m} \quad \text{sau} \quad dp = \frac{b}{m} \cdot k \tag{6.21}$$

Pentru ca dc să fie egal cu dp este necesar să rezulte:

$$\frac{a}{n} = \frac{b}{m}$$

lucru ce reiese din raportul catetelor triunghiurilor opuse la vîrf SNN_1 și SMM_1.

Raportul de transformare a imaginii proiectate poate varia în limitele 0,7 la 5 ori.

Planul planșetei poate fi înclinat pînă la 50^g. Clișeele de redresat pot avea format pînă la maximum 23 × 23 cm.

Fotoredresatorul SEG. IV Zeiss are planul clișeului neînclinabil însă planșeta este înclinabilă după două axe cînd evident este înclinabil și planul obiectivului (fig. 6.41). Există tot cinci grade de libertate însă față de SEG I nu se mai rotește clișeul în planul lui ci se înclină planșeta și după al doilea ax. Raport de transformare de 0,7 la 2,5 ori. Admite formate maxime de 30 × 30 cm dar înclinarea maximă a planșetei după fiecare ax nu poate depăși 16^g.

Fotoredresatorul SEG. V Zeiss ce datează din 1952 are planșeta înclinabilă ca la SEG. IV dar planul obiectivului este mereu orizontal. Este prevăzut cu inversoare pentru realizarea condiției lentilelor și a condiției lui Scheimpflug și în plus există o comandă pentru descentrarea automată a clișeului deodată cu înclinarea planșetei, după relația (6.17). Distanța focală a aparatului de priză va trebui introdusă în prealabil la scala dispozitivului de comandă. Astfel, aparatul prezintă un grad de automatism superior deoarece reduce la 3 gradele de libertate și simplifică procesul de redresare. Cele 3 grade de libertate sînt: mișcarea de scară din discul de picior și înclinările planșetei după două direcții. Raportul de transformare poate varia de la 0,5 la 6,4 ori.

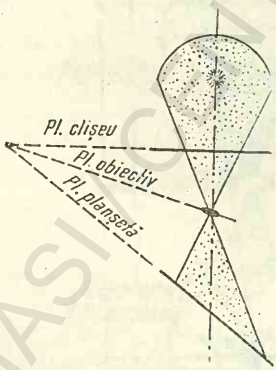


Fig. 6.41 — Schema fotoredresorului SEG. IV

6.333. **Fotoredresarea.** Redresarea imaginii proiectate pe planșeta fotoredresatorului se face de obicei după patru puncte de reper raportate pe o

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

oaie (de hîrtie) ce se poate aşterne şi deplasa pe planşetă. Aducerea în suprapunere a imaginii proiectate a celor patru puncte peste corespondentele lor se face prin mişcări succesive şi coordonate asupra gradelor de libertate.

Pentru înţelegerea şi acţionarea mişcărilor să presupunem patru puncte (ce formează un patrulater) *1, 2, 3, 4,* proiectate pe planşeta înclinată a fotoredresorului SEG. I (fig. 6.42) astfel că patrulaterul ia forma de trapez. Punctele *1* şi *2* se proiectează pe partea de sus a planşetei. Punctele *1', 2' 3'* şi *4'* arată poziţia corespunzătoare după efectuarea mişcării. Efectul celor 5 mişcări discutate la § 6.332. în ordinea lor: 1) modificarea scării proiecţiei (mărirea ei); 2) înclinarea planşetei de proiecţie (spre înainte); 3) rotirea clişeului (de la dreapta spre sînga); 4) descentrarea clişeului perpendicular pe axul de înclinare (din urmă spre înainte) şi 5) descentrarea clişeului în lungul axului de înclinare (de la stînga spre dreapta).

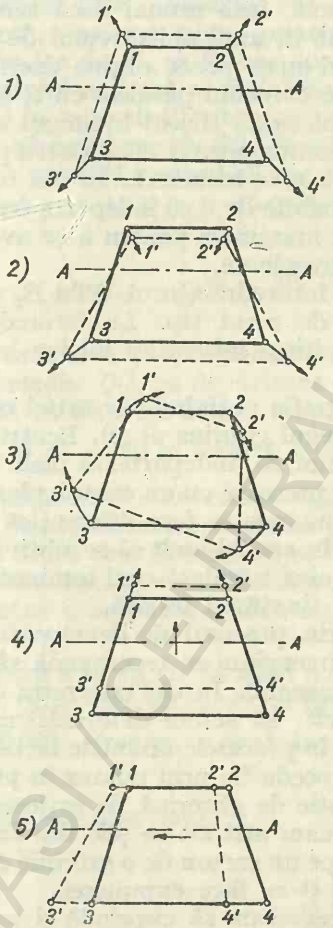


Fig. 6.42 — Efectul mişcărilor la fotoredresorul SEG. I

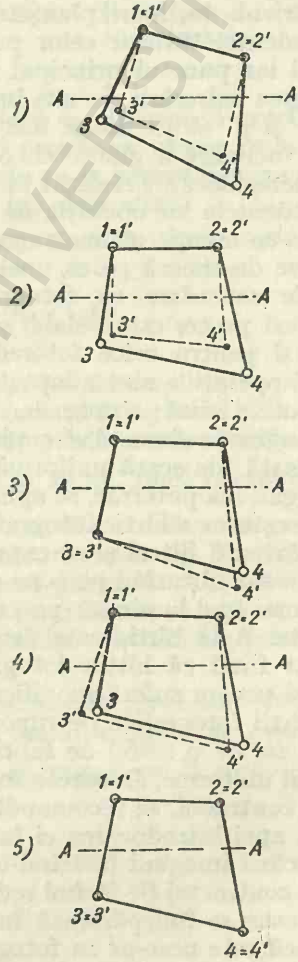


Fig. 6.43 — Succesiunea operaţiilor de redresare la SEG. I

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

În figura 6.43 se arată succesiunea operațiilor de redresare la SEG. I, unde cu *1*, *2*, *3*, *4* s-au notat punctele de reper raportate iar cu *1'*, *2'*, *3'* și *4'* imaginile corespondentelor lor proiectate pe planșeta fotoredresatorului.

1) Se pleacă cu clișeul aproximativ în centrul portclișeului și cu planșeta aproximativ orizontală; se aduc în suprapunere imaginile punctelor *1'* și *2'* cu *1* și respectiv *2* prin schimbarea scării și deplasarea foii cu puncte raportate. Punctele *3'* și *4'* trebuie să cadă în interiorul patrulaterului *1*, *2*, *3*, *4*. Corespondența punctelor *1'* cu 1 și 2' cu *2* trebuie să fie permanentă pentru întregul proces de redresare. 2) Se rotește clișeul pînă ce imaginile *1'* și *2'* se aduc aproximativ în paralelism cu axul de înclinare *AA* al planșetei și înapoia lui. 3) Se aduce în suprapunere și un al treilea punct acționînd asupra înclinării planșetei și rotirii clișeului. 4) Se deplasează (descentrează) clișeul perpendicular pe axul de înclinare. Prin aceasta, în corelație cu mici modificări ale înclinării planșetei și a rotirii clișeului se poate reuși facerea corespondenței tuturor celor patru puncte, însă numai dacă terenul este orizontal iar punctul principal s-a situat în axul obiectivului de proiecție la începerea redresării. În alte împrejurări nu se poate obține decît ca imaginile *3'* și *4'* să fie aduse într-o poziție oarecum paralelă cu *3* și *4* și cu axul de înclinare a planșetei. 5) Se deplasează clișeul în lungul axului de fotografiere. Dacă s-a realizat bine coincidența tuturor celor patru puncte cu corespondentele lor operația de redresare este încheiată. În caz contrar se vor relua cu atenție ultimele operații. Înainte de a se îndepărta foaia de redresare se desenează pe ea unele detalii marginale pentru a se avea și elemente de racordare cu fotogramele învecinate.

Acest proces este valabil și pentru fotoredresatorul Wild E_2 și F.T.M. precum și pentru orice fotoredresator de acest tip. La fotoredresatorul SEG IV operațiile sînt adaptate la specificul mișcărilor lui iar la SEG. V simplificate, adică reduse la trei.

Imaginea redresată se copiază fotografic obținîndu-se astfel o fotografie redresată (de scară uniformă pe întregul cuprins al ei). Pentru aceasta se diafragmează puternic, se aplică un ecran, se îndepărtează foaia de redresare și se așterne o hîrtie fotografică ce se presează cu un cristal plan paralel, se îndepărtează filtrul și se expune. Expunerea se face diferențiat mînuind un carton sau obturînd pe zone cu mîna în așa fel încît să se obțină o imagine cît mai egal luminată pe cuprinsul ei și totodată egal luminată cu cele învecinate. Apoi hîrtia este developată, fixată, și uscată.

Dat fiind că hîrtia fotografică prin procesul de developare, fixare, spălare și uscare suferă modificări de dimensiuni se recomandă să se folosească hîrtii fotografice pe suport indeformabil. În caz contrariu cel puțin hîrtia să fie de o astfel de fabricație încît să sufere deformări mici și pe cît posibil uniforme. Deoarece în general în procesele amintite hîrtia pînă la urmă se contractă, se recomandă a se proceda fie prin udarea în prealabil a hîrtiei și apoi introducerea ei într-o soluție de glicerină fie acționarea ușor asupra scării imaginii (mărind-o puțin, cam atît cît se știe din experiență că se va contracta) fie făcînd redresarea pe un carton de o grosime corespunzătoare care se îndepărtează înainte de a se face expunerea.

Dacă este necesar ca fotogramele redresate să cuprindă și rețeaua de cadrilaj, se vor folosi cristale de presiune cadrilate ce se vor aplica cu liniile pe planșetă după ce pe ele s-au aplicat punctele de reper în pozițiile lor.

6.334. **Efectul denivelărilor terenului asupra redresării.** Întrucît întreaga problemă s-a discutat în ipoteza terenurilor plane, trebuie văzut care sînt implicaţiile denivelărilor.

Să considerăm schema de la figura 6.44 unde s-a luat cazul unei fotograme aeriene cu axul de fotografiere vertical, sau practic vertical, şi planul fotogramei FF pozitiv, în faţa obiectivului. Dacă se ia planul mediu QQ al terenului drept plan de proiecţie se observă că punctele oarecare P şi R vor da pe fotogramă imagini în p' şi r' astfel că prin proiecţie vor da pe planşetă, deci pe plan, punctele P_1 şi R_1 în loc de P_0 şi R_0 aşa cum o cere principiul de bază al ridicărilor. Totodată se observă că erorile e şi e' se produc în sensuri diferite dacă cele două puncte se găsesc de o parte şi de alta a planului mediu QQ. Numai punctele ce se găsesc în planul mediu precum şi punctul nadiral N fac excepţie (nu dau erori).

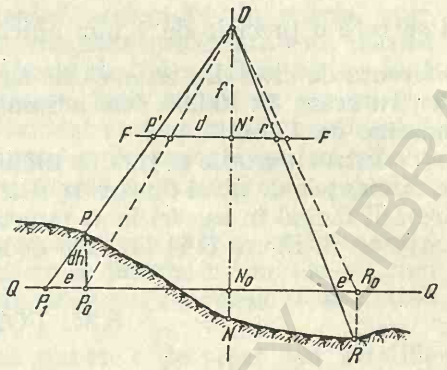


Fig. 6.44 — Erorile provocate de denivelările terenului

Triunghiurile PP_0P_1 şi $ON'p'$ fiind asemenea se poate scrie:

$$\frac{e}{dh} = \frac{d}{f} \text{ de unde: } e = \frac{d}{f} \cdot dh \qquad (6.22)$$

adică eroarea este proporţională cu diferenţa de nivel dh dintre punctul P şi planul mediu QQ, cu depărtarea d de la centrul fotogramei şi invers proporţională cu distanţa focală a aparatului de priză. Dacă $d = 6$ cm; $f = 20$ cm şi $dh = 50$ m rezultă $e = \frac{6}{20} \cdot 50 = 15$ m. Dacă planul se redresează la scara 1 : 10 000 rezultă $e_{plan} = 1{,}5$ mm. Este evident că pe măsură ce scara de reprezentare scade în aceeaşi măsură devine şi efectul mai mic şi invers. Dacă este necesar să se întocmească planurile redresate ale unor terenuri accidentate se vor lua măsuri ca fotografierea să se facă cu acoperire mare pentru a se putea utiliza numai porţiunile centrale ale fotogramelor (d mic).

Pentru a se şti cît de mari pot fi diferenţele de nivel din teren, pentru ca erorile provocate de ele să nu depăşească anumite limite, se pleacă de la relaţia (6.22). Eroarea redusă la scara de redresare va fi $e_r = \frac{d}{f} \cdot \frac{dh}{N}$

unde

N este numitorul scării.

Prin urmare

$$\frac{dh}{N} = e_r \cdot \frac{f}{d} \cdot \qquad (6.23)$$

Dacă $f = 20$ cm şi $d_{max\ util} = 12$ cm pentru o fotogramă de format 24/24

și se cere o precizie de 1 mm adică $e_r < 0{,}001$ m se obține $\frac{dh}{N} < \frac{1}{600}$ adică diferența de nivel din teren să fie mai mică decît 1/600 din numitorul scării. Pentru scara 1 : 10 000 s-ar admite, în aceste condiții, diferențe de nivel maxime de 17 m.

Întrucît erorile se produc radial din punctul nadiral, dacă s-ar cunoaște diferențele de nivel din teren, s-ar putea ține seama de ele în procesul redresării făcînd în așa fel încît punctele de deasupra să se puncteze mai departe ca în figura 6.44 iar cele dedesubt mai aproape de punctul nadiral.

6.34. FOTOPLANUL

6.340. **Întocmirea fotoplanului.** Planul fotografic, sau simplu fotoplanul, se obține prin asamblarea fotogramelor redresate. Fotogramele dintr-un lot, fiind redresate, au toate aceeași scară astfel că pot fi ușor asamblate.

Asamblarea se face pe o planșă (de aluminiu, zinc, electron, placaj etc.) cașerată cu hîrtie de desen pe care s-au raportat în prealabil reperii fotogrammetrici. Operația propriu-zisă de asamblare și fixare a fotogramelor pe planșă în așa fel încît punctele de pe fotogramă să corespundă cu reperii, respectiv detaliile fotografice să aibă continuitate pe celelalte fotograme, se poate face după tehnici diferite ca și operația de lipire și îndepărtare a porțiunilor comune (suprapuse).

Asamblarea se poate face: a) copiind punctele de reper de pe planșă pe o hîrtie transparentă și potrivind fotograma sub hîrtie pînă cînd punctele de reper de pe fotogramă corespund cu cele de pe hîrtia transparentă a cărei poziție este neschimbată pe planșă; b) potrivind reperii perforați de pe fotograme peste reperii de pe planșă (uneori, pentru a se ușura nu numai asamblarea ci chiar și redresarea se perforează negativul în punctele de reper cu un poinson); c) ducînd linii lungi prin punctele de reper (fig. 6.45) două cîte două, atît pe planșă cît și pe fotograme cînd corespondența reperilor se realizează ușor dacă liniile de pe fotogramă vin în prelungirea celor de pe planșă etc.

Îndepărtarea porțiunilor marginale acoperite ale fotogramelor se face în așa fel încît să rămînă cea mai bună imagine și să se obțină o tonalitate cît mai egală.

Poziția definitivă se marchează prin conturarea fotogramei cu un creion, apoi se lipește.

După asamblarea tuturor fotogramelor redresate se aplică eventual cadrilajul de coordonate prin linii întregi sau numai prin crucile de intersecție a liniilor, se scriu denumirile localităților etc., se retușează și se copiază.

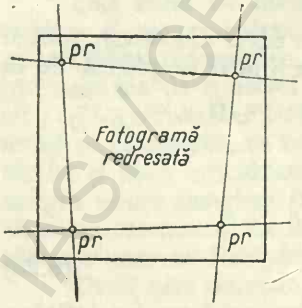


Fig. 6.45 — Suprapunerea reperilor prin mijlocirea liniilor

6.341. **Precizia planurilor fotografice** este afectată nu numai de accidentația terenului ci și de performanțele fotoredresatorului, de precizia curentă de redresare ca și de deformațiile hîrtiei fotografice. La acestea se mai pot adău-

ga şi eventualele erori de claritate a imaginii proiectate, în special spre marginile fotogramelor, ca şi atunci cînd imaginea proiectată este mărită foarte mult. De aceea se recomandă ca zborul de fotografiere să se facă în aşa fel, în acord cu scara de redresare, încît să nu fie necesară o mărire a imaginii mai mult de 2—3 ori. Evident nu s-au luat în considerare erorile de determinare şi raportare a punctelor de reper şi control şi nici eventualele erori de interpretare a poziţiei exacte a punctelor de reper pe imaginea fotografică.

Avînd în vedere toate cauzele de erori, se poate susţine că în condiţii de lucru medii precizia planurilor fotografice se înscrie în limitele ± 1 mm la scara planului, deşi în condiţii favorabile de lucru s-a reuşit să se obţină precizii de $\pm 0{,}3$ mm la scara planului.

Dacă baza redresării nu o formează punctele de reper sau detaliile unei ridicări riguroase recente, ci una mai slabă (o hartă veche la o scară derivată sau puncte de reper obţinute printr-o triangulaţie fotogrammetrică radială etc.) evident ne putem aştepta la erori mai mari.

Rezultă aşadar, că precizia planurilor redresate, în general şi a planurilor fotografice, în special, nu este dintre cele mai mari. Prin urmare în probleme metrice, utilizarea planurilor fotografice care nu redau decît planimetria, trebuie să fie în concordanţă cu precizia lor.

6.342. **Utilizări.** Valoarea practică a planurilor fotografice este foarte mare deoarece ele reprezintă o redare topografică obiectivă pe cale fotografică a tuturor elementelor de suprafaţă ale terenurilor la aspectul lor natural ca: ape, păduri, livezi, drumuri, case, cariere, împrejurimi, terenuri degradate, terenuri inundate, terenuri erodate etc.

Prin variaţie de ton şi dispoziţie se pot sesiza unele elemente de dinamică a unor fenomene la un moment dat ca tendinţa de eroziune a solului, de înmlăştinare, de depunere a aluviunilor şi se pot desprinde concluzii în legătură cu gradul de uscare sau umiditate a solului cu starea vegetaţiei etc.

De aceea planurile fotografice au o mare valoare pentru lucrările de sistematizare urbană şi rurală, pentru sistematizarea piesagistică, pentru prospecţiunile geologice, pentru identificarea şi perimetrarea torenţilor, pentru evaluările agricole şi forestiere, pentru lucrările de îmbunătăţiri funciare, precum şi în general pentru toate situaţiile cînd aspectul fotografic al terenurilor, redat la o anumită scară, poate servi o activitate.

O caracteristică importantă a planurilor fotografice sub raport operativ este aceea că ele se pot obţine într-un timp extrem de scurt. Timpul necesar redresării, asamblării şi lipirii unei fotograme în condiţii de lucru bune este de circa 1—2 ore de lucru efectiv.

6.35. REDRESAREA DIFERENŢIATĂ. ORTOFOTOPLANUL

Întrucît precizia fotoplanului poate fi bună numai în terenuri plane şi mulţumitoare în terenuri cu denivelări foarte mici şi dat fiind interesul deosebit pentru reprezentările fotografice, a existat de multă vreme preocuparea de a se găsi modalitatea întocmirii de fotoplanuri şi în terenuri denivelate şi chiar accidentate. Atingerea acestui deziderat se poate realiza prin redresarea diferenţiată.

Dintre încercările cu oarecare reuşită de a se transforma fotograma ca perspectivă centrală într-o proiecţie fotografică apropiată de cea paralelă se menţionează redresarea pe zone şi redresarea pe faţete.

Redresarea pe zone presupune împărţirea terenului cuprins pe o fotogramă în 2—3 zone de altitudine. Terenul din figura 6.46 (reluat după fig. 6.44) s-a împărţit în două zone, de egală diferenţă de altitudine *dh*, cu planurile medii m_1 şi m_2. Diferenţa de altitudine dintre zone se calculează (cu relaţia 6.23) în aşa fel încît eroarea de redresare datorită reliefului să nu depăşească o anumită mărime de exemplu 0,5 mm sau 1 mm. Dacă numărul de zone se stabileşte din capul locului independent de accidentaţie, diferenţa de altitudine a zonelor se calculează funcţie de diferenţa de nivel maximă de pe cuprinsul fotogramei. Pentru aceasta este necesar să existe o hartă cu linii de nivel. Dar dacă lucrurile se prezintă foarte simplu într-o secţiune verticală ele se complică evident pentru o suprafaţă de teren cînd procedeul cere aducerea hărţii cu linii de nivel la scara de redresare şi delimitarea zonelor de redresare. În continuare se calculează deplasările radiale ale punctelor de reper cu formula (6.22) potrivit cu planul mediu respectiv şi se raportează. După efectuarea redresării pe zone se expune tot pe zone. Procedeul este migălos, lipsit de randament şi fără posibilităţi practice de aplicare în terenurile efectiv accidentate.

Redresarea pe faţete a fost aplicată în cadastrul francez pentru reprezentări la scări mari. Terenul este asemănat cu un corp poliedric format dintr-o succesiune de faţete (fig. 6.47). Cotele punctelor de colţ ale poliedrului se măsoară în teren cu barometrul şi se marchează pe fotogramă. După ce fotograma a fost redresată pe patru puncte, în mod clasic, se determină corecţia de poziţie a fiecărui punct al poliedrului funcţie de poziţia sa pe imagine şi funcţie de cota sa. Apoi fiecare faţetă se transformă fotografic pe cadrul punctelor corijate ale faţetei respective. Procedeul este greoi şi obositor dar se obţin rezultate bune.

Nici unul din aceste procedee nu se pretează la o automatizare a operaţiilor.

Redresarea diferenţiată pe benzi. Azi se dispune de aparate şi procedee care asigură transformarea riguroasă şi automată a perspectivelor centrale în proiecţii paralele în orice teren prin modificarea înălţimii de proiecţie

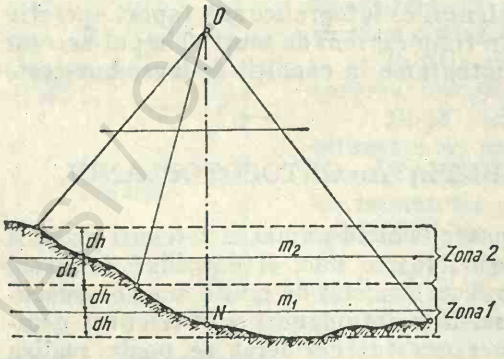


Fig. 6.46 — Impărţirea şi redresarea pe zone

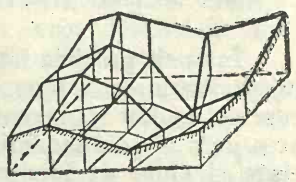


Fig. 6.47 — Împărţirea în faţete

corespunzător cu accidentaţia terenului. Din categoria acestor aparate se menţionează mai ales Ortofotoscopul Bean (S.U.A.), fotoredresatorul cu fantă F.T.Sce (U.R.S.S.) şi Ortoproiectorul Gigas Zeiss (R.F.G.).

Cu asemenea aparate se obţin fotoplanuri neafectate de formele de teren numite *ortofotoplanuri.*

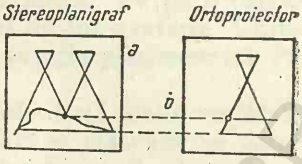


Fig. 6.48 — Coorespondenţa schematică între (*a*) — stereorestitutor şi (*b*) — ortoproiector

Principiul de construcţie şi funcţionare a *ortoproiectorului Gigas.* Ortoproiectorul (fig. 6.48, *b*) este conexat cu un aparat de stereorestituţie (fig. 6.48 *a*) care dă modelul optic orientat al aceluiaşi teren. Dacă la stereorestitutor se parcurge un profil (ca cel din figură) cu marca la nivelul terenului şi dacă variaţiile de înălţime sînt transmise ortoproiectorului astfel încît distanţa centru de proiecţie-planşetă să se modifice după acelaşi profil şi dacă pe planşetă se înregistrează imaginile fotografice succesive ale traseului parcurs, acestea reprezintă proiecţiile ortogonale ale terenului. Practic, întreaga suprafaţă a imaginii este parcursă pe benzi paralele, de cîţiva mm lăţime, ce se fotografiază printr-o diafragmă, în forma de fantă. Viteza de deplasare a diafragmei fiind de circa 5 mm/s, pentru parcurgerea unei fotograme sînt necesare circa 2 ore. Instrumentul poate lucra prin transmisiune directă de la stereoplanigraf (mecanică sau electrică) sau după „memoria" obţinută în prealabil la stereoplanigraf. În acest ultim caz un stereoplanigraf poate deservi pînă la trei ortofotoproiectoare.

6.4. STEREOFOTOGRAMMETRIA

6.40. GENERALITĂŢI

Existenţa a două perspective distincte ale unui obiect permite, potrivit celor arătate la § 6.01, redarea spaţială a obiectului cuprins în cele două perspective.

Pentru ca determinarea şi reprezentarea obiectului să se poată face exact nu este suficient să se cunoască fotogramele numai ca perspective ci trebuie cunoscute şi poziţiile lor în spaţiu în momentul de priză (lucru îndeobşte realizat în geofotogrammetrie) sau să se cunoască poziţia spaţială a cel puţin trei puncte ale obiectului. Restituţia (reprezentarea) se poate realiza prin construcţii grafice, prin stereorestituţie (pe cale analogică) şi pe cale analitică.

6.41. RESTITUŢIA PRIN CONSTRUCŢII GRAFICE

Se presupune că din punctele terestre O_1 şi O_2 s-au luat fotogramele F_1 şi F_2 în direcţia P (fig. 6.49) cu planul fotogramelor vertical (axele de fotografiere orizontale). Se presupun cunoscute coordonatele spaţiale în

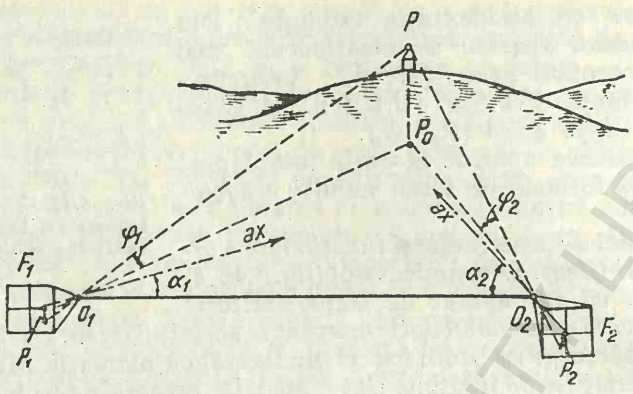


Fig. 6.49 — Preluarea fotogramelor terestre

X, Y şi Z ale punctelor de priză O_1 şi O_2 şi unghiurile orizontale α_1 şi α_2 ale axelor de fotografiere din O_1 şi O_2 cu baza $b = O_1O_2$. Se remarcă asemănarea cu determinarea punctelor pe cale topografică prin intersecţie înainte.

Construcţia grafică (fig. 6.50) începe cu raportarea punctelor de staţie O_1 şi O_2 la scara planului, respectiv se identifică poziţia lor pe planul sau harta în cauză. Se aplică unghiurile α şi se duc direcţiile de fotografiere pe care din O, se aplică distanţa focală. Astfel s-au materializat planele de fotografiere F_g.

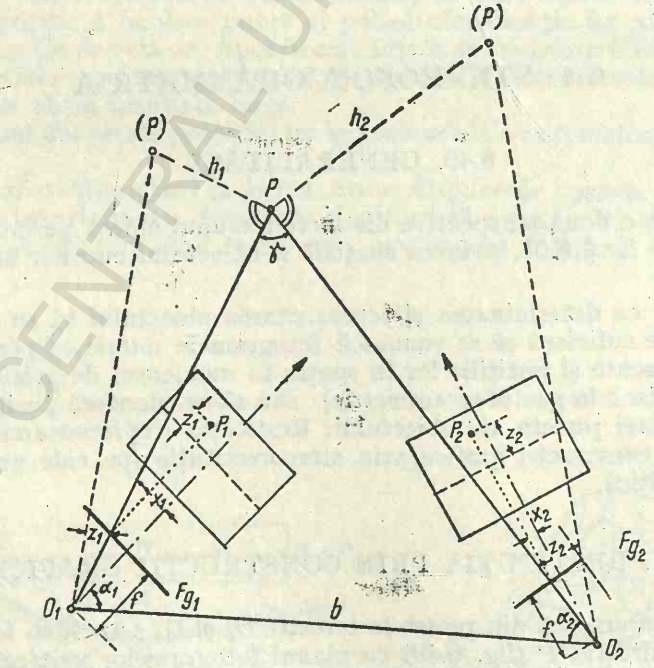


Fig. 6.50 — Restituţia prin construcţii grafice

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Peste direcţiile de fotografiere se aştern fotogramele. De pe fotograme se măsoară x ce se aplică (transportă) în planul de fotografiere. Unindu-se aceste puncte cu O_1 respectiv cu O_2 se obţine poziţia planimetrică P_0 a punctului spaţial P.

Pentru obţinerea cotei punctului P se rabat cele două plane verticale O_1PP_0 şi O_2PP_0 în jurul axelor orizontale OP_0 astfel: se măsoară pe fotograme cantităţile z şi se aplică perpendicular pe direcţiile OP_0. Unindu-se aceste puncte cu centrele O vor rezulta punctele P şi diferenţele de nivel h_1 şi h_2 la scara planului. Cota punctului P va fi $H_p = H_{01} + h_1$ şi totodată $H_p = H_{02} + h_2$ unde H_{01} şi H_{02} reprezintă cotele punctelor de priză O_1 şi O_2 cunoscute din măsurători topografice.

Procedeul este foarte laborios însă nu necesită aparatură.

Procedeele de producţie curentă folosesc calea analogică a modelului optic ce presupune aparatura specializată.

Obţinerea şi restituţia modelului optic se întemeiază pe vederea binoculară.

6.42. STEREOSCOPIE

6.420. **Vedere monoculară şi vedere binoculară.** Ochiul înregistrează imaginile sub forma unor perspective cu centrul în cristalin. De aceea vederea monoculară înregistrează elemente metrice efective doar pentru conture şi direcţii nu şi pentru profunzimi. Dacă totuşi vederea monoculară reuşeşte să aprecieze poziţia relativă a obiectelor în profunzime aceasta se datorează: obişnuinţei, acoperirilor, perspectivei aeriene, comparaţiei, abundenţei şi claritătii detaliilor obiectului privit, fenomenului de tren, tonalităţii etc.

Efectiv vederea monoculară nu dispune de elemente metrice precise pentru evaluarea distanţelor. Vederea în profunzime numită şi vedere în relief sau vedere stereoscopică, este apanajul vederii binoculare şi se întemeiază pe faptul că în centrul vederii din creier se suprapun două imagini ale aceluiaşi obiect, ce sînt diferenţiate ca urmare a faptului că centrele de perspectivă de unde se înregistrează cele două imagini au poziţii diferite în spaţiu. Cazul este ilustrat în figura 6.51 unde se observă că cele trei puncte din spaţiu A, B, C dau poziţii diferite pe retinele celor doi ochi O_1 şi O_2. Din punct de vedere geometric, localizarea punctelor în spaţiu se face prin intersecţii.

Imaginile de pe retine se suprapun la creier şi dau senzaţia de vedere care în cazul acesta este în relief, adică punctele A, B, şi C sînt în spaţiu la depărtările respective. Se observă că imaginile pe retinele celor doi ochi sînt diferite una de alta din cauza poziţiilor diferite ale centrelor de perspectivă O_1 şi O_2 faţă de obiectele observate. Pentru formarea pe retinele celor doi ochi a imaginilor a_1, b_1, c_1 şi a_2, b_2, c_2 nu este numai decît necesar să se privească punctele A, B, C din spaţiu. Este suficient să se privească fotogramele F_1 şi F_2 adică imaginile fotografice ale punctelor A, B, C luate cu camere fotografice din O_1 şi O_2 (sau în general din puncte diferite). Cele două fotograme trebuie privite separat, adică cu ochiul din stînga trebuie privită fotograma din stînga iar cu ochiul din dreapta, fotograma din dreap-

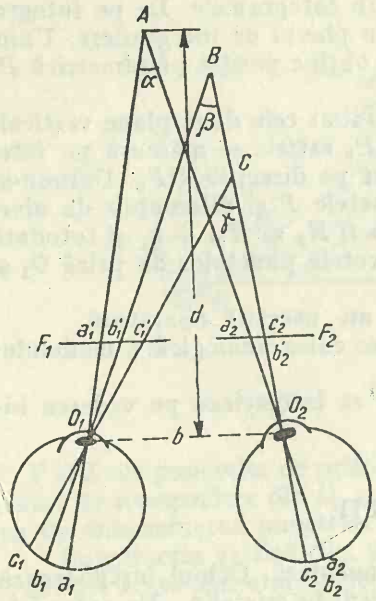


Fig. 6.51 — Vederea stereoscopică

ta. Pe acest fenomen se întemeiază stereofotogrammetria.

Revenind la vederea binoculară directă se observă că depărtarea d la care se găseşte punctul A în spaţiu (fig. 6.51), este funcţie directă de mărimea unghiului de convergenţă a razelor vizuale α precum şi de baza de privire b (depărtarea dintre ochi). Deoarece baza b este mică (variază de la om la om de la 6 la 7 cm) rezultă în condiţiile vederii obişnuite (la distanţe de metri şi zeci de metri) că unghiul α este mic. Prin urmare se poate scrie:

$$d = b\frac{\rho^{cc}}{\alpha^{cc}} \tag{6.24}$$

Pentru a se cunoaşte eroarea de evaluare a distanţei d ne servim de relaţia generală a propagării erorilor întîmplătoare (1.76) ce în cazul acesta cînd d depinde de o singur variabilă (α) este:

$$e_d = \pm \frac{\delta d}{\delta \alpha} \cdot e_\alpha \tag{6.25}$$

Prin diferenţierea relaţiei (6.24) obţinem:

$$\delta d = -\frac{b\rho}{\alpha^2}\delta\alpha = -\frac{b^2\rho^2}{\alpha^2 \cdot b\rho}\delta\alpha = -\frac{d^2}{b\rho}\cdot\delta\alpha \tag{6.26}$$

de unde:

$$\frac{\delta d}{\delta \alpha} = -\frac{d^2}{b\rho}$$

relaţie ce introdusă în (6.25) dă:

$$e_d = \pm \frac{d^2}{b\rho}\cdot e_\alpha \tag{6.27}$$

Prin urmare, eroarea de distanţă este proporţională cu pătratul distanţei d şi cu e_α (acuitatea vederii stereoscopice). Valoarea acuităţii stereoscopice la om, adică valoarea variaţiei unghiulare minime, căreia îi corespunde o variaţie de distanţă sesizabilă, este cuprinsă între limitele 30^{cc} şi 80^{cc}. Dacă se ia valoarea medie $e_\alpha = 50^{cc}$ se obţin următoarele erori de evaluare a distanţelor prin vedere binoculară liberă la o bază oculară medie de $b = 6{,}6$ cm.

Eroarea de evaluare a distanţelor prin vedere binoculară liberă:

d (m)	0,25	1	10	100
e_d (m)	±0,00008	±0,001	±0,12	±12

BCU IAŞI CENTRALĂ UNIVERSITARĂ

Deci precizie bună numai la distanţe foarte mici.

Observînd relaţia (6.27) se constată că pentru mărirea preciziei de evaluare a distanţelor este necesar să se mărească baza b şi să se micşoreze eroarea e_α. Pentru a se mări baza de vedere b s-au construit telemetrele iar pentru micşorarea erorii e_α (mărirea acuităţii stereoscopice) se utilizează binoculare măritoare. Combinate (telemetrul cu binocularul), reuşesc să sporească simţitor precizia de evaluare a distanţelor.

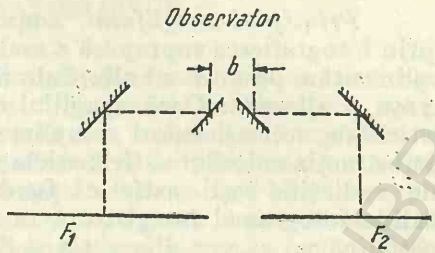


Fig. 6.52 — Stereoscopul cu oglinzi — schemă

În fotogrammetrie se utilizează ambele posibilităţi de mărire a preciziei de evaluare a distanţelor însă mult mai eficient deoarece, faţă de cei cîţiva decimetri, eventual 1 sau 2 metri cît atinge baza b a telemetrelor, aici se pot obţine baze de sute sau mii de metri în raport cu înălţimea de zbor, respectiv cu depărtarea de fotografiere.

6.421. **Modulaţii de obţinere a efectului stereoscopic.** Pentru obţinerea efectului stereoscopic este necesară fie privirea binoculară directă fie privirea binoculară separată a fotogramelor ce formează un cuplu, adică cu un ochi să se privească o fotogramă iar cu celălalt cea de a doua fotogramă. Există mai multe modalităţi, respectiv principii ce stau la baza obţinerii efectului stereoscopic după fotograme şi anume: principiul stereoscopic, principiul anaglifului, principiul polarimetrului şi principiul brilamentului.

Principiul stereoscopic. Privirea separată a fotogramelor se asigură prin mijlocirea unui aparat ce face ca ochiul stîng să privească fotograma din stînga iar ochiul drept, fotograma din dreapta. Un instrument simplu cu ajutorul căruia fotogramele ce formează un cuplu stereoscopic, pot fi privite stereoscopic, este stereoscopul cu oglinzi a cărui schemă de principiu este dată în figura 6.52. În figura 6.53 se dă o privire de ansamblu a stereoscopului cu oglinzi inclusiv stereometrul micrometric M ce serveşte la efectuarea de diferite măsurători pe modelul optic ce se obţine.

Majoritatea instrumentelor de restituţie stereofotogrammetrică atît cele mai perfecţionate cît şi cele mai rudimentare, sînt construite pe acest principiu, al separării imaginilor prin sisteme optice adecvate (prisme, lentile, oglinzi).

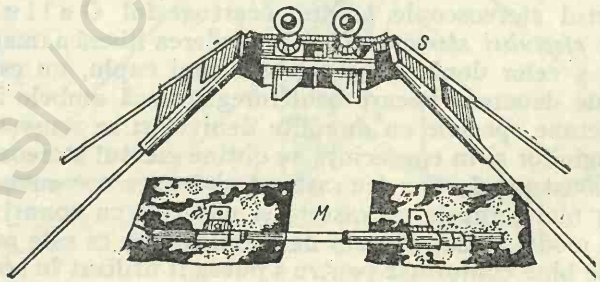


Fig. 6.53 — Stereoscopul cu oglinzi — ansamblu

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Principiul anaglifului. După R o l l m a n 1853, o anaglifă se obţine prin fotografierea suprapusă a ambelor fotograme ale cuplului în culori complimentare pe un fond alb. Culorile complimentare cel mai des folosite sînt roşu şi albastru. Dacă anagliful este privit printr-un ochelar prevăzut cu sticle de aceleaşi culori complimentare se obţine efectul stereoscopic prin substracţia culorilor astfel: sticla roşie a ochelarului va fi străbătută numai de radiaţiile roşii astfel că fondul alb al hîrtiei va fi văzut roşu. Detaliile fotogramei înregistrată în roşu se vor pierde în masa culorii roşii astfel că nu se vor diferenţia şi deci nu se vor vedea. În schimb detaliile fotogramei în albastru (în culoarea complimentară roşului) vor apare ca linii negre. Aşadar, prin sticla roşie se va vedea, prin substracţie, fotograma colorată albastru. La fel, prin sticla albastră se va vedea fotograma roşie. Prin aceasta se realizează separaţia imaginilor ceea ce are ca efect vederea în relief.

După *d' A l m e i d a* 1858 anagliful se obţine în camere întunecoase prin proiecţie. În acest caz cu ochelarul roşu se vede doar imaginea proiectată în roşu iar cu cel albastru imaginea proiectată în albastru. Pe acest principiu funcţionează aeroproiectorul multiplex.

Principiul polarimetrului a fost introdus de către A n d e r t o n. Se ştie că lumina obişnuită se propagă prin oscilaţii electromagnetice transversale în toate planele iar lumina polarizată se propagă prin aceleaşi oscilaţii însă într-un singur plan transversal. Lumina se polarizează dacă trece prin unele cristale numite polarizoare. Dacă în calea unei raze de lumină polarizată se aşază un cristal identic cu cel ce a dat lumina polarizată şi dacă se roteşte în jurul razei se observă că intensitatea luminoasă a razei slăbeşte pînă ce la un moment dat, cînd unghiul dintre plane este 90°, se reduce cu totul. Primul cristal se numeşte polarizor iar al doilea analizor.

Dacă imaginile fotogramelor unui cuplu se proiectează prin polarizori ce se găsesc între ei la 90° şi dacă imaginile proiectate se privesc printr-un ochelar prevăzut cu analizori aşezaţi de asemenea la 90° între ei, dar totodată paralel cu polarizori corespunzători, se obţine efectul stereoscopic deoarece fiecare ochi va vedea cîte o singură imagine.

Principiul brilamentului, numit şi al sclipirilor sau al alternanţei imaginilor. Separarea imaginilor se realizează prin proiectarea lor succesivă, pe un paravan. Privirea se face printr-un dispozitiv de obturare succesivă a celor doi ochi în sincronism cu proiectarea fotogramelor. Frecvenţa succesiunii de proiectare este de cel puţin 12—15 pe secundă, întocmai ca la cinematograf, în aşa fel încît vederea să nu obosească. Pe acest principiu se obţine efectul stereoscopic la stereocartograful G a l l u s - F e r b e r.

Obţinerea efectului stereoscopic prin vederea liberă a imaginilor proiectate suprapus, a celor două fotograme ale unui cuplu, nu este posibilă în condiţii normale deoarece fiecare ochi înregistrează ambele imagini. Dacă se utilizează ecrane speciale cu anumite denivelări se reuşeşte o oarecare separare a imaginilor şi în consecinţă se obţine efectul stereoscopic. Asemenea ecrane a construit I v e s (cu rastere) şi I v a n o v cu un mare număr de conuri. Dar nici ecranele cu rastere şi nici cele cu conuri nu mijlocesc obţinerea unui model optic suficient de stabil şi ceea ce este mai important, nici suficient de bine conformat pentru a putea fi utilizat în scopuri metrice. De aceea aceste posibilităţi sînt folosite doar în cinematografie.

6.430. **Raportul bazei.** Precizia de determinare a unor mărimi spațiale funcție de măsurători efectuate pe fotograme stereoscopice sau pe modele optice este funcție nu numai de calitatea imaginilor fotografice ale fotogramelor și a metodelor de lucru folosite ci și de valoarea unor relații caracteristice stereogramei. O astfel de relație este raportul bazei ce reprezintă raportul dintre baza de fotografiere b și depărtarea la care se face fotografierea, depărtare ce în condițiile aerofotogrammetriei este tocmai înălțimea de zbor relativă h (fig. 6.54).

Dacă se consideră că axele de fotografiere sînt nadirale se poate considera că și razele limită sînt paralele astfel că plecînd de la relația (6.28)

$$\frac{l}{L} = \frac{f}{h} \tag{6.28}$$

unde:

$$L = b + Lx \tag{6.29}$$

sau

$$L = \frac{b}{1 - x}$$

unde x reprezintă procentul de acoperire. Înlocuind se obține:

$$\frac{b}{h} = \frac{l}{f}(1 - x) \tag{6.30}$$

Mărimea raportului bazei caracterizează mărimea unghiului de convergență α al razelor conjugate. Cu cît va fi mai mare unghiul α cu atît va fi definită mai precis poziția punctelor de intersecție și cu atît mai precise vor fi determinările făcute pe modelul optic. Dacă pentru lucrări de stereo-

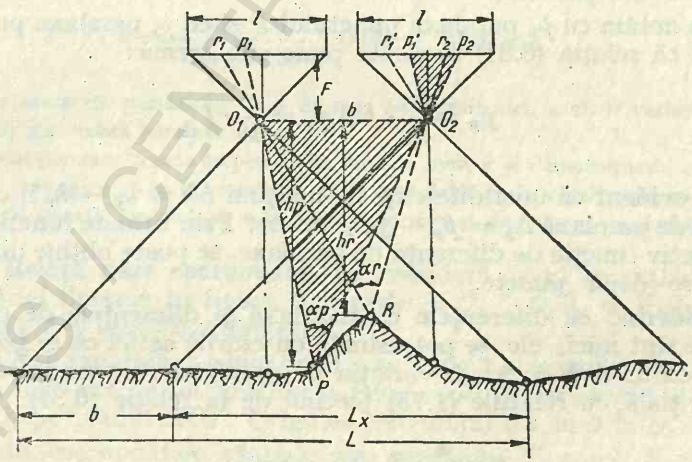


Fig. 6.54 — Raportul bazei

restituţie se consideră necesară acoperirea de 60—66% rezultă că valoarea raportului bazei depinde de elementele constructive ale camerei de priză şi anume de l şi f. Valori mari ale laturii l a fotogramei în raport cu distanţa focală vor da valori ale bazei mari. Deci raporturi mari vor da camerele mari unghiulare. În cazul unei camere normal unghiulare de $l = 18$ cm şi $f = 20$ cm în condiţiile acoperirii de 66% se obţine:

$$\frac{b}{h} = \frac{18}{20}(1 - 0{,}66) \approx \frac{1}{3}$$

dacă însă $f = 10$ cm la acelaşi $l = 18$ cm se obţine $\frac{b}{h} \approx \frac{2}{3}$.

În aerofotogrammetrie raportul bazei variază în limitele $\frac{1}{4} < \frac{b}{h} < \frac{2}{3}$ iar în geofotogrammetrie în limitele $\frac{1}{20} < \frac{b}{h} < \frac{1}{4}$

6.431. *Paralaxe şi formulele diferenţelor de nivel.* Dacă prin O_2 se duce o paralelă la O_1P_1 (fig. 6.54) se obţine punctul p_1'. Se observă că triunghiurile O_1O_2P şi $p_1'p_2O_2$ sînt asemenea. Cantitatea $p_1'p_2$ se numeşte paralaxă, se notează cu p şi rezultă din asemănarea triunghiurilor.

$$\frac{p}{f} = \frac{b}{h} \quad \text{sau} \quad p = \frac{b}{h} \cdot f \tag{6.31}$$

Se observă că paralaxa este funcţie de raportul bazei şi distanţa focală a camerei de priză. Aceasta este paralaxa numită de x, adică paralaxa în lungul axei x sau după linii paralele la axul x ce se confundă cu linia O_1O_2.

Se observă că fiecărui punct al reliefului îi corespunde o anumită paralaxă după cum îi corespunde o anumită înălţime h.

Dacă se consideră un al doilea punct R se observă că lui R îi corespunde un alt h şi o altă paralaxă.

Dacă notăm cu p_p paralaxa punctului P şi cu p_r paralaxa punctului R se observă că relaţia (6.31) se poate pune sub forma:

$$p_p = \frac{b}{h_p} \cdot f \text{ şi } p_r = \frac{b}{h_r} \cdot f \tag{6.32}$$

Este evident că unei diferenţe de înălţimi $\Delta h = h_p - h_r$ îi corespunde o diferenţă de paralaxă $\Delta_p = p_p - p_r$ şi invers. Prin urmare funcţie de paralaxe, respectiv funcţie de diferenţa de paralaxe, se poate obţine diferenţa de nivel dintre două puncte.

Considerînd că diferenţele de paralaxă şi diferenţele de cotă corespunzătoare sînt mici, ele se pot asimila cu erorile astfel că se poate stabili relaţia aproximativă ce leagă variaţia de paralaxă de variaţia de cotă, pe cale diferenţială, cu relaţiile (1.75) plecînd de la relaţia (6.31)

$$p = \frac{b}{h} \cdot f \quad \text{sau} \quad h = \frac{b}{p} \cdot f$$

BCU Cluj / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

cînd se obţine:

$$\Delta h = -\frac{b}{p^2} f \cdot \Delta p \text{ sau } \Delta h = \frac{bf}{\frac{b^2}{h^2} f^2} \cdot \Delta p = \frac{h \cdot N}{b} \Delta p \qquad (6.33)$$

unde $N = \frac{h}{f}$ = numitorul scării fotogramelor.

Relaţia (6.27) este valabilă pentru practică dacă diferenţele sînt efectiv mici.

$$\Delta h = \frac{h \cdot N}{b} \Delta p \qquad (6.34)$$

Dacă Δp se măsoară în mm iar celelalte mărimi se iau în metri se obţine

$$\Delta h(\text{m}) = \frac{h \cdot N}{b \cdot 1000} \Delta p \text{ (mm)} \qquad (6.35)$$

Se pot obţine, aşadar, diferenţele de nivel din teren dintre două puncte P şi R în funcţie de diferenţa de paralaxă a celor două puncte P şi R măsurată pe fotograme sau pe modelul optic (în cazul stereoscopului cu oglinzi — —fig. 6.52 şi 6.53 — Δp se măsoară cu stereometrul micrometric) şi în funcţie de celelalte elemente constante pentru un cuplu de fotograme şi chiar pentru un lot de fotograme, cînd relaţia devine:

$$\Delta h = c \cdot \Delta p \qquad (6.36)$$

Paralaxele şi respectiv diferenţele de paralaxe se pot măsura cu o precizie de 0,02 şi chiar 0,01 mm dacă se utilizează micrometre optice.

Aplicaţie: Fie $h = 1\,000$ m, $f = 20$ cm cînd sc $= 1 : 5\,000$. Prin urmare $N = 5\,000$. Dacă $b = 330$ m şi $\Delta p = 0{,}66$ mm rezultă:

$$h = \frac{1\,000 \cdot 5\,000}{330 \cdot 1\,000} \cdot 0{,}66 \approx 10{,}0 \text{ m.}$$

Notă. În afară de paralaxele de x de care s-a vorbit aici, a căror variaţie exprimă variaţii de relief, mai există paralaxe de y.

Acestea sînt paralaxe în sens perpendicular faţă de axul x şi demonstrează, atunci cînd există, că razele conjugate nu se intersectează două cîte două pe întregul cuprins al modelului. În astfel de situaţii modelul nu este bine conformat şi deci nu poate fi restituit.

6.432. **Relaţii între coordonate.** Se consideră cazul normal al stereofotogrammetriei ilustrat în figura 6.55 unde $H_1O_1 \perp O_1O_2$ şi $H_2O_2 \perp O_1O_2$. Cazul s-a luat din geofotogrammetrie.

Ca axă X, orizontală, s-a luat poziţia succesivă a centrelor de proiecţie, ca axă Y s-a luat axa de fotografiere a fotogramei F_1 iar ca axă Z perpendiculara în O_1 pe planul XOY. Originea sistemului s-a luat în O_1.

Se caută coordonatele spaţiale ale punctului P, adică X_P, Y_P, Z_P. Pe stereogramă punctul P dă imaginile p_1 şi p_2 ale căror coordonate pe fo-

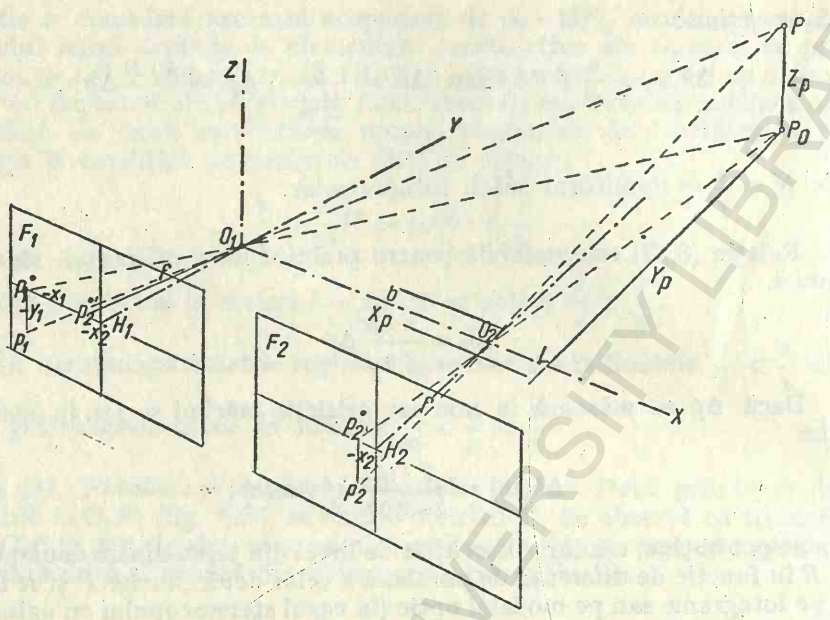


Fig. 6.55 — Relații între coordonate

tograme în sistemul de axe ale fiecărei fotograme în parte sînt: x_1y_1 și respectiv x_2y_2.

În triunghiurile asemenea $O_1p_2^0p_1^0$ și $P_0O_2O_1$; O_1LP_0 și $O_1H_1p_1^0$ precum și $O_1p_1p_1^0$ și O_1PP_0 se pot scrie relațiile de asemănare.

$$\frac{Y_P}{f} = \frac{b}{x_2 - x_1}; \quad \frac{X_P}{-x_1} = \frac{Y_P}{f} \text{ și } \frac{Z_P}{-y_1} = \frac{Y_P}{f} \tag{6.37}$$

de unde:

$$Y_P = \frac{b}{(x_2 - x_1)} \cdot f \tag{6.38}$$

$$X_P = -\frac{Y_P}{f} x_1 = -\frac{b \cdot f \cdot x_1}{(x_2 - x_1)f} = -\frac{b}{(x_2 - x_1)} x_1 \tag{6.39}$$

$$Z_P = -\frac{Y_P}{f} y_1 = -\frac{b \cdot f \cdot y_1}{(x_2 - x_1)f} = -\frac{b}{(x_2 - x_1)} y_1 \tag{6.40}$$

Expresiile reprezintă relațiile de bază ale stereofotogrammetriei, pentru cazul considerat, între coordonatele spațiale ale unui punct P și elementele b și f ce caracterizează stereograma și pozițiile x și y ale imaginii punctului P pe fotograme.

Relațiile nu au caracter general din cauză că sistemul spațial de axe funcție de care se exprimă poziția punctelor este particular.

BCU CI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

6.44. MARCA STEREOSCOPICĂ

Orientarea relativă, orientarea absolută şi restituţia sterefotogrammetrică se face cu ajutorul mărcii stereoscopice ce poate fi unică (fig. 6.56) sau dublă (fig. 6.57). În cele ce urmează vom presupune că fotogramele ce constituie stereograma sînt orientate cel puţin relativ (razele conjugate să se intersecteze două cîte două).

Marca unică M (un punct negru sau luminos) din centrul măsuţei se găseşte chiar la înălţimea modelului optic (locul de intersecţie a razelor conjugate) astfel că în zona respectivă se vede clar şi unic atît modelul optic cît şi marca.

Nu acelaşi lucru se întîmplă cu marca M_1 care se găseşte la o altă înălţime decît modelul optic în zona respectivă. Din cauza aceasta razele vizuale la M_1 vor intersecta modelul optic în m_1 şi m_1' ceea ce are ca efect o dedublare a imaginii mărcii M_1 în m_1 şi m_1'. Efectul este asemănător şi atunci cînd marca se găseşte deasupra modelului optic.

De aceea, ca regulă generală, pentru ca modelul optic să poată fi din capul locului obţinut, apoi orientat şi restituit, este necesar ca întotdeauna poziţia pe înălţime, în zona respectivă, să fie în aşa fel potrivită încît marca să se găsească la aceeaşi înălţime cu modelul. În astfel de situaţii nu mai există paralaxă pe x iar marca pare a se găsi pe teren. Dacă există totuşi o oarecare paralaxă de x însă mică, marca nu va mai apare vizibil dedublată însă apare fie deasupra terenului fie dedesubtul lui după cum marca se găseşte deasupra sau dedesubtul modelului optic. Măsuţa de la aeroproiectorul multiplex este prevăzută cu o astfel de marcă.

În figura 6.56 se ilustrează *principiul mărcii duble*. Dacă peste acelaşi detaliu al celor două fotograme A şi B, ce constituie stereograma, se suprapun nişte mărci m şi m' (puncte, cruciuliţe, cerculeţe) de acelaşi tip şi mărime, o dată cu obţinerea modelului optic (cînd detaliul respectiv se vede în relief) va apare imaginea în relief a unei singure mărci M în contact intim cu detaliul respectiv. Imaginea mărcii stereoscopice M rezultă din înregistrarea în mod separat de către cei doi ochi a mărcilor reale m şi m' deodată

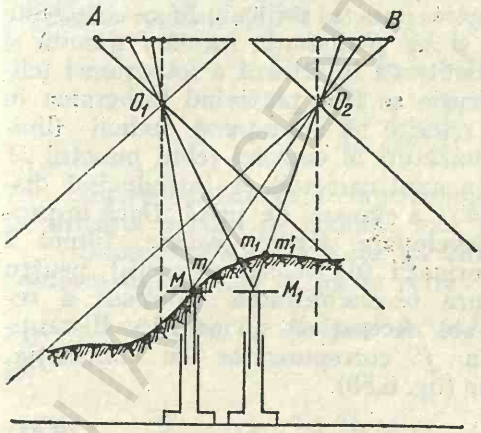


Fig. 6.56 — Marcă unică

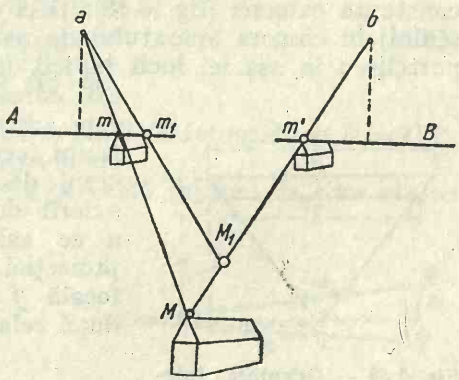


Fig. 6.57 — Marcă dublă

cu înregistrarea imaginilor celor două fotograme A şi B ce dau modelul optic.

Dacă cele două mărci nu suprapun acelaşi detaliu pe cele două fotograme, imaginea mărcii în relief se formează în afara modelului optic (deasupra sau dedesubtul lui) în conformitate cu legile opticii geometrice. Cazul acesta este ilustrat şi el tot pe schema de la figura 6.57 unde marca m pe fotograma A a fost deplasată în m_1. Evident imaginea mărcii în relief va fi obţinută în M_1 detaşată de modelul optic.

După poziţiile mărcilor m şi m' în raport cu detaliile celor două fotograme va apare şi imaginea în relief a mărcii stereoscopice M : în contact cu modelul, deasupra sau dedesubtul lui.

Cu astfel de marcă stereoscopică sînt dotate majoritatea aparatelor de restituţie, cu distanţa mm' variabilă (Stereopantometrul) iar cu distanţa mm' constantă pentru un model constituit (Stereoplanigraful, Autograful etc.).

În toate cazurile restituţia stereofotogrammetrică se face cu marca stereoscopică M în contact cu modelul optic.

Notă. Existenţa sau apariţia paralaxelor de y arată că razele conjugate nu se intersectează în mod corespunzător ceea ce înseamnă că *modelul optic geometric* încă nu este format.

6.45. ORIENTAREA STEREOGRAMELOR

Pentru ca modelul optic să fie obţinut în condiţiile de a fi restituit, este necesar, în general, să fie restabilit procesul optico-geometric din momentul de priză. Pentru aceasta este necesar ca fotogramele ce formează stereograma (cu o acoperire în general mai mare de 50%) să fie orientate mai întîi interior şi apoi exterior. Orientarea interioară are ca scop restabilirea congruenţei razelor iar orientarea exterioară restabilirea poziţiei fotogramelor din momentul de priză.

6.450. **Orientarea interioară.** Elementele de orientare interioară se cunosc direct. Teoretic, elementele care definesc perspectiva sînt punctul principal şi distanţa principală iar practic, punctul mijlociu M ce se găseşte la intersecţia indicilor de referire vv' şi hh' şi distanţa focală f numită şi constanta camerei (fig. 6.16). Deci orientarea interioară a fotogramei (clişeului) în camera aparatului de restituţie se face potrivind fotograma în portclişeu în aşa fel încît indicii de referire să suprapună indicii (liniari) corespunzători ai camerei (cînd punctul M este adus în axul camerei) şi introducînd distanţa focală f a camerei de priză. Dacă în procesul de developare, fixare, uscare, filmul a suferit deformaţii (de obicei contracţii), pentru a se asigura reversibilitatea riguroasă a reproiecţiei este necesar să se modifice distanţa focală f în f' corespunzător cu contracţia, după relaţia (fig. 6.58).

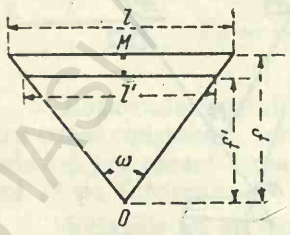


Fig. 6.58 — Orientarea interioară

$$f' = \frac{l'}{l} \cdot f \qquad (6.41)$$

Practic se calculează corecţia $c = f - f' = f \cdot \frac{l - l'}{l}$ de adus distanţei focale nominale f.

Exemplu: Dacă $f = 200{,}00$ mm; $l = 180{,}00$ mm iar distanţa dintre indici măsurată cu toată atenţia este $l' = 179{,}90$ mm îi va corespunde $c = 0{,}11$ mm astfel că $f' = 199{,}89$ mm.

Notă. Dacă contracţia pe cele două direcţii nu este egală se face media.

6.451. **Orientarea exterioară.** Valorile elementelor de orientare exterioară înregistrate sînt numai aproximative (exceptînd geofotogrammetria). De aceea, orientarea exterioară se face indirect funcţie de punctele de reper (cel puţin 3, favorabil 4 sau chir 5) riguros determinate prin măsurători terestre în x, y şi z eventual prin aerotriangulaţie. O fotogramă este definită, ca orientare exterioară, de 6 elemente şi anume 3 elemente liniare şi 3 elemente unghiulare. Pentru simplificare să considerăm că axa x a sistemului general de referinţă corespunde cu direcţia generală de zbor. (De altfel, trecerea între două sisteme de axe decalate şi rotite se face simplu cu relaţiile 5.61—5.62). Cele 3 elemente liniare sînt x, y şi z ale centrului de perspectivă iar elementele unghiulare sînt unghiurile de înclinare (rotire) k, φ şi ω ale planului fotogramei după cele 3 axe ale sistemului de referinţă spaţial.

Prin urmare orientarea exterioară a unei stereograme va fi definită de 12 elemente. Dacă se consideră fotogramele F_1 şi F_2 ale cuplului, cu elementele de orientare respective, avem:

$$\begin{aligned} F_1 &\rightarrow x_1\, y_1\, z_1\, k_1\, \varphi_1\, \omega_1 \\ F_2 &\rightarrow x_2\, y_2\, z_2\, k_2\, \varphi_2\, \omega_2 \end{aligned} \qquad (6.42)$$

Dacă se face diferenţa elementelor corespunzătoare se constată că orientarea exterioară a unei stereograme poate fi definită şi funcţie de orientarea exterioară a unei singure fotograme şi diferenţele ce indică poziţia unei fotograme faţă de cealaltă.

Astfel relaţiile (6.36) se pot scrie sub forma:

$$\begin{aligned} F_1 &\rightarrow x_1\, y_1\, z_1\, k_1\, \varphi_1\, \omega_1 \\ F_2 &\rightarrow x_2\, y_2\, z_2\, k_2\, \varphi_2\, \omega_2 \\ \hline & \Delta x\ \Delta y\ \Delta z\ \Delta k\ \Delta \varphi\ \Delta \omega \end{aligned} \qquad (6.43)$$

Diferenţa Δx este de fapt componenta bazei de fotografiere $B = O_1O_2$ pe direcţia x cînd se notează mai potrivit Bx.

Dacă axul x corespunde cu direcţia generală (medie) de zbor atunci conform figurii 6.59 se poate scrie:

$$\Delta x \cong Bx;\ \Delta y \cong By \text{ şi } \Delta z \cong Bz$$

iar

$$\frac{By}{Bx} = \operatorname{tg} \gamma_{by} \text{ şi } \frac{Bz}{Bx} \operatorname{tg} \gamma_{bz}$$

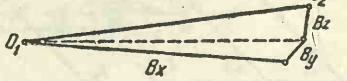


Fig. 6.59 — Componentele bazei

Cu aceste date, elementele de orientare exterioară ale unei stereograme pot fi date sub forma:

$$x_1\ y_1\ z_1\ k_1\ \varphi_1\ \omega_1\ Bx \qquad (6.44)$$
$$By,\ Bz,\ \Delta k,\ \Delta\varphi,\ \Delta\omega$$

sau

$$x_1\ y_1\ z_1\ k_1\ \varphi_1\ \omega_1\ Bx \qquad (6.45)$$
$$\gamma_{by},\ \gamma_{bz},\ \Delta k,\ \Delta\varphi,\ \Delta\omega$$

În ambele cazuri cele 12 elemente s-au grupat în două şi anume: în rîndul întîi s-au dat elementele de orientare ale unei fotograme a cuplului plus depărtarea pe x pînă la cea de a doua fotogramă (ca principală componentă de distanţă) iar în rîndul al doilea s-au dat elementele diferenţiale sub formă directă în (6.44) şi sub formă exclusiv unghiulară în (6.45).

Această grupare este foarte importantă deoarece elementele din rîndul al doilea, ce exprimă poziţia relativă a unei fotograme faţă de cealaltă, pot fi cunoscute în mod nemijlocit. Operaţia de determinare a elementelor din rîndul al doilea se numeşte orientare relativă şi corespunde cu operaţia de obţinere a modelului optic numită şi operaţia de eliminare a pralaxelor (de y).

Prin urmare, plecîndu-se de la 12 elemente de orientare exterioară necunoscute, date în sistemul (6.42) s-a ajuns la 7 elemente, (rîndul 1) din sistemele (6.44) şi (6.45), iar operaţia de orientare exterioară are loc în două etape de lucrări şi anume: orientarea relativă ce nu necesită nimic cunoscut dinainte şi orientarea absolută condiţionată de cele 7 elemente.

a. *Orientarea relativă.* Orientarea relativă, adică obţinerea modelului optic geometric se consideră realizată atunci cînd razele omoloage se intersectează două cîte două cînd prin urmare pe întregul cuprins al modelului optic, nu se mai constată nici o paralaxă de y.

Orientarea relativă se poate face pe cale analitică sau prin procedeul optico-mecanic al apropierilor succesive. *Procedeul optico-mecanic.* Pentru a sugera modul cum decurge orientarea relativă să considerăm schema de la figura 6.60 unde se indică cele două fotograme ce constituie stereograma în acoperirea lor normală de circa 60%. Prin O_1O_2 s-a luat axul x. Perpendicular, în O_1, pe axul x în planul orizontal xOy s-a luat axul y_1 iar perpendicular în O_1 pe planul xo_1y_1 s-a luat axul z_1. Bineînţeles că şi prin O_2 se pot duce axe y_2 şi z_2 paralele la axele y_1 şi z_1 duse prin O_1.

Să presupunem că în O_1 razele conjugate se intersectează întocmai. Acest lucru se ştie prin aceea că marca nu se dedublează în direcţia axului y (perpendicular pe linia ochilor). În punctul O_2, adică în centrul fotogramei O_2, dacă razele conjugate sînt decalate în sensul y, atunci fie că vedem două imagini ca în figura 6.60 (a detaliului liniar curb ce pleacă din O_1), fie că, dacă decalajul este mic, se formează senzaţia de relief însă se dedublează mărcile în sensul y. Pentru a elimina paralaxa de y se va roti fotograma F_1

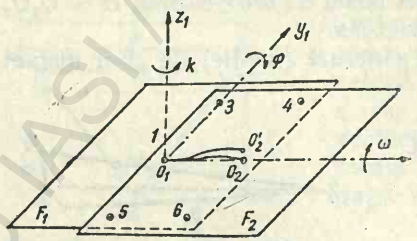


Fig. 6.60 — Orientarea relativă

în jurul axului z_1. Aceasta este mişcarea de k_1. Dacă se priveşte din nou la punctul O_1 şi se constată o paralaxă oarecare de y se va roti fotograma F_2 în jurul axului z_2. Mişcarea de φ este rotirea în jurul axelor de y iar ω în jurul axei x. În figura 6.61 se observă mai clar punctele (locurile) unde se controlează şi elimină paralaxele precum şi mişcarea acţionată.

Succesiunea operaţiilor de eliminare a paralaxelor numai prin mişcări unghiulare (relaţiile 6.45) este următoarea:

— în punctul *1* mişcarea de k_2;
— în punctul *2* mişcarea de k_1;
— în punctul *3* mişcarea de φ_2 combinată cu o mişcare bx;
— în punctul *4* mişcarea de φ_1 combinată cu o mişcare bx;
— în punctele *5* sau *6* mişcarea de (ω_1 sau ω_2) care se face cu supracorecţie.

Notă: În fiecare punct, înaintea efectuării mişcării specifice se elimină mai întîi paralaxa de x prin acţionarea asupra mişcării de z.

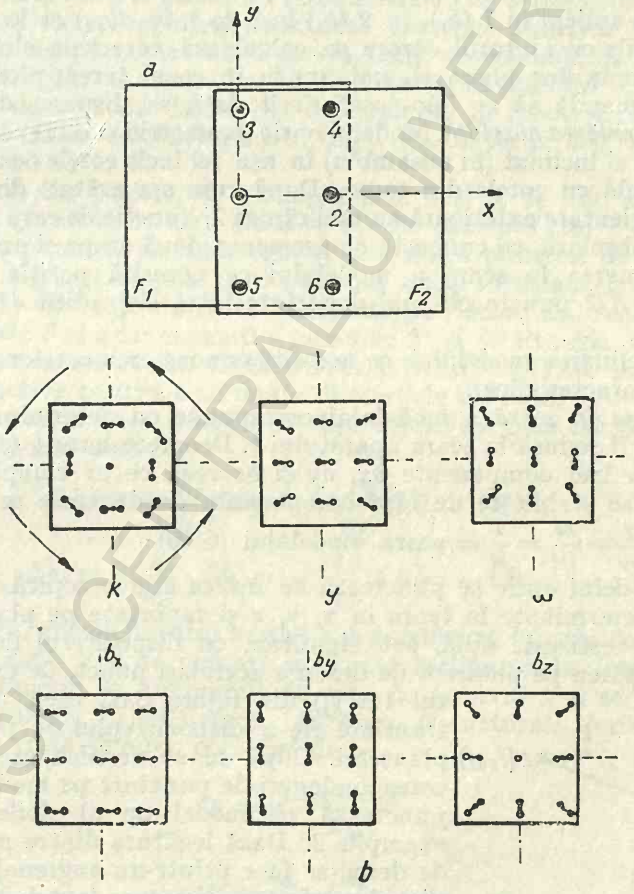


Fig. 6.61 — Mişcările orientării relative (*a*) şi efectul lor (*b*)

BCU IAŞI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Operaţiile se repetă de mai multe ori pînă la eliminarea completă a paralaxelor. În privinţa mişcărilor de φ, ce se combină cu o mişcare de bx, se face observaţia că acţiunea de φ dă o componentă importantă în direcţia axului x, componentă ce trebuie anulată din bx. Cu bx s-a notat corespondentul lui Bx luat la scara aparatului.

În cazul cînd se acţionează o singură fotogramă relaţia (6.44), de exemplu fotograma F_2, succesiunea operaţiilor de orientare relativă este următoarea:

— în punctul *2* se acţionează din by_2;
— în punctul *1* se acţionează din k_2;
— în punctul *4* se acţionează din bz_2;
— în punctul *3* se acţionează din φ_2 şi bx;
— în punctele *5* sau *6* se acţionează din ω_2. Cu by şi bz s-au notat componentele bazei B pe direcţiile y şi z, adică By şi Bz. Deci şi de data aceasta sînt necesare tot 5 mişcări respectiv 5 elemente.

Orientarea se poate face şi pe cale de calcul (analitic), în funcţie de paralaxele citite în punctele *3*, *4* şi *5* după ce s-au eliminat în *1* şi *2*. Rezultă corecţiile de aplicat în *1* (k_2), în *2* (k_1) în *3* (φ_2), în *4*(φ_1) şi în *5* sau *6* (ω).

Relaţiile cu ajutorul cărora se calculează corecţiile sînt mai simple în cazul terenurilor plane şi mai ample în cazul terenurilor accidentate. Nu se recomandă să se folosească decît dacă se dispune de computere.

b. *Orientarea absolută.* Modelul optic geometric o dată obţinut trebuie pus în scară şi înclinat (în ansamblu) în aşa fel încît cotele ce se citesc pe el să corespundă cu cotele din teren. După cum s-a arătat, din cele 12 elemente de orientare exterioară au mai rămas 7, funcţie de care se poate face orientarea absolută, ce cunoaşte de asemenea două etape şi anume:

— Punerea în scară a modelului ce necesită poziţia planimetrică (cunoscută) a *2* puncte cît mai depărtate între ele, adică *4* elemente (x_1, y_1 şi x_2, y_2).

— Înclinarea modelului, ce necesită cunoaşterea cotelor a 3 puncte (de asemenea caracteristice).

Punerea în scară a modelului corespunde cu determinarea bazei de fotografiere B redusă la scara aparatului b. Deoarece baza b este în general rezultanta a trei componente bx, by şi bz ceea ce ar complica calculele, în practică se stabileşte de fapt componenta bx deoarece se poate scrie:

$$\frac{b}{B} = \frac{bx}{Bx} = \frac{by}{By} = \frac{bz}{Bz} = \frac{1}{M} = \text{scara modelului} \quad (6.46).$$

Pe modelul optic se punctează cu marca stereoscopică unul din cele 3 puncte, determinate la teren în x, y, z şi raportate pe planşa de desen la scara de restituţie apoi, sau simultan, cu dispozitivul de desenare se face şi punctarea pe planşeta de desen a aceluiaşi punct, de exemplu punctul $1(x_1y_1)$ din figura 6.62 ceea ce necesită o translare fie a dispozitivului de punctare fie a planşetei. După ce se verifică atent realizarea corespondenţei de punctare pe model şi desen se punctează pe model un al doilea punct de exemplu *2*. Dacă legătura dintre model şi masa de desen se face printr-un angrenaj, atunci imediat după facerea corespondenţei din punctul *1*

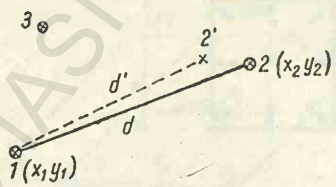


Fig. 6.62 — Punerea în scară

se face cuplajul pentru ca deodată cu deplasarea mărcii pe model de la *1* la *2* să aibă loc şi deplasarea dispozitivului de punctare (microscop cu ştift) pe planşetă. În aceste condiţii se va constata că deşi pe model s-a punctat (vizat) punctul *2* pe planşetă microscopul (ştiftul) cade nu deasupra punctului *2* ci alături în *2'*. Înseamnă că trebuie modificată scara modelului, modificare ce se face prin modificarea bazei. Dacă bazei bx' i-a corespuns distanţa d' înseamnă că distanţei d îi va corespunde baza bx. Deci:

$$bx = \frac{d}{d'} \cdot bx' \tag{6.47}$$

Distanţele d şi d' se măsoară grafic pe plan iar bx' se citeşte la aparat. După introducerea bazei calculate bx trebuie ca d' să corespundă cu d. Pentru a se realiza şi corespondenţa de direcţie se roteşte planul în aşa fel în jurul punctului *1* încît direcţia *1—2* să cadă pe direcţia *1—2'*. Baza se verifică apoi şi pe direcţiile *1—3* sau *2—3*.

Înclinarea modelului (orientarea absolută propriu-zisă) se face funcţie de cotele cunoscute a trei puncte. Fie punctele *1*, *2*, *3* (fig. 6.63).

Cu marca stereoscopică se punctează succesiv punctele *1*, *2* şi *3* şi se citesc cotele de pe model după ce s-a făcut corespondenţa de cotă pe unul din puncte prin translaţia gradaţiilor. Astfel în punctul *1*, de exemplu, diferenţa de cotă Δh dintre cea determinată la teren şi cea citită pe model este nulă iar în celelalte puncte diferenţa să fie de $\Delta h_2 = +7{,}5$ m în 2 şi $\Delta h_3 = -4{,}0$ m în 3.

Prin două din puncte, de exemplu prin *2* şi *3*, se duc axele x şi y ale aparatului (paralele cu ele). Dacă se uneşte apoi punctul *1* cu punctele *2* şi *3* se obţin punctele de intersecţie *a* şi *b* adică punctele de interpolare ce împreună cu punctele prin care s-au dus axele formează grupe de cîte două puncte de diferenţe de nivel cunoscute pe fiecare ax. Astfel pe axul x vor fi punctele *3* şi *a* iar pe axul y punctele *2* şi *b*. Funcţie de cîte două puncte pe un ax se pot calcula înclinările care trebuie aplicate modelului pe direcţiile respective pentru a se anula diferenţele de cotă.

Interpolarea se face funcţie de diferenţele de cotă Δh şi distanţele grafice respective d astfel:

$$\Delta h_a = +\frac{d_{1a}}{d_{12}} \Delta h_2 = +\frac{7{,}2}{42{,}0} 7{,}5 \approx 1{,}3 \text{ m}$$
$$\Delta h_b = +\frac{d_{1b}}{d_{13}} \cdot \Delta h_3 = -\frac{16{,}0}{64{,}5} 4{,}0 = -1{,}0 \text{ m} \tag{6.48}$$

Înclinarea, rotirea în jurul axului x se calculează funcţie de diferenţele de cotă de pe axul y şi se notează cu ξ, iar înclinarea în jurul axului y se calculează funcţie de diferenţele de cotă de pe axul x şi se notează cu η. În aceste calcule se utilizează distanţa D naturală (orizontală) În figura 6.64 se arată scrierea corecţiei de η.

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{\Delta h_3 - \Delta h_a}{D_{a3}}$$

sau

$$\eta^c = \frac{\Delta h_3 - \Delta h_a}{D_{a3}} \rho^c \tag{6.49}$$

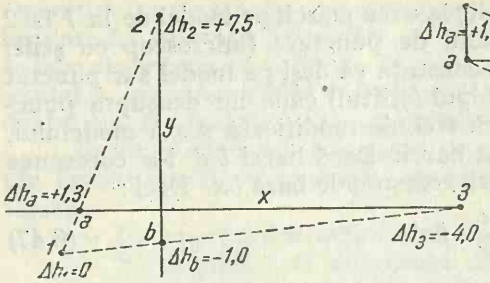


Fig. 6.63 — Orientare absolută

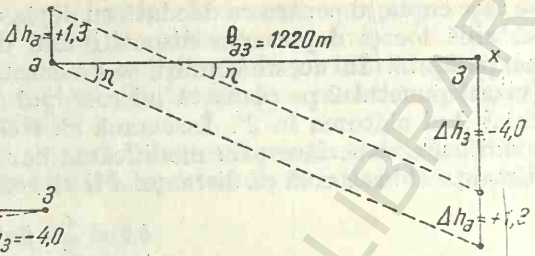


Fig. 6.64 — Calculul înclinării η

și respectiv:

$$\xi^c = \frac{\Delta h_2 - \Delta h_b}{D_{2b}} \rho^c \tag{6.50}$$

Scara graficului original fiind de 1 : 5 000 (aici este micșorat de 4 ori) relațiile (6.49) și (6.50) dau:

$$\eta^c = \frac{-4{,}0 - 1{,}3}{244 \text{ mm} \cdot N} \rho^c = \frac{-5{,}3}{0{,}244 \cdot 5\,000} \rho^c = \frac{-5{,}3}{1220} \cdot 6366^c \approx 27^c3$$

$$\xi^c = \frac{7{,}5 - (-1{,}0)}{152 \text{ mm} \cdot N} \rho^c = \frac{-8{,}5}{0{,}152 \cdot 5\,000} \rho^c = -\frac{8{,}5}{760} \cdot 6366^c = -71^c5$$

Aceste corecții se aplică întregului model, cu semnul lor.

Este important de reținut faptul că după introducerea corecției de η survine o diferență de scară în proiecția celor două fotograme. Se corijează printr-o corecție de bz ce se calculează funcție de η și baza bx a modelului:

$$bz = bx \cdot \frac{\eta^{cc}}{\rho^{cc}} \tag{6.51}$$

Verificarea orientării absolute se face punctînd unul din cele trei puncte și identificînd cota de pe model cu cota lui determinată pe teren. Apoi se punctează și se citesc pe model cotele celorlalte puncte. Trebuie să se găsească cotele bune, de referință, în limitele unor toleranțe.

Verificarea este deplină numai atunci cînd controlul se face pe mai multe puncte, cel puțin *4*.

Pe un model orientat absolut orice punct ce se va restitui, fie planimetric fie altimetric, va corespunde cu poziția lui reală în limitele unor toleranțe specifice care sînt funcție de aparat, scara fotogramelor etc.

6.46. APARATE DE STEREOREST ITUȚIE

4.460. **Principii. Clasificări.** Aparatele de stereorestituție pot da pozițiile planimetrice și altimetrice ale punctelor terenului (cuprins în porțiunea comună a două fotograme) sub formă grafică sau numerică.

Clasificarea aparatelor de stereorestituție se poate face după criteriul principiului de construcție și după criteriul preciziei.

BCU IASI CENTRALA UNIVERSITY LIBRARY

După *criteriul principiului de construcție* se diting: a) aparate destinate măsurării coordonatelor plane și (sau) a direcțiilor de pe fotograme; b) aparate de proiecție cu reconstituirea modelului geometric, cunoscute și sub denumirea de aparate analogice; c) aparate calculatoare fără reconstituirea modelului geometric, aparținînd în general fotogrammetriei analitice și d) aparate automate în sensul deplin al cuvîntului, adică fără operator.

După *criteriul* practic al *preciziei* și al universalității se disting: a) aparate de ordinul I de precizie, de cea mai mare precizie, de utilizare universală inclusiv pentru aerotriangulații (stereoplanigrafele, autografele Wild A_5 și A_7 stereocartograful Sontoni etc.); b) aparate de ordinul II A de o construcție ceva mai simplă decît a celor de ordinul I, care asigură o precizie de restituție aproape asemănătoare cu a acestora însă nu sînt universale (stereometrograful, stereorestitutoarele Wild A_6 și A_8 etc), aparate de ordinul II B de o construcție mai simplă fiind de o precizie efectivă de ordinul II, cu limitări în ceea ce privește folosința fiind, totuși, construite pe principii matematice riguroase (aeroproiectorul multiplex etc.) și c) aparate de ordinul III de precizie, simple, a căror construcție se întemeiază pe soluții apropiate astfel că precizia rezultatelor depinde în mare măsură de condițiile aerofotografierii (gradul de apropiere a axului de fotografiere de verticală) și de condițiile din teren (gradul de neaccidentație a terenului). Aici s-ar încadra diferitele tipuri de stereometre topografice ca stereometrul topografic STD·1 Drobșew etc.

6.461. **Aparate destinate măsurării coordonatelor** plane a punctelor și a direcțiilor de pe fotograme. Asemenea aparate sînt stereocomparatoarele (inclusiv monocomparatoarele) ce permit măsurarea coordonatelor plane ale punctelor de pe fotograme cu o mare precizie (pînă la 2 μ) și triangulatoarele radiale ce permit măsurarea direcțiilor plane de pe fotograme cu o precizie de 1^c.

Stereocomparatoarele, ca cele mai precise instrumente folosite în tehnica fotogrammetrică, sînt utilizate în probleme diverse ca: cercetare, verificare și standardizări, astronomie, aerotriangulații etc. Dacă sînt cuplate cu mașini electronice de calcul se pot rezolva pe cale analitică unele probleme de orientări (relative) sau de determinări de puncte.

6.462. **Aparate construite pe principiul proiecției imaginilor fotografice** (cu reconstituirea modelului geometric). După modelul cum se reconstituie razele de proiecție de ambele părți ale centrului de proiecție se disting: aparate construite pe principiul proiecției optice (fig. 6.65), a proiecției mecanice (fig. 6.66) și a proiecției optico-mecanice (fig. 6.67).

În cele ce urmează se va face o scurtă prezentare a unora din stereorestituitoarele reprezentative ce se găsesc în serviciu la noi.

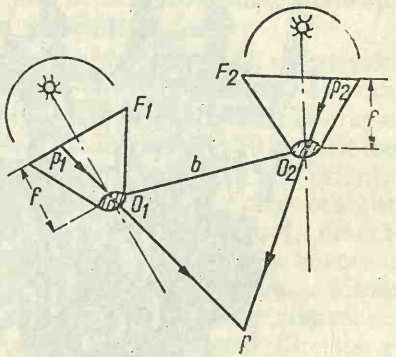


Fig. 6.65 — Schemă a proiecției optice:
b — baza; O_1 și O_2 centrele de proiecție; F_1 și F_2 negativele sau diapozitivele stereogramei

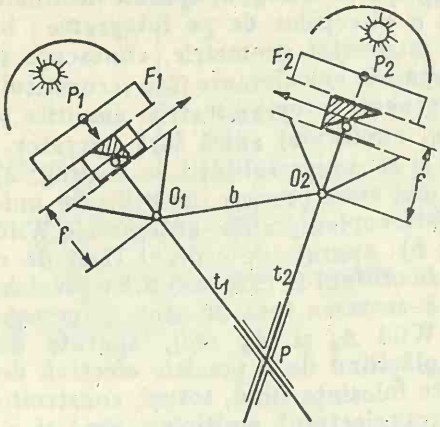


Fig. 6.66 — O schemă a proiecției mecanice: t_1 și t_2 tijele ce materializează razele proiectante;

a_1, a_2 — articulații cardanice ce unesc centrele de proiecție (nu obiective).

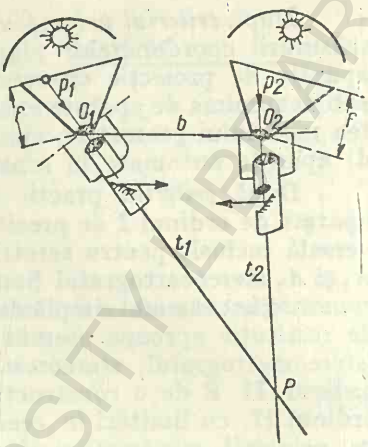


Fig. 6.67 — O schemă a proiecției optico-mecanice

6.4620. *Stereoplanigraful Zeiss* (fig. 6.68) este un stereorestitutor universal de mare precizie construit pe principiul proiecției optice. Instrumentul este dotat cu două perechi de camere proiectoare cu distanțele focale de 100 și 200 mm, în acord cu camerele de priză, pentru a se reconstitui riguros jerba de raze din momentul de priză. Este apt pentrul restituții la orice scări, inclusiv mari, precum și pentru aerotriangulații. În figura 6.69 se dă o schemă generală a sistemului optic pentru un proiector (totul fiind rabătut în planul de secțiune). Între camera aparatului de aceleași caracteristici cu cea de priză și oglinda de suprafață prevăzută cu marca

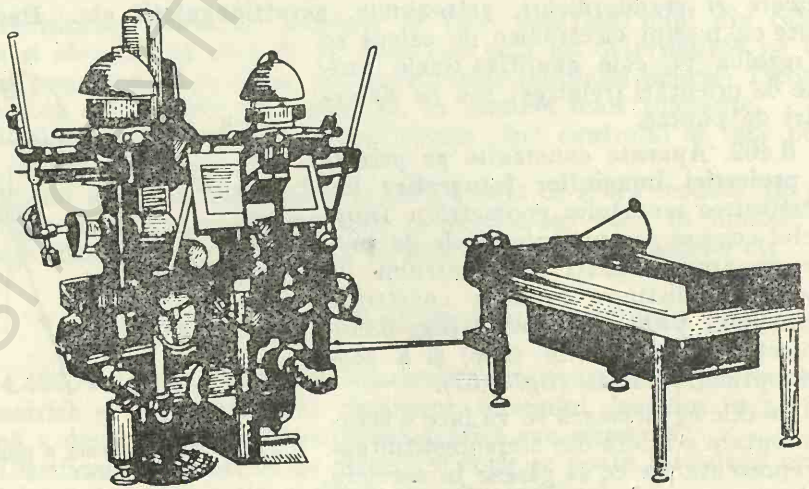


Fig. 6.68 — Stereoplanigraful Zeiss

BCU IASI CENTRUL UNIVERSITY LIBRARY

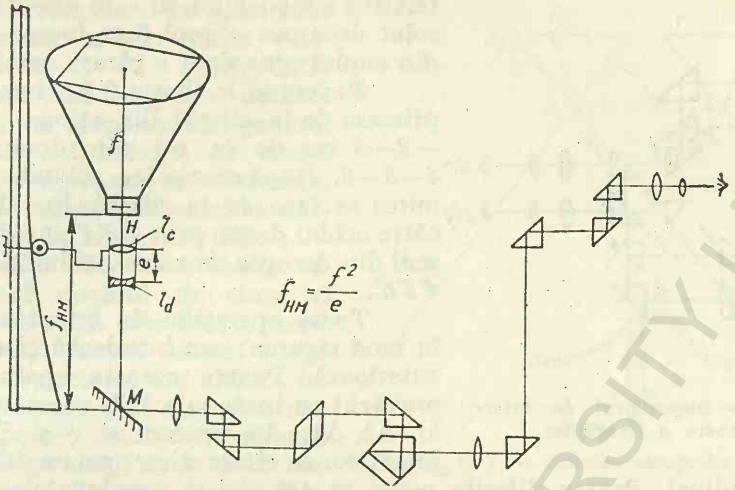


Fig. 6.69 — Schema optică a stereoplanigrafului

M se găseşte dispozitivul adiţional format din lentila divergentă l_d de depărtare constantă faţă de obiectiv şi lentila convergentă l_c de depărtare variabilă e faţă de lentila divergentă. Distanţa focală a celor două lentile este egală fiecare cu f. Rolul dispozitivului adiţional este de a da imagini clare pe oglindă în punctul M. Distanţa variabilă $f_H M$, de la punctul principal imagine H a obiectivului la marca M, determină modificarea corespunzătoare automată a distanţei e (prin intermediul inversorului I) potrivit relaţiei:

$$f_{HM} = \frac{f^2}{e} \tag{6.52}$$

Celelalte elemente ale sistemului optic pînă la ochiul operatorului au rolul de a transmite clară imaginea chiar dacă se schimbă unele distanţe, incidenţe, poziţii, cu ocazia orientării sau a restituţiei:

Prismele din apropierea ochilor sînt interschimbabile ceea ce permite privirea clişeelor fie direct, cînd se obţine efectul ortostereoscopic, fie cruciş cînd se obţine efectul pseudostereoscopic adică invers (dealurile apar văi iar văile apar dealuri). Acest dispozitiv ilustrat în figura 6.70 este deosebit de imporant în special pentru lucrările de aerotriangulaţie, cînd orientarea relativă se face în serie, (relaţiile 6.44). Dacă cuplul *1—2* este orientat absolut, cuplul următor *2—3*, pentru a fi privit stereoscopic direct, nu este necesar a se scoate ambele clişee *1—2* şi a se introduce *2—3* în succesiunea lor adică *2* în stînga şi *3* în dreapta. Pentru aceasta se va schimba numai poziţia prismelor cînd imaginea fotogramei de la *2* din clişeul din dreapta va parveni ochiului din stînga. Astfel, în portclişeul din stînga unde a fost clişeul *1* se va introduce clişeul *3*. În cazul acesta orientarea relativă se face acţionînd numai asupra mişcărilor caracteristice clişeului *3* adică by_3, k_3, bz_3, φ_3 şi bx, ω_3. În momentul cînd s-a obţinut orientarea

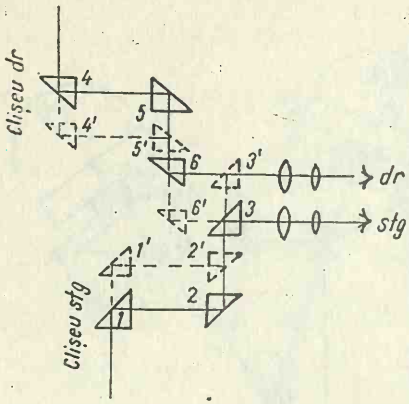


Fig. 6.70 — Dispozitivul de interschimbare a imaginilor

relativă a modelului, el este orientat și absolut deoarece clișeul *2* ce fusese orientat din cuplul precedent a rămas nemișcat.

Revenind la figura 6.70, imaginile se primesc de la clișeul din stînga prin *1—2—3* iar de la cel din dreapta prin *4—5—6*. După ce are loc schimbarea, primirea se face de la clișeul din stînga de către ochiul drept prin *1'2'3'* iar de la clișeul din dreapta de către ochiul stîng prin *4'5'6'*.

Toate operațiile de orientare se fac în mod riguros: cea interioară și apoi cea exterioară. Pentru aceasta aparatul este prevăzut cu toate mișcările necesare *bx*, *by*, *bz*, Δk, $\Delta\varphi$, $\Delta\omega$ precum și η și ξ. Cotele punctelor se citesc direct pe un înregistrator altitudinal. Pentru diferite nevoi se pot citi și coordonatele plane x și y ale punctelor față de sistemul axelor de coordonate ale aparatului, eventual se pot înregistra automat pe benzi de hîrtie sau pe fișe.

Stereoplanigrafele pot fi livrate cu mașini de calcul (coordimetru, ecomat) ce înregistrează coordonatele funcție de care, potrivit programului și înregistrării, poate calcula elementele de orientare relativă și absolută precum și coordonatele geodezice ale punctelor.

Planul se obține pe masa de desen a coordonatografului conexat la aparat. Mișcarea mărcii acționată de două manivele, corespunzător celor două direcții rectangulare x și y, este transmisă creionului coordonatografului.

6.4621. *Autografele Wild* A_5 și A_7 (A_7 fiind ameliorat față de A_5 cu relativ mici diferențe) sînt de asemenea stereorestitutoare universale de ordinul I de precizie, însă construite pe principiul proiecției mecanice.

Sînt prevăzute cu portclișee pentru orice format de negative sau diapozitive pînă la 23×23 cm. Distanța principală (focală) poate varia de la 98 la 215 cm. Masa coordonatografului de 110×140 cm. A_7 poate fi livrat cu un dispozitiv de înregistrare a poziției punctelor în sistemul de coordonate al aparatului cu o precizie de aproape 10μ. Dacă se pune problema transformării coordonatelor în coordonate geodezice, sau a compensării analitice a triangulațiilor aeriene de o anumită amploare, există avantajul de a se putea cupla mașini electronice de calcul.

6.4622. *Aeroproiectorul multiplex—Zeiss*, este construit pe principiul proiecției optice directe (fig. 6.71) cu reconstrucția jerbei de raze din momentul de priză. Lucrează cu diapozitive micșorate în prealabil într-un fotoreductor. Razele omoloage se intersectează direct în planul măsuței de înălțime reglabilă în punctul *M* (fig. 6.71) care este marca reper la verticala căreia se găsește creionul de desenare în planul hărții. Deplasarea măsuței se face manual direct. Imaginea stereoscopică se realizează pe cale anaglifă (cu ecrane și ochelari colorați). Instrumentul fiind de precizie de ordinul II, B este apt pentru restituții la scări mici mai mici de 1 : 20 000, precum și pentru determinarea punctelor de reper și control prin aerotriangulații

pentru fotoredresare. În acest sens este construit în mai multe variante cu 3—6—9—12—15 (fig. 6.72) proiectoare cînd se poate analiza simultan un stereomodel general (al unei benzi întregi) ce astfel poate fi compensat în ansamblu. La noi s-a folosit la întocmirea hărţilor Gauss la scara 1:25 000.

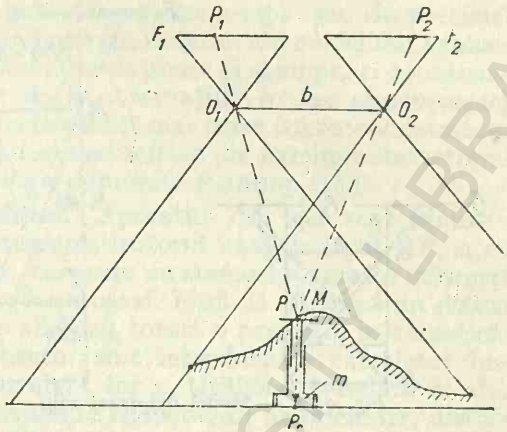


Fig. 6.71 — Schema aeroproiectorului

6.4623. *Stereorestitutoare afine:* Dacă unghiul de cîmp al camerei de priză este foarte mare sau distanţa focală foarte lungă este uneori necesar, iar alteori indicat, (construcţia stereorestitutoarelor pentru asemenea situaţii întîmpină greutăţi) să se facă restituţia cu o distanţă focală diferită de a camerei de priză cînd nu se mai reconstituie jerba de raze din momentul de priză. Dacă axele de fotografiere sînt paralele, restituţia se poate efectua corect după modelul deformat afin (fig. 6.73) unde:

$$h' = k \cdot h \text{ sau } h = \frac{h'}{k} = k'h' \qquad (6.53)$$

În cazul fotogramelor aeriene nadirale corecţia de afinitate a înălţimilor se efectuează uşor dacă deplasarea în lungul axului z se face după raportul k' faţă de normal.

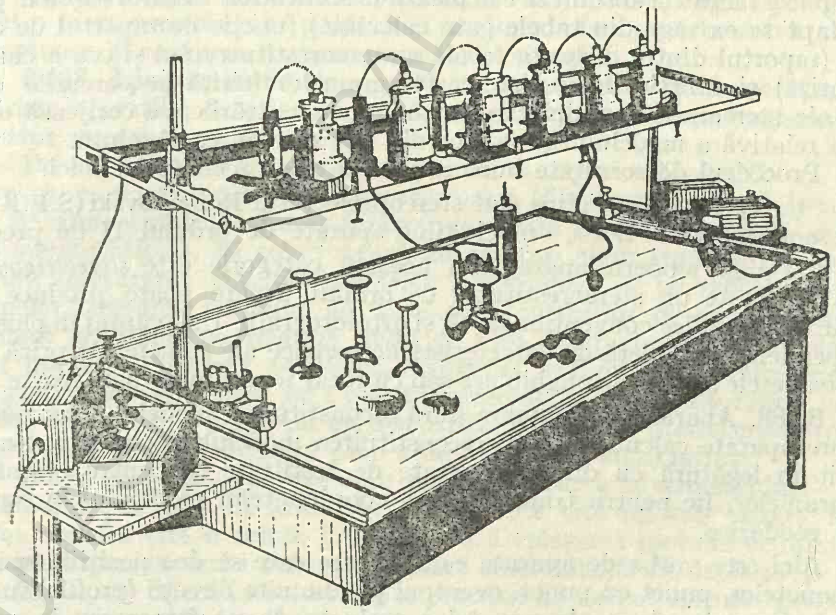


Fig. 6.72 — Aeroproiector cu şase proiectoare

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

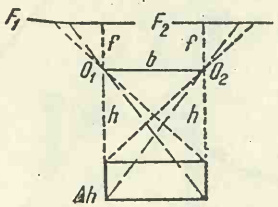
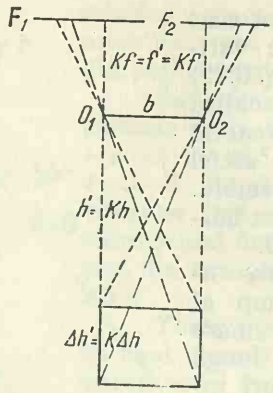


Fig. 6.73 — Model deformat afin



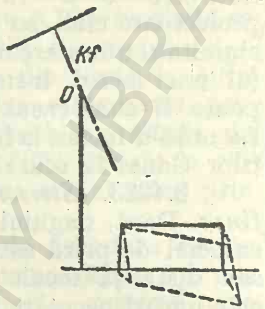


Fig. 6.74 — Deformaţii afine în cazul fotogramelor înclinate

Mai greu sînt de controlat deformaţiile afine dacă axele de fotografiere nu sînt nadirale cînd deformaţia modelului se face progresiv cu înclinarea şi cu depărtarea punctelor de la verticala locului (fig. 6.74). În astfel de situaţii corespondenţa dintre fasciculele de raze proiectate cu cele din momentul de priză se realizează doar proiectiv ceea ce necesită o descentrare a clişeelor în camerele aparatelor de restituţie după criterii deja discutate la § 6.331 şi fig. 6.35 şi 6.36.

În asemenea situaţii procesul de orientare exterioară a fotogramelor este mai de durată deoarece se face în două etape şi anume: după ce se orientează relativ şi absolut se calculează descentrarea fiecărui clişeu în parte (de fapt se extrage din tabele gata calculate) funcţie de raportul de afinitate (raportul dintre distanţa focală a stereorestitutorului şi cea a camerei de priză) şi funcţie de înclinarea fotogramelor (citită pe cercurile de φ şi ω ale stereorestitutorului); se introduc descentrările, se corijează orientarea relativă a modelului şi se face din nou orientarea absolută.

Procedeul dă rezultate bune numai în cazul înclinărilor mici.

Stereorestitutoare afine sînt stereoproiectorul Romanovski (S.P.R.—2) şi stereometrograful Zeiss, ambele fiind aparate de ordinul II de precizie.

Cel mai modern aparat din această categorie este *stereotrigomatul* Zeiss care este un stereorestitutor de ordinul I care poate produce atît planuri topografice convenţionale cît şi ortofotografii. Un avantaj în plus este independenţa completă de caracteristicile metrice ale camerei de priză cum ar fi camerele supermariunghiulare sau cu focar foarte mare sau foarte mic.

6.463. **Aparate calculatoare** (fără reconstituirea modelului geometric). Despre aparate calculatoare cu reconstituirea modelului geometric s-a mai vorbit în legătură cu diferite aparate de restituţie fie pentru orientarea fotogramelor, fie pentru transformarea coordonatelor modelului în coordonate geodezice.

Aici este vorba de aparate calculatoare care să dea poziţiile spaţiale ale punctelor, punct cu punct, eventual pe anumite direcţii (profile) funcţie de coordonatele plane ale punctelor preluate de pe fotograme la mono-

comparatoare, stereocomparatoare sau stereometre simple sau de precizie. Prin urmare calculatoare specifice prelucrează date nu ale modelului geometric dat de aparate analogice în general pretenţioase şi scumpe, ci coordonatele plane ale fotogramelor (chiar dacă observaţiile se fac stereoscopic) date de aparate care asigură fie o precizie mult mai mare (stereocomparatoarele) fie că sînt mult mai simple şi deci mai ieftine (de exemplu stereotopul la care este anexat calculatorul analogic denumite Planitop etc.)

6.464. **Stereorestitutoare analitice.** Aparatul cel mai reprezentativ din această categorie îl formează stereorestitutorul analitic tipul AP, apoi tipul AS, construit după U. Helava, care este un stereocomparator automat cu calculator electronic şi electrocoordonatograf. Fără să utilizeze un sistem de proiecţie optică sau mecanică, realizează totuşi o proiecţie matematică. Valorile x şi y măsurate în comparator sînt introduse în calculator împreună cu un factor de calcul echivalent lui z. Utilizînd totodată şi alte cantităţi introduse în prealabil, echivalente elementelor de orientare, distorsiunilor etc., calculatorul dă corecţiile necesare. Acestea sînt introduse de către un servosistem care deplasează fotogramele, independent una de cealaltă, în planul comun de observaţie al stereocomparatorului. Dacă deplasările corespunzătoare corecţiilor sînt exacte, punctele imaginii corespondente de pe cele două fotograme trebuie să cadă împreună exact peste marca mobilă, a sistemului de observaţie.

Un avantaj de seamă al acestui aparat este acela că permite introducerea în calcul a corecţiilor unui anumit număr de erori sistematice. Totodată aparatul permite stereorestituţia oricăror fotograme de orice distanţă focală de vreme ce nu este vorba decît de valori ce trebuie introduse în calcule.

Calculatorul ce însoţeşte stereocomparatorul poate fi digital, asigurînd astfel o mare precizie, dar poate fi şi analogic, cînd poate rezolva practic instantaneu şi continuu un mare număr de ecuaţii.

6.465. **Aparate automate** care să efectueze singure unele operaţii, dacă nu toate operaţiile de orientare şi stereorestituţie, sub supravegherea unui operator eventual cu intervenţia lui în anumite etape.

Primul aparat într-adevăr automat a fost proiectat de G. L. Hobrough ca un dispozitiv electronic-automat (*Stereomatul*) anexă la aparatele de stereorestituţie (unul fiind stereomatul Wild B 8 numit şi Wild B 8 stereomatizat). El soluţionează automat şi sigur următoarele operaţii parţiale: măsurarea cotelor punctelor individuale de pe model, trasarea profilelor, trasarea curbelor de nivel şi a cursurilor de ape. El execută automat şi orientarea relativă după ce s-au eliminat paralaxele mari de către operator. Întrucît problema restituţiei automate a planimetriei, pe cale grafică convenţională, nu a putut fi rezolvată în mod mulţumitor, instrumentul de restituţie s-a dotat cu dispozitivele necesare producerii automate de ortografii. Astfel, întregul proces de lucru este automatizat.

Ideea de bază — de exemplu pentru trasarea nivelmentului — este următoarea: în faţa fiecărui clişeu se găseşte cîte un tub catodic iar în partea cealaltă cîte o celulă fotoelectrică. Deplasarea spotului de lumină ce baleiază suprafaţa unui tub este perfect sincronizată cu deplasarea celuilalt. În fiecare celulă fotoelectrică se produce un curent electric, proporţional cu cantitatea de lumină ce cade asupra ei, lumină controlată de însăşi

imaginea fotografică a clișeului. Dacă centrul de explorare (să zicem marca reper) este detașat de relief înseamnă că pe cele două clișee un punct este baleiat cu un decalaj de timp, ceea ce determină o diferență de fază între curentul produs de o celulă fotoelectrică și cealaltă. Un dispozitiv de calcul electronic ce primește impulsurile determină (funcție nu numai de diferența sa de fază ci și de forma de relief din apropierea mărcii) mișcările necesare de x și y pentru a se elimina diferența de fază și deci de înălțime z, mișcări ce sînt executate automat de către servomotoare electrice.

6.466. **Concluzii.** Aparatele de sterorestituție analogice s-au dezvoltat în deceniile al doilea și al treilea ale secolului nostru. Ulterior ele au cunoscut doar perfecționări, îmbunătățiri și diversificări. De ele se leagă consacrarea metodelor fotogrametrice de ridicare și faima fotogrammetriei și ele reprezintă echipamentul de bază al instituțiilor fotogrammetrice. Se înțeleg în primul rînd aparatele de stereorestituție de ordinul I și II de precizie.

Adaptarea de calculatoare și dezvoltarea fotogrammetriei analitice începe cu deceniul al șaselea ca urmare a mai multor cerințe: a) de a spori precizia de determinare (stereocomparator + calculator); b) de a ridica randamentul unor operații ca orientarea relativă sau calculul punctelor de aerotriangulație; c) de a se ieftini ridicările prin utilizarea de aparate mai simple în conexiune cu calculatoare; d) de a se da pîrghii noi unor activități legate de planuri și reprezentări ca proiectarea și trasarea drumurilor și a instalațiilor de transport etc.

Construcția stereorestitutoarelor automate, care să lucreze fără operator, este de dată mai recentă și încă nu a depășit stadiul încercărilor și experimentărilor.

6.47. STEREORESTITUȚIA

Operația de exploatare a modelului optic orientat exterior se numește restituție stereofotogrammetrică sau stereorestituție.

Stereorestituția începe cu restituția planimetriei. Făcînd referire la un aparat de restituție universal, de ordinul I, sau chiar de ordinul II A, fiecare dataliu se urmărește pe modelul optic cu marca steroscopică acționînd două manivele una de x și una de y, deci cu deplasarea în plan și totodată acționînd asupra înălțimii mărcii dintr-un disc de picior, pentru ca marca să urmărească fiecare detaliu în evoluția lui spațială. Mișcările în planul x, y sînt transmise la masa de desen unde se obțin detaliile urmărite cu marca.

Curbele de nivel se restituie una cîte una, prin urmărire directă acționînd doar manivelele de x și y după ce la înregistratorul altitudinal s-a introdus valoarea curbei de nivel respective. Restituția unei curbe de nivel se face, așadar, acționînd manivelele de x și y în așa fel încît să facă impresia că imaginea mărcii se găsește în contact intim cu terenul (modelul): să nu pară a fi nici deasupra terenului și nici dedesubt.

La unele instrumente de ordinul II, cum ar fi multiplexul, deplasarea mărcii în plan se face nu prin intermediul manivelelor ci prin deplasarea directă a măsuței de desen iar desenul rezultă de-a dreptul pe masa de pro-

iecţie. Operaţiile şi succesiunea lor sînt întotdeauna aceleaşi. Deodată cu desenarea planimetriei se aplică semnele convenţionale.

Aşadar, stereorestituţia este operaţia de redare, după modelul optic atît a planimetriei cît şi a altimetriei, de-a dreptul, fără interpolări.

Definitivarea planului se face potrivit cu procesul tehnologic stabilit, fie funcţie de descifrarea executată în prealabil în teren pe fotograme (precizarea pe fotograme a naturii şi a poziţiei detaliilor prin trasare în tuş) fie prin confruntarea planului restituit cu terenul. În primul caz poziţiile exacte şi natura detaliilor se precizează şi definitivează chiar în procesul restituţiei iar în al doilea caz după terminarea restituţiei prin parcurgerea terenului cu planul restituit în mînă. Uneori poate fi necesar ca poziţia detaliilor acoperite (linii de demarcare în pădure, conducte îngropate etc.) să fie precizată chiar prin operaţii de ridicare topografică.

Urmează scrierea planului de pe care nu trebuie să lipsească toponimia, scara, data fotografierii şi numele operatorului.

Totul se încheie cu recepţionarea şi multiplicarea planurilor.

Notă. În afara restituţiei grafice, care corespunde cu procedeul descris şi cu cel al producţiei curente, mai distingem şi restituţia numerică şi restituţia analitică. Restituţia numerică ca şi cea analitică se întemeiază pe prelevarea coordonatelor unor puncte (de sprijin sau caracteristice) la aparatele analogice în primul caz cînd se obţin aşadar coordonatele punctelor de pe model şi la stereocomparatoare sau monocomparatoare în cel de al doilea caz, cînd plecînd de la coordonate plane se poate obţine expresia digitală în spaţiu a unor puncte, sau a terenului funcţie de punctele caracteristice, într-un sistem arbitrar de referinţă sau chiar în sistemul coordonatelor geodezice. Pentru a fi practic posibilă şi chiar aplicabilă în mod curent, restituţia analitică reclamă mijloace de calcul adecvate pentru toate operaţiile inclusiv raportarea.

6.48. PRECIZIE. CARACTERISTICI

Precizia planurilor este funcţie de precizia şi starea stereorestitutorului folosit, dar bineînţeles că este funcţie şi de calitatea fotogramelor, de mărimea coeficientului de randament c. Gruber, de precizia cu care s-au determinat punctele (reper şi control) precum şi de priceperea şi conştiinciozitatea operatorilor. Pentru aparatele de restituţie de ordinul I se contează pe o precizie planimetrică de 0,2—0,25 mm la scara planului redactat, adică pe precizia grafică curentă ce corespunde posibilităţilor obişnuite de a aplica sau lua dimensiuni de pe plan. Nivelmentul se obţine în general cu o precizie de 0,0002 h (azi chiar 0,0001 h), h fiind înălţimea de zbor relativă, în terenuri descoperite, adică acolo unde se poate puncta bine cu marca la nivelul lui. In terenurile acoperite cu vegetaţie înaltă precizia scade simţitor.

Precizia ce se realizează cu instrumentele de ordinul II A, poate fi aproape la fel de bună (stereorestitutoarele Wild A-6 şi A-8) sau mai slabă pînă la de două ori în cazul instrumentelor de ordinul II B (multiplexul).

Precizia ce se obţine cu instrumentele de ordinul III care nu au decît soluţii apropiate pentru obţinerea modelului optic este bună doar în te-

renurile neaccidentate. Se pot determina însă diferenţele de nivel în bune condiţii între puncte apropiate.

Cu stereorestitutoarele de ordinul I şi cu unele de ordinul II se pot obţine şi rezultate numerice dacă sînt prevăzute cu tambure înregistratoare ale mişcărilor.

Precizia rezultatelor numerice obţinute la tamburele gradate ale restitutoarelor analogice este în general mai mare decît a rezultatelor grafice datorită faptului că rezultatele numerice se referă la detalii ce se punctează cu atenţie, cît şi faptului că la unele aparate înregistrarea numerică se face cu o precizie ce poate atinge, în performanţă 10 μ (la scara aparatului).

Precizia rezultatelor ce se pot obţine pe cale analitică plecînd de la coordonatele plane ale fotogramelor citite la stereocomparatoare cu o precizie de citire ce poate atinge chiar 2 μ este evident mult mai mare.

Precizia grafică pe care o asigură automatele (Stereomatul Wild B 8) este similară cu cea obţinută de un bun operator.

Planurile restituite pot fi utilizate în toate împrejurările în care precizia grafică este suficientă.

Planurile restituite au înfăţişare asemănătoare cu planurile topografice clasice însă sînt mai bogate decît acestea deoarece redau mai multe detalii şi în plus sînt mai expresive şi mai fidele, deoarece sînt obţinute prin restituţie directă, fără interpolări şi arondări.

Faţă de planurile fotografice cele restituite au un aspect grafic, redau şi altimetria şi totodată ele reprezintă efectiv proiecţia ortogonală a punctelor din teren în spiritul riguros al principiilor topografiei generale. Faţă de planurile fotografice cele restituite angajează operaţii mai multe şi mai de durată precum şi un aparataj mai complex astfel că sînt mai scumpe.

6.5. RIDICĂRI COMBINATE

Pentru a se spori ritmul ridicărilor în ansamblu, s-a căutat să se combine ridicări de un tip cu ridicări de alt tip, adică faze diferite şi să se execute prin metode diferite. Acest lucru este nu numai posibil ci chiar recomandat mai ales în cazul ridicărilor speciale cu cerinţe diferenţiate faţă de reprezentări ca natură scară şi precizie.

Metoda combinată. Planimetria se redă pe cale fotogrammetrică (plan fotografic, eventual plan grafic obţinut prin copierea imaginilor redresate ale fotogramelor) iar altimetria s-ar ridica pe cale topografică cu planşeta peste planimetria ridicată fotogrammetric. Metoda este indicată pentru ridicarea terenurilor de şes sau puţin denivelate dacă cerinţele de precizie pentru ridicarea planimetrică nu sînt prea mari în schimb sînt mari sub acest raport pentru redarea altimetriei.

Metoda diferenţiată. Planimetria se redă pe cale fotogrammetrică (plan fotografic) iar altimetria s-ar obţine tot pe cale fotogrammetrică prin restituţie, de exemplu cu multiplexul.

În ambele cazuri se obțin de obicei planuri fotografice cu curbe de nivel numite și fotohărți. Asemenea ridicări îmbină redarea fotografică a planimetriei cu redarea convențională a altimetriei.

Sub raportul preciziei ridicării fiecare din aceste metode are limitări determinate de aparatura folosită și de teren.

O ridicare completă și precisă este *fotoharta* de precizie care înseamnă o reprezentare fotografică a planimetriei (efectiv ortogonală deoarece se face cu ortoproiectorul) și una convențională a altimetriei (făcută cu aparate de restituție de ordinele I sau II A).

6.6. AEROTRIANGULAȚII

6.60. GENERALITĂȚI

Din cele arătate rezultă că atît lucrările de redresare cît și cele de stereorestituție necesită un reperaj prin care se face legătura dintre fotograme și teren.

Reperajul se poate executa pe cale topografică și pe cale fotogrammetrică. Pe cale topografică, determinarea punctelor de reper se face prin metode specific topografice (intersecții, drumuiri, radieri) în cadrul rețelei geodezice. Precizia de determinare a acestor reperi poate fi foarte mare așa încît tot foarte mare poate fi și precizia legăturii dintre fotograme și teren. Dar metoda topografică este de durată și costisitoare mai ales atunci cînd nu se găsesc puncte bine identificabile pe teren și fotograme, cînd este necesar să se facă un premarcaj (regiuni întinse acoperite cu păduri, pășuni, lunci etc.) În plus metoda nu se pretează la o automatizare a operațiilor. Aceasta va fi totuși metoda de reperaj atunci cînd ridicarea se face la scări mari și se cere o precizie ridicată.

Calea fotogrammetrică permite determinarea punctelor de reper și control pentru fiecare fotogramă respectiv stereogramă din cadrul unei benzi cu condiția ca cel puțin la capetele benzii să se facă o legătură sigură cu terenul prin reperaj terestru (fig. 6.75).

Azi se cunosc multe metode fotogrammetrice de reperaj ce se pot grupa în metode corespunzătoare fotogrammetriei planimetrice denumite de fototriangulație plană sau simplu fototriangulație și metode corespunzătoare stereofotogrammetriei denumite și aerotriangulație spațială sau simplu aerotriangulație.

Într-un caz și în altul se disting metode grafice, numerice și mixte. Numărul fotogramelor pe bandă nu trebuie să fie mai mare de 8—12 maximum 15 și numai în mod excepțional 20 în raport cu precizia ce se urmărește.

Fig. 6.75 — Bandă de fotografii

Fototriangulațiile ce dau numai pozițiile planimetrice ale punctelor se pot desfășura atît pe benzi de acoperire (mică 20—30%) cît mai ales pe benzi cu acoperire mare (60—70%).

Se cunosc numeroase metode de fototriangulație. Un loc deosebit îl ocupă fototriangulațiile radiale în diferite variante grafice, mecanice sau numerice. În cazul tuturor metodelor radiale se materializează, într-un fel (prin linii sau mecanic), direcțiile pe care le fac punctele de reper cu punctele nadirale (practic cu punctele centrale) deoarece aceste direcții (radiale) și deci unghiurile la centru nu sînt deformate de accidentația terenului.

6.610. **O metodă numerică.** Să presupunem o bandă de fotograme de circa 60—70% acoperire (fig. 6.76). Primul cuplu poate fi pus în scară funcție de reperajul terestru. Pentru a se determina cîte trei puncte noi de fiecare cuplu se aleg și se notează pe fotograme o seamă de puncte situate aproximativ ca în figură și se unesc în așa fel încît să formeze romburi. După cum se observă primul punct nou se ia în centrul fotogramei noi iar celelalte două înspre periferia fotogramei noi, dar nu mai aproape de circa 1—1,5 cm de margine, aproximativ pe aceeași linie, perpendiculară pe linia centrelor.

În funcție de elementele liniare ale primului model și de elementele unghiulare ce se măsoară în centrele fotogramelor, rezultă prin calcul mărimile liniare care stabilesc pozițiile în plan ale punctelor de trecere care vor deveni puncte de reper (*3a*, *3b*, *4a*, *4b* etc.).

Calculul se face o dată cu grupele de triunghiuri dintr-o parte a bazelor și apoi cu celelalte. Aplicînd relațiile sinusului în triunghiurile *2*, *3*, *3b* apoi în *3*, *3 b*, *4* rezultă:

$$\overline{3-3b} = \overline{2-3}\,\frac{\sin \xi_2}{\sin(\alpha_3 + \xi_2)} \quad \text{și} \quad \overline{3-4} = \overline{3-3b}\,\frac{\sin(\beta_3 + \varepsilon_4)}{\sin \varepsilon_4}$$

de unde

$$\overline{3-4} = \overline{2-3}\,\frac{\sin \xi_2 \cdot \sin(\beta_3 + \varepsilon_4)}{\sin \varepsilon_4 \cdot \sin(\alpha_3 + \xi_2)} \tag{6.54}$$

aplicînd apoi relațiile sinusului în triunghiurile *2*, *3*, *3a* și în *3*, *3a*, *4* se obține:

$$\overline{3-4} = \overline{2-3}\,\frac{\sin \eta_2 \sin(\gamma_3 + \gamma_4)}{\sin \delta_4 \sin(\eta_2 + \gamma_2)} \tag{6.55}$$

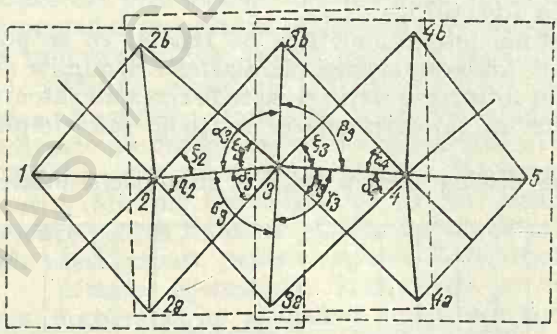


Fig. 6.76 — Fototriangulație radială numerică

Din aproape în aproape se calculează $\overline{4-5}$ apoi $\overline{5-6}$ etc., pînă la sfîrșitul benzii unde se face controlul pe baza reperajului terestru. Dacă controlul dă diferențe în toleranțe se face o compensare liniară a bazelor apoi se calcu-

lează poziţiile punctelor *3a*, *3b*, *4a*, *4b* etc., funcţie de bazele corectate şi laturile deja calculate.

Precizia de măsurare a unghiurilor la centru poate fi mare dacă se măsoară cu un triangulator radial (pînă la 1^c) sau mult mai slabă dacă se măsoară cu un simplu raportor.

Metoda este greoaie.

5.611. **O metodă grafică.** Principiul după care se conduce metoda grafică este asemănător celui descris la metoda numerică.

Punctele reperajului terestru se raportează pe o planşetă la scara de lucru. Pe fotograme se aleg punctele reperajului fotogrammetric apoi pe foi transparente (de exemplu pe calc) se desenează direcţiile radiale pe toate fotogramele. (fig. 7.77, *a*). Se aşază foile fotogramelor *1* şi *2* cu baza O_1—O_2 suprapusă şi se deplasează fotograma în lungul bazei pînă ce direcţiile la reperii tereştri se intersectează (fig. 6.77, *b*). Apoi se aşază foaia celei de a treia fotograme cu baza peste O_2O_3, se deplasează în lungul bazei O_2O_3 pînă ce direcţiile radiale înapoi din O_3 se intersectează cu cele ale fotogramelor *1* şi *2* în punctele *2a* şi respectiv *2b* etc. (fig. 6.77, *c*). Controlul se face pe puncte de reper terestru. Diferenţele ce se vor constata, dacă vor fi tolerabile, se vor compensa liniar.

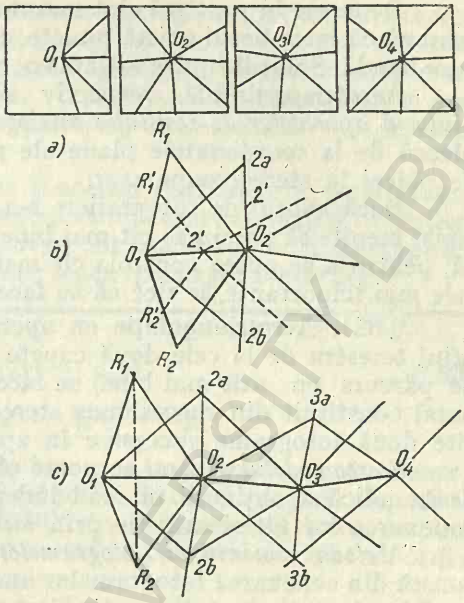


Fig. 6.77 — Etapele metodei grafice:
a — trasarea direcţiilor radiale; *b* — potrivirea scării funcţiei de reperii tereştri R_1 şi R_2; *c* — conexiunea

Se observă că pentru punerea în scară a primului cuplu au fost suficiente două puncte.

Metoda este operativă şi dă rezultate aproape comparabile cu metoda numerică descrisă. Punctele astfel obţinute: *2a*, *2b*, *3a*, *3b* etc., pot constitui baza redresării fotogramelor pentru ridicări oarecare la scări mici.

6.62. AEROTRIANGULAŢII

6.620. **Principii.** Aerotriangulaţiile propriu-zise sau spaţiale sînt metode de determinare a coordonatelor punctelor de reper (şi eventual a altor puncte) în spaţiu (x, y, z). Este evident că trebuie să existe acoperire longitudinală de 60—70%, specifică stereofotogrammetriei. Metodele se referă în general la fotograme aproximativ nadirale.

Întrucît punctele reper formează poligoane de puncte în spaţiu, ce se determină propriu-zis ca într-o poligonaţie, metoda se mai numeşte şi a *aeropoligonaţiei*.

Deoarece în practică sînt mai multe benzi alăturate, cu acoperire, înseamnă că între benzi există puncte comune ce pot fi determinate pe fiecare bandă. Soluţiile unice reclamă o compensare şi deci un calcul în bloc.

Aerotriangulaţiile, respectiv aeropoligonaţiile, se pot executa cu *ajutorul aparatelor de restituţie analogice precum şi pe cale analitică* cînd se pleacă de la coordonatele plane ale punctelor de pe fotograme măsurate de obicei la stereocomparator.

Dacă zborul de fotografiere s-a făcut cu anexe (statoscop-camere orizont) menite să precizeze cît mai bine poziţia camerei în momentul de priză, pentru a se putea controla cît mai bine erorile de înălţime z care sînt cele mai importante, se zice că se face *aeronivelment.*

6.621. **Aerotriangulaţie cu aparate analogice.** Legătura dintre reperajul terestru de la cele două capete ale benzii (dacă sînt reperi terestri şi pe parcurs cu atît mai bine) se face prin intermediul stereomodelului general constituit din succesiunea stereomodelelor individuale (date de două cîte două fotograme succesive în aparatele de restituţie).

Stereomodelul general se poate obţine fie prin *metoda cuplelor independente,* adică a obţinerii în mod independent a stereomodelelor parţiale şi conexarea lor ulterioară, fie prin *metoda conexiunii fotogramelor succesive.*

Metoda conexiunii fotogramelor succesive, care are o largă răspîndire, constă din conexarea fotogramelor una cîte una, plecînd de la primul stereomodel orientat absolut funcţie de reperajul terestru. Fiecare stereomodel parţial nou se conexează cu precedentul prin intermediul ultimei fotograme ce fiind orientată absolut, va rămîne nemişcată. Orientarea relativă a noului cuplu se va face acţionînd numai asupra fotogramei noi, în toate cele cinci puncte caracteristice Δk, $\Delta\varphi$, $\Delta\omega$, by, şi bz, astfel încît în momentul cînd s-au eliminat paralaxele şi s-a obţinut stereomodelul el este orientat şi absolut.

Funcţie de aparatele ce se utilizează se disting variante de aplicare şi anume: cu aparate bazate pe principiul proiecţiei indirecte (aparate universale de ordinul I) şi cu aparate bazate pe principiul proiecţiei directe (multiplexul). Într-un caz şi în altul, alegerea şi marcarea în prealabil a punctelor se face după aceleaşi criterii (cele arătate şi la fototriangulaţiile cu acoperire longitudinală mare).

Etapele de lucru în cazul folosirii aparatelor universale de ordinul I de precizie. Se introduc fotogramele *1* şi *2* ale primului cuplu, se orientează interior, relativ şi absolut funcţie de reperajul terestru. Se punctează cu atenţie reperii ce vor face legătura cu fotograma *3* şi se vor citi valorile x, y, z ce se vor consemna în carnet, inclusiv elementele de orientare k, φ, ω, bx, by, bz la ambele camere. Dacă prelucrarea datelor (compensarea) se va face printr-o metodă grafico-numerică este necesar ca punctele de reper să fie şi raportate pe planşă în momentul cînd sînt punctate pe model.

Se scoate fotograma *1*, se inversează baza şi se introduce fotograma *3*, care se orientează interior. Asupra fotogramei *3* se acţionează în toate punctele caracteristice (relaţiile 6.38) pentru a se orienta relativ. Stereomodelul obţinut este orientat şi absolut din cauză că fotograma *2* a rămas nemişcată. Se punctează toţi reperii (6) şi se consemnează valorile citite.

Astfel, din aproape în aproape, se conexează toate fotogramele şi se ajunge la stereomodelul final unde se citesc şi valorile reperilor terestri.

Pentru confruntarea reperilor terestri cu omologii lor obținuți prin aerotriangulație, în scopul verificării lucrărilor și apoi al compensării benzii, este necesar în cazul prelucrării numerice ca și reperii tereștri să aibă coordonate în sistemul de axe al aparatului (care este de fapt sistemul de axe al primului stereomodel), lucru ce se obține prin transcalculare. Se folosesc relațiile (5.96) inclusiv (5.101).

Diferențele dintre reperii tereștri și aceiași obținuți prin aerotriangulație reprezintă punctul de plecare pentru compensarea poziției reperilor. Corecțiile ce urmează a se aduce reperilor se pot calcula cu relațiile empirice (6.56) care aproximează destul de bine legea propagării erorilor.

$$\begin{aligned} \Delta x &= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \\ \Delta y &= a_3 + a_4 x + a_5 xy + a_6 x^2 \\ \Delta z &= b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 xy + b_5 x^2 \end{aligned} \qquad (6.56)$$

unde x și y reprezintă coordonatele benzii cu x ca axă longitudinală. Pentr calculul coeficienților a, b sînt necesari cel puțin 6 reperi tereștri, dispuși ca pe schema de la figura 6.78. Relațiile (6.56) care aproximează destul de bine modul de propagare a erorilor în lungul benzii pe cele trei axe sînt de ordin pătratic.

Coordonatele geodezice compensate ale reperilor se vor obține prin transcalculare cu relațiile (5.96) (inclusiv 5.101) funcție de coordonatele geodezice ale reperilor terești și coordonatele compensate ale reperilor în sistemul de axe ale aparatului.

Dacă compensarea se va face printr-o metodă grafico-numerică nu mai sînt necesare operații de transcalculare, deoarece abaterile rezultă de-a dreptul grafic pe plan. Corecțiile se fac grafic pe x și y și numeric pe z.

În cazul folosirii *multiplexului* nu mai este necesar să se scoată fotogramele stereomodelelor orientate și nici să se înscrie date ale orientării stereomodelelor deoarece aparatul fiind dotat cu cel puțin atîtea proiectoare (camere) cîte fotograme sînt pe bandă, se obține stereomodelul general efectiv. Compensarea pe punctele finale se face rotind planșeta (cînd se elimină eroarea pe y) iar punerea riguros în scară a stereomodelului general se realizează printr-o dilatare proporțională acționînd din baze (bx). Așadar, mult mai simplu, fără calcule, dar evident și mai puțin precis.

6.622. **Metode analitice.** În ultimul timp metodele analitice au căpătat o mare dezvoltare ca urmare a introducerii mașinilor electronice de calcul. Întrucît cazul cel mai frecvent este acela cînd suprafața este acoperită de mai multe benzi de fotografii, (fig. 6.79) este indicat să se recurgă la o compensare unitară,

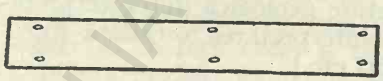


Fig. 6.78 — Schemă a punctelor de reperi tereștri

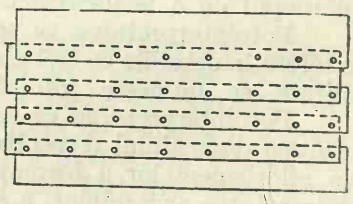


Fig. 6.79 — Schema unei compensări în bloc

în bloc, a tuturor punctelor de pe toate fotogramele şi toate benzile. Astfel se obţine simultan o sporire a preciziei de determinare a punctelor şi o reducere a numărului de puncte de determinat (de reper şi control), practic la cîte un punct de fiecare fotogramă.

Există numeroase propuneri şi procedee privind compensarea în bloc, după unităţile independente (elementele lor specifice) ce se introduc în calcule şi anume: fotogramele singulare, cupletele orientate, grupele de modele (aici un loc important îl deţin tripletele, adică grupe de cîte trei fotograme), sau benzile de fotograme.

Din punctul de vedere al preciziei ce se poate obţine, pe primul loc se situează compensările ce folosesc ca unităţi independente fotogramele singulare. Totuşi, în practică metodele din această grupă nu s-au impus din cauza numărului prea mare de necunoscute ce se introduc în calcul şi anume: cîte 6 de fiecare fotogramă (ce privesc orientarea exterioară a fiecărei fotograme §. 6.41) şi încă cel puţin cîte trei necunoscute de fiecare fotogramă ce reprezintă coordonatele spaţiale ale punctului de reper ce urmează a se determina.

Metodele cele mai răspîndite sînt cele care folosesc cupletele (definite de 7 elemente §. 6.401) ca unităţi independente ce se cuprind în operaţiile de compensare. În acest caz elementele ce se măsoară de fiecare model sînt coordonatele spaţiale pe model a punctului (lor) de reper şi coordonatele spaţiale ale centrelor de proiecţie ale fiecăreia din fotogramele ce constituie cuplul (modelul).

Pentru compensarea analitică prin care se obţin poziţiile spaţiale ale punctelor de reper, în sistemul coordonatelor terestre, datele ce se introduc în calcule se preiau de pe fotograme singulare sau modele cu monocomparatoare, respectiv stereocomparatoare de cea mai mare precizie pentru a se putea aspira la o precizie corespunzătoare de determinare.

6.7. FOTOINTERPRETAREA. APLICAŢII NETOPOGRAFICE

6.70. FOTOINTERPRETARE

6.701. **Generalităţi. Definiţii.** *Fotointerpretarea* sau interpretarea fotografică este actul examinării imaginilor fotografice ale obiectelor şi detaliilor cu scopul de a le identifica şi a le deduce semnificaţia.

Fotointerpretarea ce se efectuează în procesul de stereorestituţie şi se referă la detaliile ce trebuie să figureze pe planurile de cea mai mare generalitate se numeşte fotointerpretare topografică.

Fotointerpretarea ce se referă la domenii de specialitate poartă denumirea domeniului respectiv ca: fotointerpretare geologică (fotointerpretarea aflorismentelor, a formaţiunilor etc.), fotointerpretarea forestieră (fotointerpretarea arboretelor, a speciilor de arbori etc.)

În raport cu cerinţele, fotointerpretarea poate fi foarte simplă şi sigură sau foarte complexă şi îndoielnică. Astfel, pădurile, apele, construcţiile,

BCU CENTRAL UNIVERSITARĂ LIBRARY

drumurile etc., se identifică foarte uşor şi sigur pe fotograme pe cînd speciile de arbori dintr-o pădure, gradul de eroziune a solului, natura unor roci, culturi, gradul de umiditate a solului, natura unor construcţii sau lucrări din teren, camuflajele etc., se identifică cu dificultate şi adeseori cu incertitudine iar alteori nici nu se poate face.

Fotointerpretarea se întemeiază pe studiul caracteristicilor imaginii fotografice. În mod curent acestea sînt cuprinse în două mari grupe şi anume: caracteristici calitative şi caracteristici cantitative.

Cele calitative sînt acelea care nu se măsoară în sensul uzual al cuvîntului, dar pot fi evaluate subiectiv ca: textura, modelul, tonul şi forma. Fotointerpretarea calitativă poate fi ajutată cu chei, teste şi ghizi. Caracteristicile cantitative sînt acelea care pot fi măsurate în accepţiunea largă a cuvîntului ca: suprafeţe, distanţe, unghiuri verticale sau orizontale, înălţimi şi diametre de coroane ca şi gradul de acoperire a terenului.

Aceste caracteristici pot fi bine valorificate în procesul de fotointerpretare dacă se cunosc foarte bine obiectele de fotointerpretat şi însuşirile lor, felul cum apar în imagine, dacă imaginea este redată la o scară convenabilă şi este de bună calitate (pot fi sesizate şi detaliile, eventual şi culorile) şi dacă imaginile se examinează şi stereoscopic, cînd percepţia formelor poate fi hotărîtoare.

Un rol important are fotointerpretatorul sub raportul pregătirii şi al însuşirilor lui.

6.702. **Etapele şi felurile fotointerpretării.** Într-un proces de fotointerpretare se disting următoarele etape: detecţia, recunoaşterea şi identificarea, analiza, deducţia, clarificarea şi idealizarea, cu înţelesul pe care-l sugerează şi semnifică fiecare cuvînt.

De la caz la caz, aceste etape se parcurg în întregime, separat sau cu o continuă şi practic suprapusă continuitate, iar uneori, în raport cu obiectivele fotointerpretării, este suficient să fie parcurse prima cu a doua şi eventual a treia cu a patra etapă.

În cazul fotointerpretării obiectelor bine vizibile se obişnuieşte să se vorbească de fotointerpretarea directă şi să se utilizeze noţiunea de obiecte, de exemplu fotointerpretarea caselor în sine, a arborilor (fără însuşirile lor) etc. În cazul fotointerpretării de fenomene şi elemente în mare măsură invizibile se procedează la o fotointerpretare corelativă şi se operează cu noţiuni, ca fenomene şi elemente, de exemplu: speciile de arbori şi vîrsta lor, însuşirile solurilor etc.

6.703. **Fotointerpretare. Descifrare.** Fotointerpretarea are, cum este firesc, anumite limitări. Uneori este insuficient de sigură iar, alteori, gradul de incertitudine poate fi mare.

Dacă se are în vedere că unele detalii ce trebuie să apară pe planuri pot fi acoperite (poteci, drumuri sau limite de pădure) iar altele nu pot fi recunoscute (limitele administrative faţă de unele limite de folosinţă temporară) rezultă că este necesar să se facă la teren unele delimitări şi precizări pe fotograme, eventual ulterior pe planurile restituite. Uneori este necesar să se facă chiar şi ridicări tahimetrice sau busolare suplimentare (stabilirea poziţiei unor conducte sau cabluri subterane etc).

Operaţia de identificare şi precizare la teren a detaliilor topografice precum şi a tuturor elementelor ce trebuie să apară pe plan şi desenarea lor

pe fotograme se numeşte *descifrare*[1]. Prin urmare, descifrarea este operaţia ce se face parcurgînd terenul cu fotogramele în mînă, delimitînd şi precizînd pe fotograme, prin semne convenţionale desenate în tuş, detaliile topografice sau amenajistice, dendrometrice etc., ce trebuie să apară pe plan, precum şi identificînd obiectele şi detaliile insuficient de bine recunoscute pe fotograme. Totodată se culege toponimia.

Prin urmare operaţia de descifrare, în măsura în care cuprinde întregul conţinut al fotogramelor, toate detaliile, obiectele şi semnificaţiile ce trebuie să apară pe plan este o operaţie fără greş dar totodată o operaţie laborioasă ce temporizează ridicarea fotogrammetrică şi-i ridică costul.

Pe măsură însă ce calitatea fotointerpretării creşte sau scad anumite pretenţii de identificare şi precizare, în aceeaşi măsură se poate reduce şi operaţia de descifrare.

Într-un caz extrem nu s-ar face nici o descifrare la teren urmînd ca toate elementele să fie identificate numai după fotograme. În acest caz este necesar ca după terminarea restituţiei să se confrunte planurile cu terenul şi să li se aducă corecţiile necesare.

Prin urmare între cele două extreme, descifrarea completă la teren şi nici un fel de descifrare, cînd toate elementele s-ar obţine prin fotointerpretare, pot exista diferite grade de utilizare a descifrării şi respectiv a fotointerpretării. Este de dorit ca volumul descifrărilor să se reducă progresiv urmînd ca majoritatea detaliilor, a semnificaţiilor şi a fenomenelor să fie precizate prin fotointerpretare. Aceasta presupune obiectivizarea criteriilor de fotointerpretare şi, evident, o pregătire superioară a cadrelor de fotogrammetrişti. Calitatea şi randamentul muncii de fotointerpretare cresc dacă se dispune de fotograme preluate în condiţii favorabile pe emulsii corespunzătoare la scări convenabile dacă fotointerpretarea se face pe imagini pozitive, dacă se dispune de mijloace eficace de investigaţie cum ar fi fotointerpretascoapele şi de teste corespunzătoare.

6.71. APLICAŢII NETOPOGRAFICE

Dintre numeroasele aplicaţii netopografice ale fotogrammetriei unele au caracter preponderent metric, implicînd măsurători şi reprezentări exacte, iar altele pun accentul pe fotointerpretare. Din prima categorie s-ar enumera aplicaţiile în arhitectură, verificarea stabilităţii construcţiilor, studiul elasticităţii barajelor, evaluarea fondului lemnos, proiectarea drumurilor etc., iar din a doua, cartarea geologică şi pedologică, stabilirea speciilor de arbori şi delimitarea arboretelor etc.

Un domeniu important este acela al aplicaţiilor fotogrammetriei *în studii şi cartări geologice* inclusiv a terenurilor greu accesibile sau practic inaccesibile piciorului omenesc. Dacă se cartează terenul pe cîteva linii caracteristice şi se confruntă cu liniile respective de pe fotografii, apoi acestea se pot urmări în continuare mult mai productiv numai pe fotografii. Pe

[1] În literatură, denumirea de descifrare a fost folosită premergător fotointerpretării cu înţelesul de fotointerpretare la nivelul unor cunoştinţe oarecum rudimentare în raport cu accepţiunea dată azi fotointerpretării. Aici s-a dat în sensul folosit la noi.

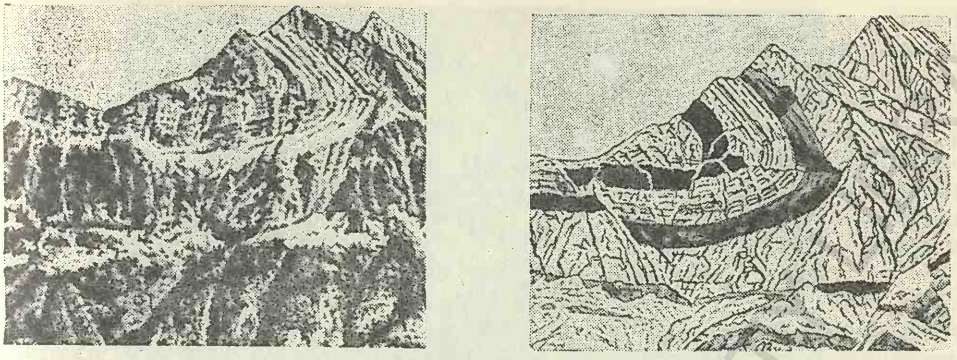


Fig. 6.80 — Cartare geologică de profil

fotografii se poate identifica şi preciza fiecare afloriment, fiecare strat, fiecare formaţiune (fig. 6.78).

Cartarea geologică prin fotointerpretare cuprinde două faze: a) identificarea şi delimitarea tipurilor de rocă şi b) stabilirea structurii rocilor.

6.72. APLICAŢII ÎN SECTORUL FORESTIER

6.720. **Generalităţi.** În general se susţine că fotogramele sînt înregistrări obiective, complete, ale subiectului fotografiat. În sectorul forestier, asemenea înregistrări pot avea, firește, multiple utilizări. Simpla privire a unei imagini fotografice fig. 6.81 şi 6.82 ne sugerează, prin abundenţa obiectelor şi a elementelor pe care le oferă, multiple utilizări dintre care unele de o deosebită importanţă.

Efectiv fotogrammetria poate servi la identificarea speciilor, recunoaşterea şi inventarierea pădurilor, evaluarea fondului lemnos, cartarea terenurilor, proiectarea drumurilor şi căilor ferate forestiere, identificarea şi perimetrarea terenurilor degradate, stabilirea şi delimitarea zonelor ce au suferit calamităţi de pe urma atacurilor de insecte, incendiilor sau a vînturilor puternice etc.

Fotogrammetria mai poate servi la amenajarea peisagistică a zonelor verzi din jurul oraşelor şi a centrelor muncitoreşti, în studii şi cercetări, la evaluarea efectelor poluării atmosferei etc.

Toate aceste aplicaţii, ca şi numai unele de altfel, implică din capul locului o bună cunoaştere a subiectului de fotointerpretare, a arborilor şi a pădurii, sub cît mai multe ipostaze şi sub cît mai multe raporturi, implică adică o bună pregătire profesională privitoare la pădure şi la aplicaţiile în legătură cu ea. Totodată este necesară o pregătire fotogrammetrică pentru a se putea valorifica cît mai plenar posibilităţile pe care le oferă ştiinţa fotogrammetrică.

O primă dificultate derivă de acolo că, de fapt, imaginile fotografice nu sînt reprezentări chiar atît de obiective pe cît s-a pretins şi se pretinde încă. Pentru că sensibilitatea şi în general însuşirile emulsiilor fotografice

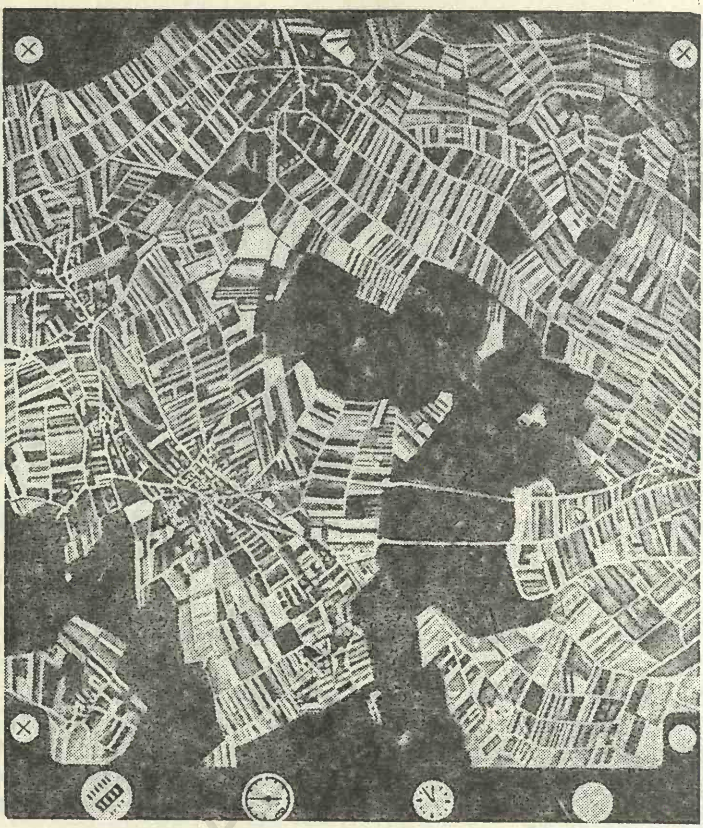


Fig. 6.81 — Imaginea unui teren oarecare pe o fotogramă

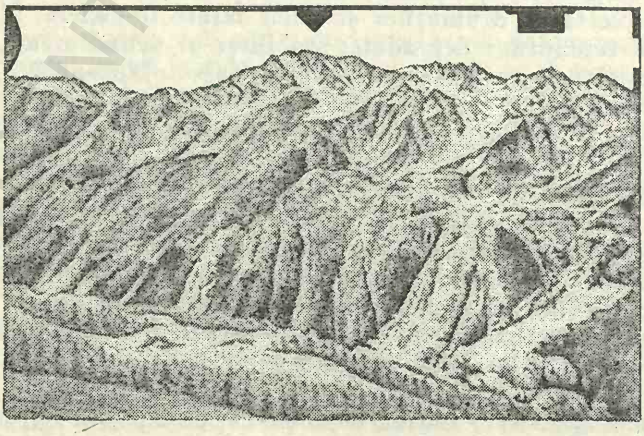


Fig. 6.82 — Aspectul unei eroziuni în munți pe o fotogramă terestră

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

diferă de sensibilitatea ochiului omenesc şi de modul de înregistrare a imaginilor. Redarea în tonuri gri în raport cu sesizarea color a ochiului omenesc diferă. Chiar atunci cînd imaginea este înregistrată de o emulsie color tot diferă de cea înregistrată de ochiul omenesc pentru că emulsiile color sînt construite pe principiul înregistrării în general tricome a imaginilor şi încă pe cale indirectă. La acestea se adaugă înregistrarea de sus a imaginilor foto, neobişnuite nouă. În plus refracţia atmosferică, filtrul folosit sau nu, condiţiile atmosferice, sursa de redare etc. introduc o notă de personalitate, adeseori neidentificată, dar care oricum nu mai permite să se vorbească de de o inregistrare obiectivă în accepţiunea totală a cuvîntului.

Aplicaţiile fotogrammetriei în sectorul forestier, oricare ar fi ele, necesită cu precădere cunoaşterea foarte bine în primul rînd a următoarelor caracteristici ale arborilor: a) puterea refractantă a frunzelor şi coronamentelor, forma coroanelor, caracteristicile ecologice şi fenologice ale arborilor, precum şi forma lor în imagine la diferite scări şi b) însuşirile emulsiei sau a emulsiilor folosite.

Practic orice aplicaţii forestiere a fotogrammetriei începe cu fotointerpretarea speciilor.

6.721. **Fotointerpretarea speciilor.** După cum se ştie, fiecare specie de arbore se caracterizează prin unele însuşiri care-i sînt proprii şi care reprezintă totodată criterii de diferenţiere faţă de alte specii. Principalele însuşiri specifice sînt forma coroanei şi puterea reflectantă a frunzelor.

Forma coroanei şi portul arborilor în masiv şi izolat este în general studiată atît ca fenomen în sine cît şi ca imagine pe fotografii singulare şi ca model spaţial în studiul stereoscopic (de bază în acest sens, la noi, fiind lucrările tov. conf. dr. Boş Nicolae).

Pe fotografii aeriene nadirale coroanele cîtorva specii de arbori arată ca în fig. 6.83 (după Boş N.). Se observă că fiecare specie are o formă proprie care în reprezentările la scări mari şi chiar medii (pînă la cca. 1 : 15000) poate fi distinsă. Dacă pădurea este rară şi cu atît mai mult pentru arborii din părţile marginale ale fotogramei, unde datorită fenomenului de perspectivă se înregistrează nu numai proiecţia ortogonală a coroanelor ci şi porţiuni laterale, care sînt aproape întotdeauna mai semnificative, se cîştigă în siguranţă. Arborii izolaţi cu un coronament specific se fotointerpretează întotdeauna repede şi cu siguranţă.

Umbrele au întotdeauna un rol important. Cele proprii ajută la formarea imaginii caracteristice ca în fig. 6.83, iar cele aruncate fig. 6.84 reprezintă de fapt cea de a doua imagine a arborilor, imagine ce seamănă cu cea din profil, adică o imagine mult mai obişnuită nouă şi în acelaşi timp mai caracteristică.

După forma coroanelor, răşinoasele se fotointerpretează mai uşor şi mai sigur.

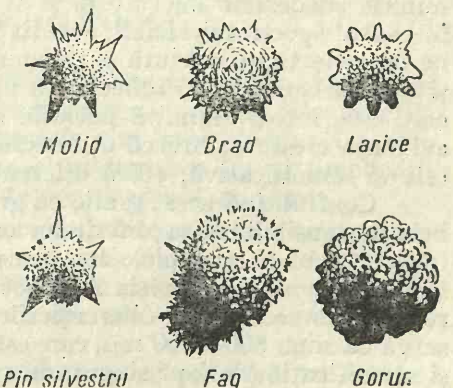


Fig. 6.83 — Schiţă ale coroanelor unor specii de arbori înregistrate pe fotograme aeriene (după Boş)

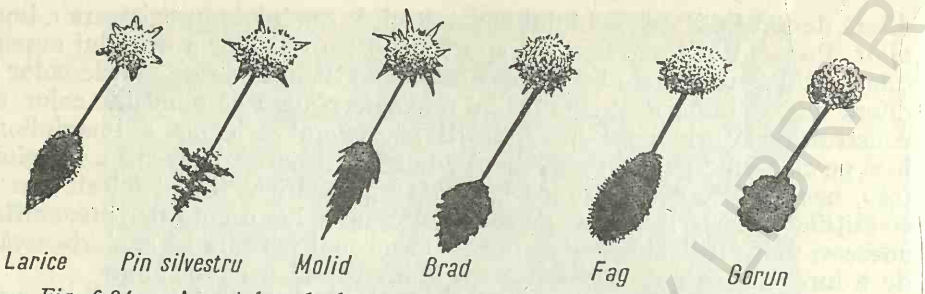


Fig. 6.84 — Aspectul umbrelor unor coroane de arbori de masiv (după Boş)

Notă: Pentru a se pune cît mai bine în evidenţă efectul de umbră, se recomandă ca poziţia fotogramelor singulare ce se studiază să fie aceea în care umbrele cad spre operator.

Pe măsură ce scara fotogramelor devine mai mică, în aceeaşi măsură arborii individuali din masiv nu mai pot fi distinşi. În astfel de situaţii, arboretele se pot recunoaşte după textură (variaţia de ton) mai uniformă la foioase decît la răşinoase şi după structură şi model spaţial care într-un studiu stereoscopic este mai caracteristic la răşinoase.

Totuşi pe măsură ce scara de reprezentare nu mai poate reda suficient de semnificativ formele coroanelor, cîştigă din ce în ce în importanţă (pe fotografiile alb-negru la care ne referim) tonul fotografic şi variaţia de ton ca urmare a reflectanţei diferenţiate a frunzelor diferitelor specii de arbori.

Reflectanţa spectrală a frunzelor se diferenţiază cu specia. Azi se ştie că frunzele arborilor absorb, reflectă şi sînt străbătute de radiaţiile solare astfel: sînt absorbite puternic razele de mică lungime de undă din zona violet şi ultraviolet şi sînt reflectate puternic razele din zona lungimilor de undă medii din spectrul vizibil (verde-galben), fapt pentru care frunzele sînt văzute astfel, precum şi razele din infraroşul apropiat.

Primele lucrări de anvergură în privinţa reflectanţei spectrale, ca factor al fotointerpretării forestiere, datează din anul 1953 şi se leagă de numele suedezilor Bäckstörm şi Wellander. Graficul de la fig. 6.85 arată în cadrul spectrului vizibil, socotit în general între 400 şi 700 mμ, două zone de reflectanţă scăzută şi nesemnificativă, 400—500 mμ şi 600—700 mμ şi o zonă centrală de reflectanţă mai ridicată, ce culminează la 550 mμ şi care este într-o anumită măsură, semnificativă. Totodată graficul pune în evidenţă creşterea bruscă a reflectanţei în zona infraroşie (invizibilă), unde este şi semnificativă, adică diferenţiată cu speciile de arbori.

Confruntînd acest grafic cu graficul de la fig. 6.86, care cuprinde curbele de sensibilitate a diferitelor emulsii, se constată că emulsiile cele mai folosite pentru multiplele lor însuşiri (cele pancromatice notate cu c) şi în mod expres azi emulsia Aviphot Pan 30, nu sînt sensibile în zona infraroşie adică acolo unde diferenţierile sînt cele mai puternice. Totodată se observă că zona 500—600 mμ, care este o a doua zonă de reflectanţă ca valoare şi semnificaţie (de fapt singura în spectrul vizibil) corespunde unei porţiuni nesemnificative de pe emulsiile pancromatice. Din contră emulsiile infracromatice sînt sensibile cu precădere în zona infraroşie care este zona de maximă reflectanţă şi maximă diferenţiere.

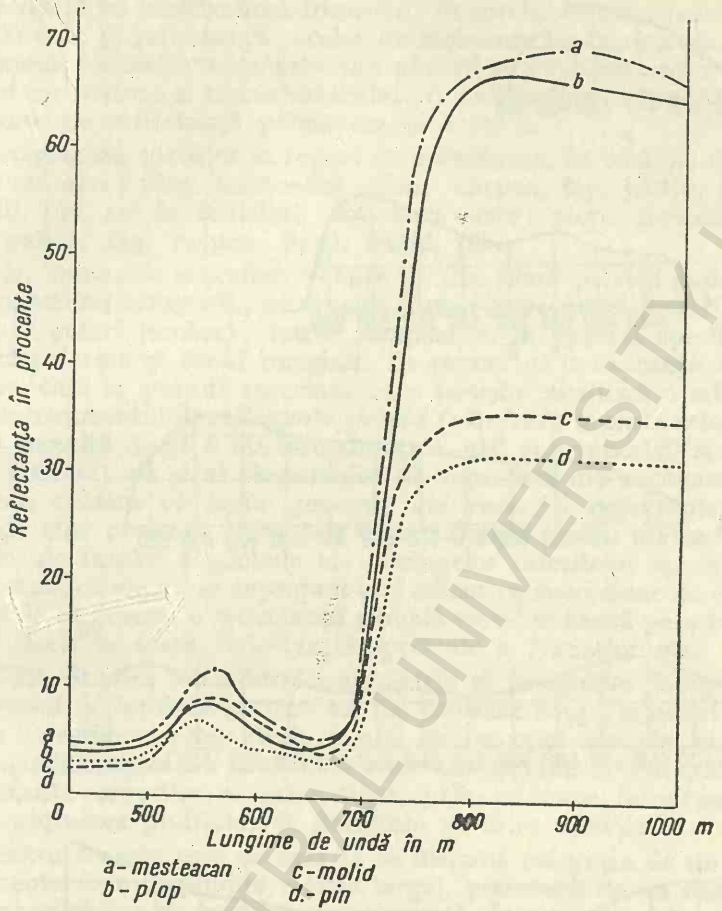


Fig. 6.85 — Graficul Bockstrom-Wellander

Servicii mari în acest sens aduc emulsiile speciale color, dar mai cu seamă emulsiile false color, fabricate anume pentru a evidenția diferențierile de reflectanță. Deocamdată, emulsiile speciale sînt mai scumpe, iar preluarea imaginilor cu asemenea emulsii ca și prelucrarea lor au implicații care nu permit încă introducerea lor în tehnica curentă de lucru.

Pentru valorificarea reflectanței (remisiei) în procesul de fotointerpretare este necesar să se cunoască valoarea și deci diferența de reflectanță a speciilor de arbori ce formează arboretul în general, dar și în concret adică în zenonul de fotografiere, precum și însușirile emulsiei și a eventualului filtru de fotografiere folosit.

În privința valorii și a variației reflectanței se sintetizează următoarele: a) diferențierea de reflectanță dintre specii, dacă are loc se identifică în zonele de maxim, cu precădere în cea infraroșie; b) reflectanța foioaselor este în general mai mare decît a rășinoaselor; c) reflectanța generală este

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

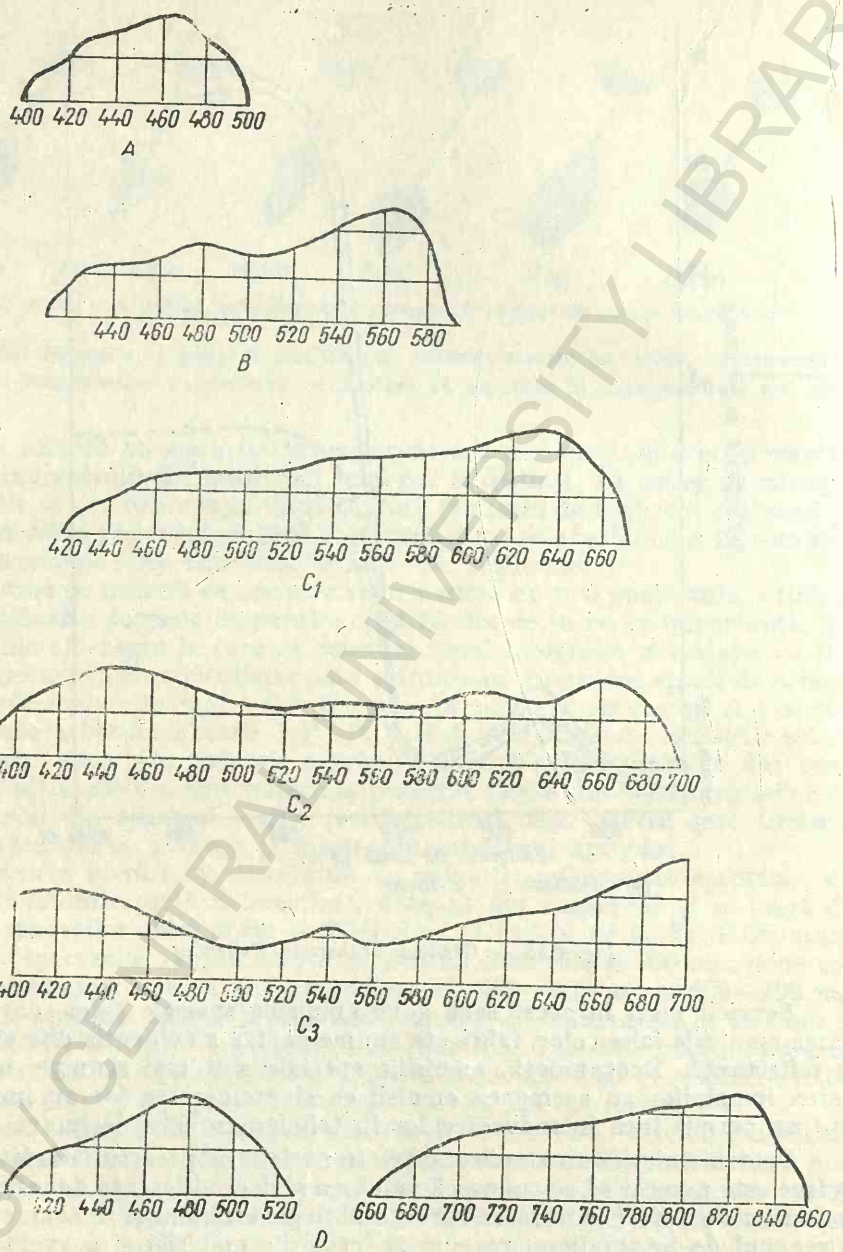


Fig. 6.86 — Curbele de sensibilitate ale diferitelor medii

mai mare primăvara; d) vara este sezonul de cea mai mică diferenţiere; e) toamna sezonul de cea mai mare diferenţiere; f) reflectanţa foioaselor este mai mare primăvara, se stabilizează vara la un nivel relativ scăzut şi

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

creşte deodată cu îngălbenirea frunzelor în special în zona nesemnificativă 600—700 mμ; g) reflectanţa acelor de răşinoase scade uşor de primăvara pînă toamna; h) reflectanţa arborilor atacaţi se modifică: scade sau creşte în raport cu natura şi efectul atacului; i) altitudinea introduce diferenţe importante de reflectanţă primăvara şi toamna.

Succesiunea speciilor în raport cu reflectanţa, în vizibil, determinată la noi vara este: plop, mesteacăn, alun, carpen, fag, paltin, gorun, molid, brad, pin, iar în invizibil, tot vara este: plop, mesteacăn, alun, gorun, paltin, fag, carpen, brad, molid, pin.

Dar, coroanele arborilor, văzute de sus, oferă privirii şi deci obiectivului aparatului fotografic, nu numai frunze ci eventual şi flori sau fructe precum şi goluri (umbre) într-o compoziţie, în general specifică, ce va caracteriza forma şi tonul imaginii. În raport cu reflectanţa spectrală a frunzelor, care ar pute fi apreciată ca o însuşire analitică a reflectanţei în cadrul coronamentului, *reflectanţa globală (albedoul)* a coroanelor arborilor poate fi socotită drept o însuşire sintetică, atît sub raportul spectrului de radiaţii reflectat cît şi al elementelor de suprafaţă ale coronamentului.

Este evident că legile generale ale variaţiei reflectanţei spectrale şi globale sînt aceleaşi. Dacă s-ar construi însă scări ale reflectanţelor spectrale ale fazelor şi globale ale coroanelor diferitelor specii de arbori s-ar constata că ele nu se suprapun nici măcar ca succesiune de specii. Astfel, fagul dă în general o reflectanţă globală care-l situează pe o treaptă mai ridicată decît în scara reflectanţei spectrale a frunzelor etc.

6.722. **Studiul microfotodensitometric al imaginilor fotografice.** Pentru procesul de fotointerpretare un loc deosebit ocupă şi eventualele mijloace de investigare, altele decît lupa şi stereoscopul care sînt clasice. Analiza imaginii fotografice, care efectiv are un specific determinat de forma şi reflectanţa arborilor şi arboretelor, prin mijloace fotodensitometrice, permite obţinerea profilului de densitate pe orice direcţie.

Pentru aceasta este necesar să se dispună cel puţin de un fotometru (instrumente de o răspîndire relativ largă), preferabil de un microfotodensitometru cu sistem de înregistrare automată. Într-un caz şi în altul, suprafaţa punctului de explorare trebuie să fie foarte mică, nu mai mare de 0,001 mm². Pasul de explorare, în cazul unui fotometru normal nu trebuie să depăşească 0,05 mm, pentru a se putea surprinde variaţiile intime de ton.

În fig. 6.87 se arată microfotodensitogramele a două arborete pure de fag (80 de ani) şi respectiv molid (40 ani) la scara 1 : 24000, zbor de toamnă, obţinute în condiţiile arătate. Graficele arată, chiar la o privire generală, un suficient grad de specificitate, care însă se pune în evidenţă în mod exact prin analiza densitogramei. În tabelul 1 se dau elementele caracteristice ale curbelor sinusoidale pentru diferite situaţii şi anume: punctele de maxim, amplitudinea care caracterizează textura şi perioadele. Privitor la graficele din fig. 6.87 se constată că media părţilor luminate la fag este cel puţin de două ori mai ridicată decît la molid (5,87 faţă de 2,62) că amplitudinea medie a curbelor la fag este 2,33 unităţi în raport cu cea de 0,94 a molidului. În schimb, frecvenţa curbelor este mai mare la molid şi se datorează cu siguranţă faptului că arboretele de molid sînt tinere şi faptului că scara este mică.

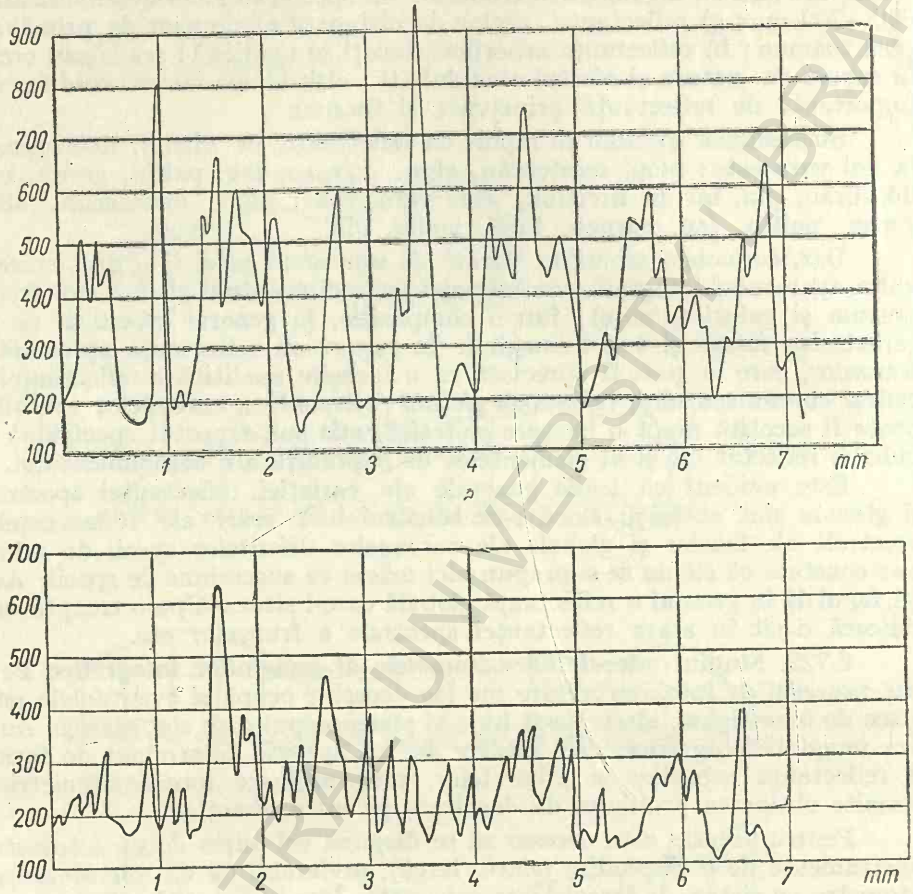


Fig. 6.87 — Microfotodensitogramele a două arborete (*a*) fag, (*b*) molid

Din analiza unui mare număr de microfotodensitograme se constată că într-adevăr ele pot fi considerate purtătoarele caracteristicilor intime, specifice imaginii fiecărui arboret.

6.723. **Fotointerpretarea elementelor structurale ale unui arboret.** Dintre elementele de structură care-l interesează în general pe silvicultor, dar cu precădere pe amenajist și care se pot bine determina pe fotograme sînt: consistența arboretelor, gradul de amestec și înălțimea arborilor și a arboretelor.

Stabilirea consistenței arboretelor, sub forma gradului de închidere a coronamentelor, se poate face pe fotografii singulare, fie numai la vedere, fie folosindu-se grile cu puncte sau teste de densitate. Prin oricare din aceste metode se obține o evaluare sistematic negativă, mică și nesemnificativă, totuși superioară metodei curente vizuale de determinare a consistenței prin metode tereste. Studiul stereoscop duce la o sporire a preciziei de evaluare.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Scara fotogramelor		1 : 9000		1 : 12000		1 : 24000		1 : 9000	1 : 9000	
Data zborului		09.09.1969		29.10.1969		07.10.1969		09.09.1969	09.09.1969	
Nr. fotogramelor		13220—69		19393—1969		18018—1966		12854—69	12748—69	
Specia și vîrsta		fag 85	molid 90	fag 80	molid 80	fag 80	molid 40	gorun 75	brad 90	pin silvestru 85
Măsurători		160	150	198	290	236	236	292	96	140
Grafic nr.		58	59	60	61	62	63	64	65	66
Puncte de maxim	n	38	28	52	56	45	57	74	26	31
	$\overline{X}_1$	2,77	2,08	8,12	2,40	5,87	2,62	4,76	9,11	13,26
	Sx_1	1,00	0,87	3,11	1,48	2,37	0,95	0,96	2,45	3,19
	$\overline{X}_1 \pm t_0 \cdot 05 \cdot Sx_1$	4,79—0,75	3,86—0,30	14,36—188	5,37~0	10,64—1,10	4,57~0,67	6,67—2,85	14,15—4,07	19,79—6,77
	$(Sx_1/\overline{X}_1) \cdot 100\%$	36,10	41,83	38,30	61,67	40,37	36,26	20,16	26,89	24,02
	$S\overline{x}_1$	0,163	0,164	0,433	0,197	0,354	0,126	0,112	0,482	0,573
Amplitudini (textura)	n	76	56	104	112	90	114	148	52	62
	$\overline{X}_2$	1,00	0,82	2,48	1,46	2,33	0,94	1,12	2,14	3,38
	Sx_2	0,78	0,82	2,06	1,39	2,17	0,72	0,98	1,85	2,67
	$\overline{X}_2 \pm t_0 \cdot 05 \cdot Sx_2$	2,55—0	2,46—0	6,56—0	4,21—0	7,29—0	2,36—0	3,04—0	5,85—0	8,72—0
	$(Sx_2/\overline{X}_2) \cdot 100\%$	78,00	100,00	83,06	95,21	93,13	76,60	87,50	86,44	79,00
	$S\overline{x}_2$	0,090	0,110	0,211	0,131	0,228	0,067	0,080	0,257	0,340
Perioade	n	38	28	52	56	45	57	74	26	31
	$\overline{X}_3$	4,26	5,28	3,85	5,26	5,17	4,22	3,85	3,64	4,20
	Sx_3	2,06	2,93	1,62	2,64	2,47	1,75	1,95	0,02	2,17
	$\overline{X}_3 \pm t_0 \cdot 05 \cdot Sx_3$	8,43—0,09	11,28—0	7,10—0,80	10,55—0	10,14—0,20	7,72—0,72	7,73—0	7,65—0	8,63—0
	$(Sx_3/\overline{X}_3) \cdot 100\%$	48,35	55,50	42,08	50,20	48,05	41,46	50,64	55,50	51,67
	$S\overline{x}_3$	0,325	0,555	0,225	0,352	0,369	0,233	0,227	0,397	0,392

BCU CLUJ / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

Stabilirea înălțimii arborilor se face de obicei pe bază de măsurători stereomicrometrice. Dacă se punctează cu marca stereometrului în vîrful unui arbore, respectiv la nivelul superior al plafonului și se citește tija micrometrică apoi se punctează la sol în imediata apropiere (pe aceeași linie de nivel, dacă terenul este în pantă) și se citește din nou micrometrul, din diferența citirilor se obține diferența de paralaxă dp care introdusă în relația cunoscută

$$dh = \frac{h}{b} \cdot \frac{N}{1000} dp$$

rezultă dh în funcție, evident și de celelalte elemente cunoscute. Elementele h și N sînt, de obicei, înscrise pe mozaic, iar baza b se poate măsura direct pe stereogramă ca fiind depărtarea dintre cele două fotograme suprapuse în părțile lor comune (egală cu lungimea rămasă neacoperită) și transformată în scara fotogramelor. Dacă pe fotograme baza este 6,2 și numitorul scării N este 15000, rezultă b = 930.

6.724. **Evaluarea masei lemnoase.** Sînt acreditate metode diferite și anume : cu tabele de cubaj, cu tabele de producție, cu coeficientul de formă al coroanei arborilor etc.

Tabele de cubaj fotogrammetrice pot fi tabele de cubaj terestre, aeriene și tabele de cubaj calculate în funcție numai de înălțimea arborilor.

Tabelele de cubaj aeriene dau volumul funcție de diametrul coroanei D și de înălțimea h a arborelui cu formula

$$v = \frac{D^2 \cdot \pi}{4} \cdot h \cdot fc$$

unde fc este coeficientul de formă a coroanei arborelui.

Volumul pe unitatea de suprafață va fi egal cu suma volumelor arborilor individuali, adică $V = \Sigma v$.

Diametrele coroanelor se măsoară cu pana de paralaxe fig. 6.88 a sau prin comparație cu pana de puncte fig. 6.88 b.

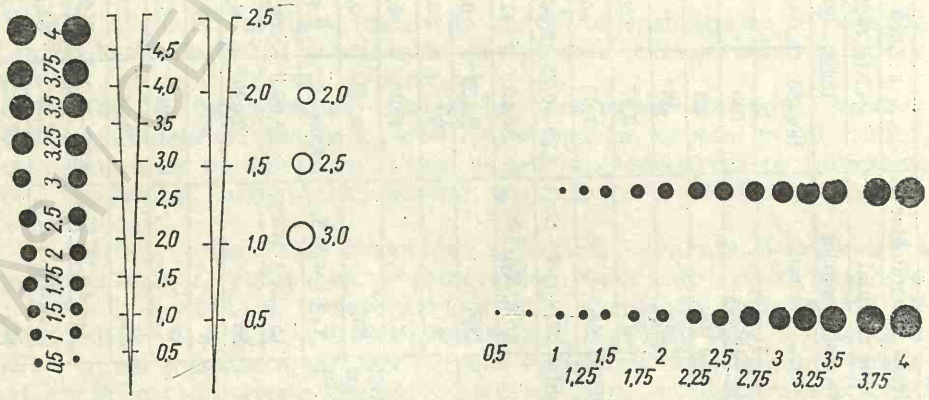


Fig. 6.88 — Pana de paralaxe (*a*) și pana de puncte (*b*)

În cazul măsurării numai a înălțimii arboretului, volumul pe unitatea de suprafață (care poate fi un cerc cu diametrul de cîțiva mm la scări mici și pînă la 10 mm la scări mari) se obține cu formla V = fa.h.n, unde n reprezintă numărul de arbori pe unitate, h înălțimea coronamentului măsurată cu stereomicrometrul, iar fa coeficientul de formă al arboretului ce se obține din determinări prealabile la teren în arborete similare.

6.725. **Concluzii.** Privitor la fotointerpretarea forestieră și aplicațiile forestiere ale fotogrammetriei se poate conchide că acesta este un domeniu de largi aplicații curente.

Pentru a se obține rezultatele scontate este necesar ca a) fotointerpretatorul să cunoască bine pădurea și arborii cu însușirile specifice și relațiile de interdependență ; b) în prealabil să se facă unele determinări la teren pentru a se putea stabili corelațiile ce se impun.

Succesul sau insuccesul este condiționat în mare măsură de însușirile materialului fotosensibil folosit, de mijloacele de preluare și de prelucrare utilizate, de calitatea și scara imaginii fotografice și de mijloacele de care se servește fotointerpretatorul în operațiile de fotointerpretare.

Cele mai bune fotointerpretări se fac pe fotografii obținute vara și toamna cu emulsii false color și infraroșii. Cele mai bune determinări metrice ca și ridicările topografice se fac pe emulsii pancromatice.

6.8. TELEDETECȚIA

6.80. DEFINIȚIE, GENERALITĂȚI.

Teledetecția (Remote sensing, Fernerkundung), poate fi definită ca detectarea, recunoașterea sau evaluarea obiectelor de la distanță, în liniște, fără a le deranja, folosind mijloace de sesizare sau înregistrare adecvate. Putem observa că, în această formulare generală, teledetecția cuprinde și obiectivele fotointerpretării. Efectiv, un telescop astronomic, o cameră fotoaeriană instalată pe un avion obișnuit, pe un avion supersonic, sau pe un satelit, un echipament radar instalat pe avion sau un submarin, precum și un sistem de înregistrare a radiațiilor (infraroșii) corpurilor, precum și orice formă sau mijloc ce poate fi folosit la obținerea unor imagini (fotografice sau nefotografice) ale obiectelor reprezintă toate forme și mijloace ale teledetecției.

Deși, așa cum s-a văzut, mijloacele și posibilitățile fotogrammetrice și ale fotointerpretării sînt mari, totuși, în raport cu nevoile de informare și cunoaștere, mereu crescînde ca arie și adîncime, rezultatele fotointerpretării clasice sînt în general limitate. Principalele cauze ar fi : a) imaginile fotografice sînt date, aproape în exclusivitate, de lumina solară, reflectată difuz ; b) fereastra undelor electromagnetice utilizate este extrem de îngustă ; c) unicul sensor folosit este emulsia foto care cu toată diversitatea de fabricație nu înregistrează lungimi de undă mai mici de 1μ ; d) calitatea imaginii este funcție directă de condițiile meteorologice și de depărtarea de subiect etc.

Or, știința și tehnica actuală permit folosirea și a altor mijloace de detectare, inclusiv lărgirea gamei înregistrărilor foto.

Un cercetător a spus: nimic din ceea ce se găsește azi în natură nu poate fi ascuns omului dacă el este echipat cu mijloace corespunzătoare de detecție, care să pună în evidență însușirile cele mai intime și mai caracteristice ale obiectelor.

6.81. PRINCIPALELE CĂI DE DETECȚIE

După cum se știe, spectrul undelor eletromagnetice se întinde de la micimi de lungimi de undă ultramicroscopice la mărimi de mii de kilometri. Prin opoziție, tehnica fotografică nu valorifică decît lungimile de undă ale spectrului vizibil dintre 0,4 și 0,7 μ și prin excepție dintre 0,7—0,9μ. Mai mult chiar, în tehnica fotointerpretării curente nici acest interval nu este valorificat plenar, deoarece se obține și se fotointerpretează, de obicei, o singură imagine. Tehnici mai perfecționate preiau simultan cel puțin două, dar de obicei șase imagini în diferite lungimi de undă ale acestui spectru în condițiile folointerpretării vizuale și 12—15 imagini în condițiile fotointerpretării codificate, automate. Se obțin așa-numitele fotografii multibandă sau multispectrale. Pentru obținerea acestor fotografii, calitativ diferite, se folosesc atît emulsii cu sensibilitatea de vîrf tocmai în banda respectivă cît și filtre de selecție diferențiată. Dispunîndu-se de mai multe fotografii este posibil să se automatizeze și procesul de fotointerpretare.

Dar există și posibilitatea, și încă cu mari resurse, de a folosi pentru detecție și alte lungimi de undă.

Lungimile de undă și modul de explorare a spațiului și obiectelor sînt date în schema 6.1. Se observă că în afara lungimilor de undă din spectrul

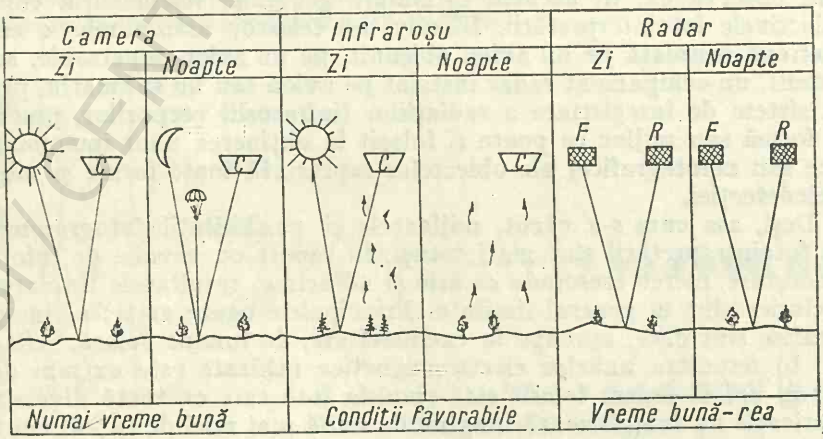


Fig. 6.89 — Efectul timpului și al vremii asupra posibilităților teledetecției (Avery)

BCU IASI / CENTRU VECHI / LIBRARY

vizibil se folosesc game întregi de unde electromagnetice UV (ultraviolete), IR (infraroşii) de reflecţie şi emisiune şi raze centimetrice şi decimetrice specifice radarului.

Edificatoare pentru înţelegerea porţilor pe care le deschid celelalte ferestre ale spectrului undelor electromagnetice este cea dată de către Leonardo, 1964, fig. 6.89. Se înţelege că se pot obţine imagini nu numai ziua pe timp senin ci şi noaptea şi nu numai datorită reflectanţei ci şi emisiei, şi nu numai pe vreme bună, senină ci şi pe timp de ploaie, noros sau ceţos. Într-adevăr, noaptea pe timp senin se pot obţine imagini bune dacă se folosesc paraşute luminoase şi totodată noaptea se obţin cele mai valoroase imagini după emisia caldă a undelor infraroşii ce depinde nu numai de temperatura corpurilor ci şi de compoziţia şi forma lor. Pe orice timp, pe orice vreme, radarul lucrează imperturbabil. În condiţiile cele mai nefavorabile intensitatea răspunsului este influenţată abia cu ceva.

6.82. TERMOGRAMELE SAU TERMOFOTOGRAMELE

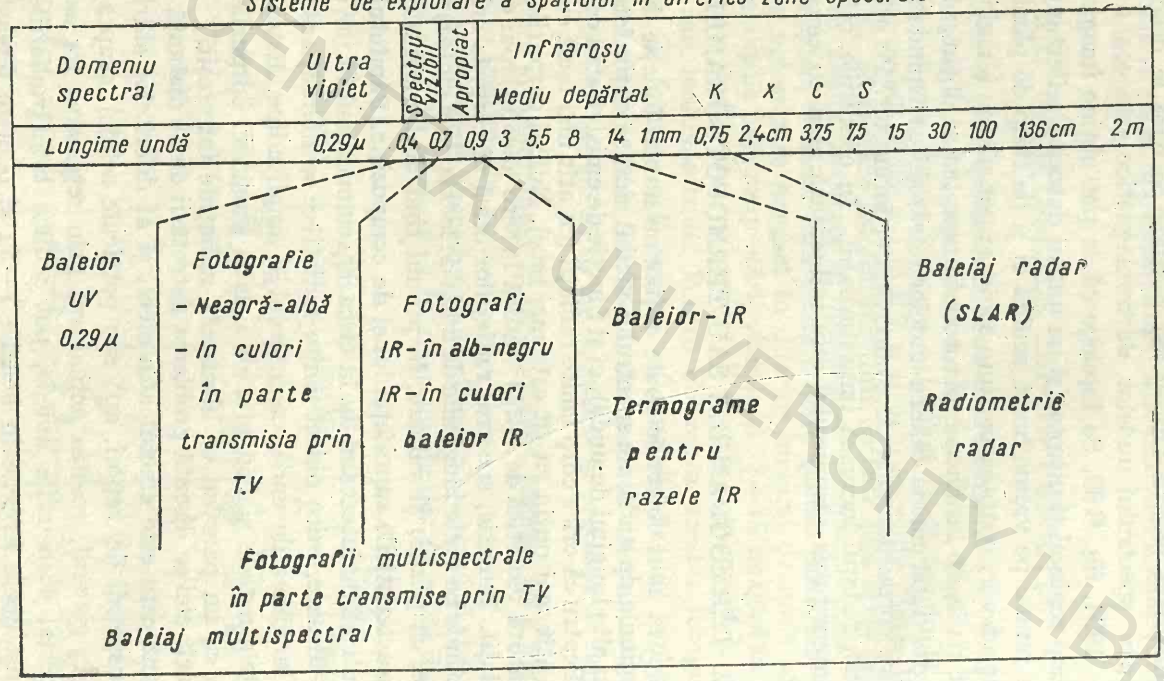
Imaginea unui obiect se poate obţine nu numai funcţie de reflectanţa lui (în lungimile de undă ale spectrului vizibil cînd se obţin fotografiile clasice, sau în alte lungimi de undă), ci şi funcţie de emisivitatea ce-i este caracteristică. Pentru că orice corp emite radiaţii (cu atît mai mult cu cît este mai cald şi cu atît mai puţin cu cît este mai rece). Numai corpurile ce s-ar găsi la temperatura teoretică de —273° (adică la zero absolut) n-ar emite nici un fel de radiaţii. Teoretic, spectrul radiaţiilor oricărui corp, la orice temperatură, se extinde pe toate lungimile de undă de la 0 la ∞ şi cunoaşte un maxim ce depinde, ca poziţie şi valoare, în primul rînd de temperatura corpului, apoi de caracteristicile suprafeţei lui şi de compoziţie. Pămîntul, în ansamblul lui, radiază pe intervalul 3μ la circa 80μ cu maximul în jur de 10—11μ.

Prin urmare, orice obiect emite radiaţii ce se diferenţiază de ale celorlalte prin lungimea de undă, ca interval şi amplitudine. Este de observat să suprafeţele netede şi lustruite au o slabă emisiune. Corpurile ude şi apa acţionează ca un paravan ce blochează radiaţiile infraroşii.

Întrucît aici se discută problema detectării de la distanţă este important de ştiut care este efectul atmosferei şi al diferitelor stări ale atmosferei (cu suspensii de vapori, apă sau particule solide) asupra radiaţiilor infraroşii. În general, acestea acţionează prin reţienerea lor astfel că adeseori, în special suspensiile umede, pot reduce total radiaţiile infraroşii. Există totuşi unele ferestre în benzile 1—5μ şi o mare fereastră de la 8 la 14μ transparentă, liberă pentru radiaţiile infraroşii. În special banda 8—14μ care se situează în zona de maxim a emisiei corpurilor din natură este de o mare valoare practică pentru înregistrările termografice.

Schema 6.1

Sisteme de explorare a spațiului în diferite zone spectrale



BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

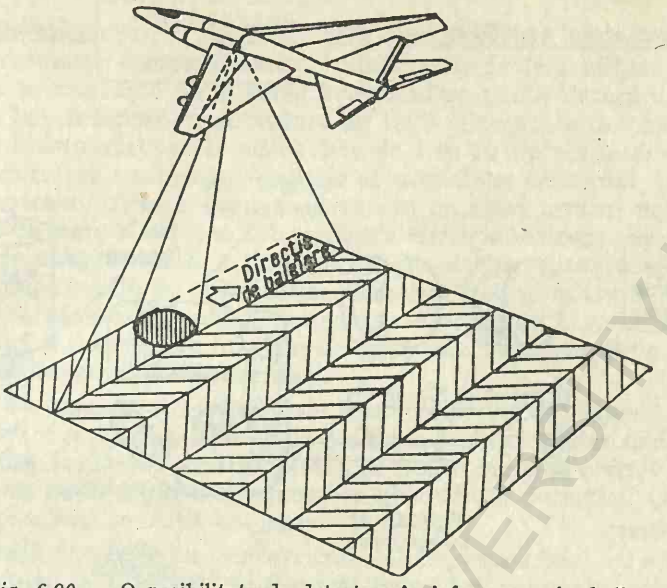


Fig. 6.90 — O posibilitate de detectare în infraroşu prin baliere, linie cu linie (Avery)

O întrebare care stăruie este: cum se realizează înregistrarea emisiunilor unor asemenea lungimi de undă, de vreme ce emulsiile foto cunoscute nu sînt sensibile decît pentru lungimi de undă pînă la 0,9 şi în mod cu totul excepţional pînă la 1,1μ? Un sistem de detecţie, transformare, amplificare şi conversiune dat în fig. 6.90 şi 6.91 arată întreg procesul de preluare şi recepţionare a imaginii.

Un sistem de înregistrare a radiaţiilor din infraroşul îndepărtat, care depăşeşte pragul de sensibilitate a emulsiilor foto, funcţionează pe principiul înregistrării unei imagini continue prin baleierea terenului linie cu linie, în genul receptoarelor de televiziune (fig. 6.90). În final se obţine o imagine continuă pe un film fotografic obişnuit. Funcţia liniei baleioare este îndeplinită de o oglindă rotativă ce baleiază terenul în benzi continue perpendicular pe linia de zbor. Imaginea pe care o dă oglinda (fig. 6.91) este dirijată spre un detector senzitiv, la radiaţilie infraroşii, care conţin întotdeauna germaniu. Semnalul dat de sensor este amplificat electronic şi produce o imagine vizuală pe calea unui tub catodic sau cu ajutorul unui tub luminiscent. În final se obţine o imagine fotografică continuă. Filmul se deplasează cu o viteză proporţională cu viteza avionului şi focala sistemului optic şi invers proporţional cu înălţimea avionului. Pe pozitive, suprafeţele închise arată suprafeţe reci iar cele deschise arată zone calde.

Interpretarea termofotogramelor trebuie făcută după alte criterii decît a fotogramelor. Emisivitatea dă alte tonuri şi nuanţe decît reflectanţa. În general suprafeţele reci cum ar fi apa, terenurile umede, arbori etc. vor apare în tonuri închise, în timp se suprafeţele calde ca fabrici, şosele, focuri în pădure, izvoare termale, zone vulcanice etc. vor apare în tonuri deschise.

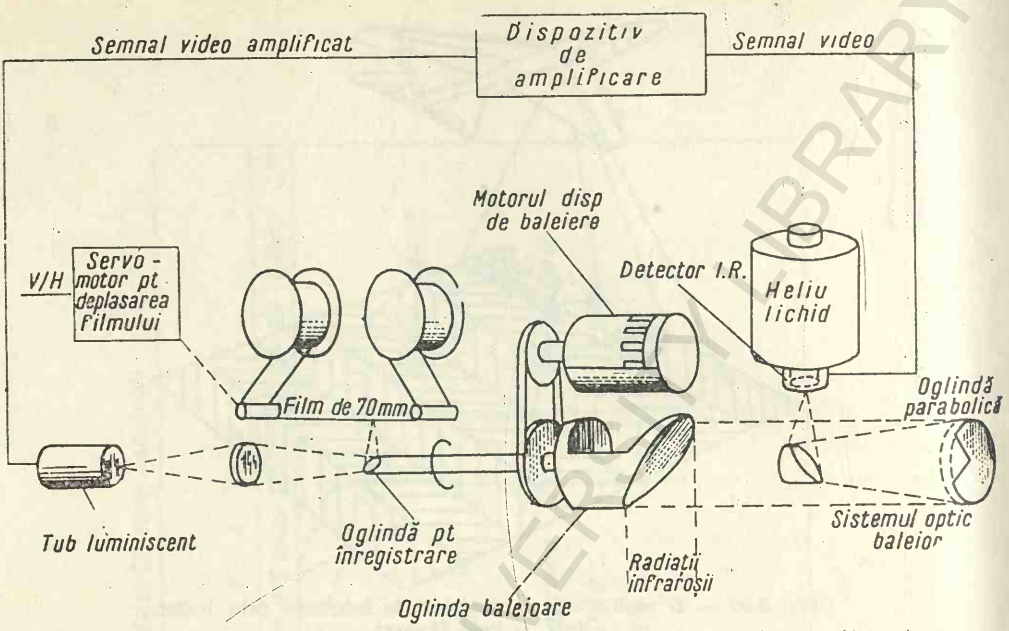


Fig. 6.91 — Reprezentarea schematică a sistemului de detectare în infraroşu (Avery)

Domeniul de utilizare a imagninilor termofotografice rezultă din însuşirile imaginilor care sînt ideale pentru identificarea focurilor în păduri, a umidităţii solurilor şi a tipurilor de sol, a arboretelor bolnave, a gradului de poluare a apelor, în vulcanologie etc. etc.

6.83. DETECTAREA CU AJUTORUL RADARULUI.

Cu ajutorul radarului se pot obţine imagini de la orice distanţă (în linie dreaptă), pe orice vreme şi la orice oră din zi şi din noapte.

Lungimile de undă cu care lucrează radarul pot diferi de la 1 cm la 3 m. Din fasciculul de raze, centimetrice sau decimetrice, emise de o antenă şi dirijate spre obiect, teren pe care-l vor baleia, o parte vor fi absorbite iar altele se vor reflecta cu intensităţi diferite, dintre care unele se vor întoarce, ca semnale modificate de obiectul de reflectare, fiind recepţionate de o antenă de recepţie. Imaginea obiectului, a suprafeţei de reflectare, poate fi redată de un tub catodic şi studiată astfel, dar poate fi şi înregistrată pe un film fotografic.

Posibilităţile radarului sînt de-a dreptul deosebite.

Valorificînd însuşirile diferite ale diferitelor lungimi de undă, există după Feder reluate de Avery, şapte direcţii de utilizare: 1) prin analiza semnalelor absorbite şi modificate poate fi detectată natura şi compoziţia a ceea ce se găseşte sub stratul vizibil de sol sau rocă, 2) putînd fi străbătută vegetaţia se pot obţine informaţii privitoare la ceea ce se găseşte sub ea,

BCU "A. Şaguna" CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

cum ar fi prezenţa apei, 3) poate fi citită direct textura suprafeţei terenului, 4) dacă se cunoaşte temperatura terenului poate fi determinată umiditatea lui, 5) dacă se cunoaşte umiditatea terenului se poate determina temperatura lui (de la o înălţime de survolare de 1000 m se poate determina temperatura apei la suprafaţă şi la adîncimea de 1 m cu o precizie de chiar 0,2°), se poate determina conţinutul metalic al suprafeţei terenului şi din păturile lui superioare. Acesta este un domeniu cu mari resurse potenţiale. Cu echipament de mare fineţe, dotat cu filtre corespunzătoare, se pot detecta zăcăminte de minereu de fier, de bauxită, de nisipuri feruginoase cu ridicat magnetism care conţin de obicei titan, minerale rare şi minerale radioactive, 7) pot fi determinate formele de teren sub covorul de zăpadă, sub gheţari, sub ape, mări şi oceane. Cu lungimi de undă adecvate pot fi penetraţi norii dar pot fi şi detectaţi şi reprezentaţi.

Rezultă, aşadar, posibilităţi cu totul remarcabile. Există numeroase tehnici din care se disting PPI (Plan Positive Indicator) dar mai ales SLAR (Side-Looking Radar) în cadrul cărora se poate lucra şi efectiv se lucrează cu lungimi de undă diferite în raport cu obiectivele detecţiei. O mare promisiune reprezintă radarul cu laser.

O ştiinţă întreagă se conturează „radargrammetria" cu obiective măreţe, îndreptate în principal în direcţia detectării resurselor şi folosind tehnici proprii.

6.84. CONCLUZII.

Teledetecţia, o ştiinţă în plin avînt, care va cunoaşte o dezvoltare spectaculoasă, face uz de principii şi tehnici dintre cele mai diferite. În toate cazurile se realizează, se poate obţine, o reprezentare, o hartă, dar obiectivul principal îl constituie detectarea resurselor, detectarea unor fenomene calitative la un moment dat precum şi în dinamica lor, care interesează economia, ştiinţa.

În privinţa redării cartografice a teritoriilor se face menţiunea că, cel puţin deocamdată, prin nici una din tehnicile menţionate nu se poate obţine o reprezentare la fel de exactă şi fidelă ca prin tehnica devenită clasică a fotogrammetriei, şi nici un sistem de înregistrare nu poate cuprinde pe unitatea de suprafaţă o cantitate de informaţie atît de mare ca cel fotografic.

De aceea, în raport cu obiectivele urmărite, tehnicile specifice teledetecţiei se pot utiliza singure, dar adeseori ca tehnici care să complinească tehnica fotogrammetrică.

În cele prezentate nu s-a menţionat decît unele din mijloacele şi tehnicile detecţiei dar există şi altele ca teledetecţia fotografică de la mari altitudini (10—25 km), teledetecţia din satelit (100—250 km) care a înregistrat succese în special în domeniul teledetectării resurselor şi este sigur că în această direcţie, atît de actuală şi cu atît mai mult în viitor, se vor obţine noi şi spectaculoase realizări. Teledetecţia din satelit foloseşte atît mijloace fotografice diverse în benzi spectrale diferite, preluări cu camera de televiziune cît şi mijloace scopice (cu telescopul) etc. Nu s-a vorbit nici de noi sensori şi noi captori de imagini cum ar fi sensorii magnetici şi alţii.

Întrucît, aşa cum s-a arătat, teledetecţia include, într-un fel, şi obiectivele fotointerpretării, aceasta a primit un impuls atît în direcţia diversificării aplicaţiilor, dar mai ales în direcţia ridicării performanţelor.

Astfel, preluarea de fotografii multibenzi permite, prin similitudini şi eliminări, nu numai ridicarea substanţială a nivelului şi calităţii fotointerpretării şi deci a teledetecţiei ci şi automatizarea proceselor de fotointerpretare.

Şi totuşi, deşi emulsiile fotografice, în marea lor majoritate, asigură o sensibilitate mare, ce în general se consideră suficientă, se constată că noi şi mari rezerve există încă în acest sens, rezerve ce dacă ar fi puse în evidenţă ar însemna noi pîrghii ale fotogrammetriei, fotointerpretării şi teledetecţiei. Astfel se ştie că sînt necesari, în general, cca 1000 fotoni pentru ca unul din ei să impresioneze emulsia fotografică. În raport cu fotonul, electronul este mult mai activ, deoarece fiecare electron lasă urmă pe placa fotografică. În stadiu experimental s-au produs plăci care mijlocesc apariţia unui electron de fiecare 10 fotoni ce cad pe ele. Astfel s-a reuşit ca sensibilitatea emulsiilor fotografice să fie mărită de cca 100 ori. Dacă se va reuşi ca această tehnică să devină curentă înseamnă că vor fi posibile noi aplicaţii şi noi performanţe.

Teledetecţia, o ştiinţă modernă cu mari realizări şi mari promisiuni, pusă în slujba prospectării de materii prime şi în general a cunoaşterii, se va bucura şi la noi, cu siguranţă, de atenţia cuvenită.

6.9. HOLOGRAFIA

6.90. GENERALITĂŢI.

După cum ştim, vederea în relief este apanajul vederii binoculare. Sesizarea, definirea profunzimilor se datorează faptului că, în vederea binoculară, la creier, parvin două imagini distincte ale aceluiaşi obiect. Imaginile pot parveni şi de la două fotografii ale aceluiaşi obiect preluate din poziţii distincte. După cum unghiul de convergenţă a razelor omoloage este mai mic sau mai mare, punctele se găsesc la distanţă mai mare sau mai mică. Totul se explică cu ajutorul unor simple cunoştinţe de geometrie (vezi cap. 6.4. -stereofotogrammetria).

Ar face chiar împresia că nici n-ar putea exista o altă cale pentru vederea în profunzime. Şi totuşi, Denis Gabor, preocupat de mărirea performanţelor microscopului electronic, reuşeşte să descopere în 1947 un nou procedeu de înregistrare şi vedere spaţială a imaginii corpurilor, pe care l-a numit „h o l o g r a f i e" iar înregistrarea fotografică „h o l o g r a m ă" (holos = integral). Adică înregistrarea integrală a caracteristicilor obiectului.

Dar, ceea ce se înregistrează nu este propriu-zis o imagine, ci mai degrabă o înregistrare codificată. Este de fapt o reţea de difracţie specială, obţinută cu ajutorul obiectului a cărui imagine se înregistrează. Privită cu ochiul liber, fotograma apare ca o placă mată. Privită la microscop

apar rețele de difracție, cca 200 linii/mm de o conformație care de obicei nici nu sugerează obiectul a cărei imagine este înregistrată.

Pentru a privi o hologramă în așa fel încît să i se releve conținutul, este necesar ca ,,imaginea'' așa-zisă ,,înghețată'' să fie ,,dezghețată'', evidențiată cu ajutorul unui fascicul de lumină coerentă, laser.

6.91. BAZELE HOLOGRAFIEI

Potrivit principiului lui Huygens, toate planele unui instrument optic conțin aceeași informație, dar într-o formă mai mult sau mai puțin descifrabilă.

Din cele trei elemente care caracterizează o undă luminaosă, amplitudinea (intensitatea), frecvența (culoarea) și faza, diferența de fază (depărtarea) , ochiul nostru sesizează doar două, primele (intensitatea și culoarea). Pentru a pune în evidență și faza deci depărtarea, este necesară o referință.

Gabor a găsit soluția acestei probleme. Pentru a fixa pe o singură placă fotografică atît amplitudinile cît și fazele este suficient, și necesar, ca undei originale, necunoscută să-i fie suprapusă o altă undă cunoscută, fondul coerent. Fie A fondul coerent și B unda necunoscută; A și B sînt amplitudinile complexe în planul plăcii fotografice iar A + B rezultanta lor. Placa va înregistra intensitatea rezultantă I.

$$I = (A + B)(A^* + B^*) = (AA^* + BB^*) + A^*B + AB^*$$

Dacă placa se developează în așa fel încît transmisiunea amplitudinilor devine proporțională cu intensitatea I și o luminăm cu fondul coerent A, amplitudinile transmise în planul plăcii devin

$$I : A = \underbrace{(AA^* + BB^*)A}_{\text{undă iluminată ușor modificată}} + \underbrace{(AA^*)B}_{\text{undă reconstruită}} + \underbrace{A^2B^*}_{\text{undă pereche}}$$

Dacă fondul coerent este o undă plană, atunci AA = constant, iar termenul al doilea reprezintă tocmai unda originală, perfect reconstituită în planul plăcii. Dar, potrivit principiului lui Huygens, ea este reconstituită intergal, în spațiu.

Așadar, spre deosebire de tehnica fotografică unde imaginea se obține într-o singură etapă: obiect-undă luminoasă-imagine, în holografie procedeul are două etape: a) obiect-undă luminoasă, căreia i se adaugă fondul coerent și astfel unda luminoasă este ,,înghețată'' pe placa fotografică, adică este întreruptă propagarea și se înregistrează starea instantanee a undei cu toate informațiile pe care le conține (amplitudine și fază) și b) undă luminoasă-imagine, cînd are loc fenomenul de ,,dezghețare'' a undei care se va propaga în continuare. Totodată se produc și două imagini în spațiu.

În cele ce urmează se arată modul cum se poate obține o hologramă și apoi cum se poate citi.

Să presupunem un fascicul laser paralel fig. 6.92. dirijat spre o oglindă semitransparentă. O parte va străbate oglinda și va constitui unda de referință. Cealaltă parte reflectîndu-se, se îndreaptă spre obiectul ce va difuza

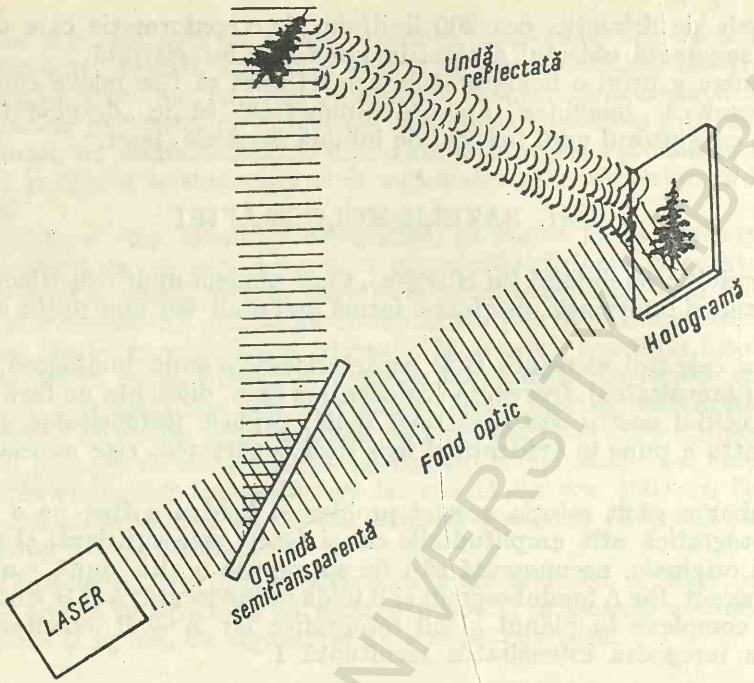


Fig. 6.92 — Inregistrarea hologramei

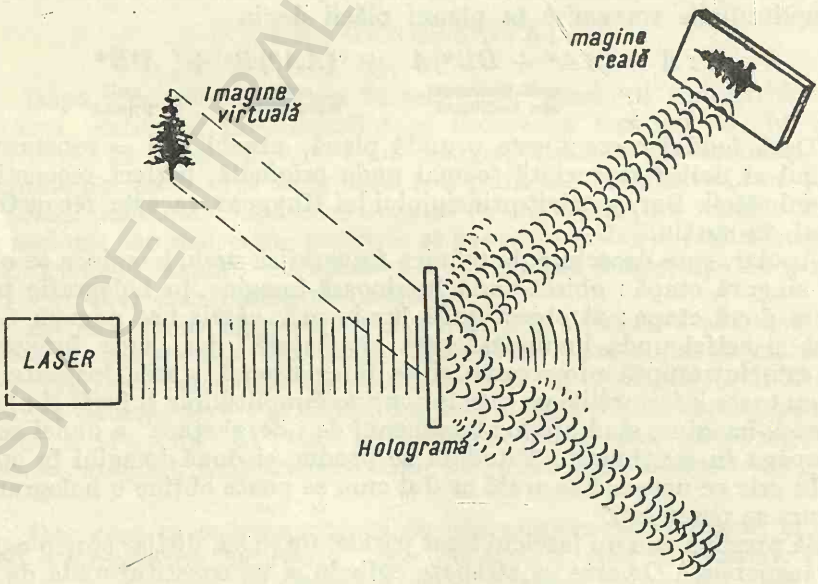


Fig. 6.93 — Privirea hologramei

BCU IASI CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

lumina spre placă. Fiecare element al obiectului va difuza lumina sub forma unor fronturi de unde sferice, coerente, ce vor interfera cu unda plană de referinţă dînd franje de difracţie ce sînt înregistrate pe placă fotografică. Aceasta este holograma ce privită cu ochiul liber, nu trădează conţinutul.

Citirea hologramei se face aşezînd-o în aceeaşi poziţie faţă de un acelaşi fascicul laser (fig. 6.83). Prin difracţia luminii pe hologramă se obţin în afara fasciculului transmis, două imagini spaţiale ale obiectului: una reală, ce poate fi fotografiată şi una virtuală ce poate fi observată liber.

6.92. PROPRIETĂŢI.

Faptul cel mai important este obţinerea hologramei în sine. Proprietăţile hologramei sînt deosebit de interesante, neaşteptate şi chiar pasionante. Astfel: a) dacă schimbăm poziţia de privire a imaginii spaţiale reconstituite, vedem şi lucruri din planul al doilea, ca şi cînd le-am privi după o perdea, b) dacă placa, fotograma se sparge, imaginea spaţială poate fi reconstituită după o singură bucată, oricare, deoarece orice regiune de pe o hologramă conţine informaţii de la toate punctele subiectului, c) „dacă dezgheţarea" hologramei se face cu un fascicul laser de altă lungime de undă se obţine o imagine spaţială la altă scară. Sînt posibile măriri, teoretice, care să rivalizeze cu cele mai puternice microscoape; d) pe acelaşi suport pot fi înregistrate mai multe holograme; e) imaginea ce se obţine este întotdeauna pozitivă fie că se observă o hologramă originală, fie o copie, deci nu există negativ etc.

Asemenea proprietăţi au creat şi creează un larg cîmp de aplicaţii holografiei: în reconstituirea spaţială a obiectelor, monumentelor etc. (hologrammetrie); în stocarea informaţiilor; în microscopie etc.

Dar există, cel puţin deocamdată, şi numeroase dificultăţi legate atît de obţinerea cît şi de exploatarea hologramelor.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

7. REPRODUCEREA PLANURILOR

7.0. REPRODUCEREA PLANURILOR

Planurile originale sînt piese ce se păstrează la arhivă pentru a nu se deforma, deteriora, rupe sau chiar pierde. În serviciu se dau totdeauna copii.

Copierea, respectiv reproducerea planurilor, se poate face prin mai multe metode, dintre care cele mai de seamă sînt metoda fotografică, metoda zincografică şi metoda heliografică.

În toate situaţiile trebuie să se obţină mai întîi un clişeu specific metodei după care se face reproducerea specifică adică pe cale fotografică, zincografică, respectiv heliografică.

În primul caz clişeul este un negativ obţinut pe cale fotografică; în al doilea caz se obţine o matriţă pe plăci de zinc sau pe lespezi de piatră (printr-o metodă chimico-fotografică), iar în al treilea caz clişeul după care se face reproducerea se obţine prin copierea cu mîna a originalului pe o hîrtie transparentă (de calc) ce se aplică peste plan.

Fiecare din aceste metode se aplică pe scară mare în funcţie de nevoi şi posibilităţi.

Reproducerea pe cale fotografică este obligatorie în cazul multiplicării planurilor fotografice şi este convenabilă chiar şi pentru alte multiplicări, deoarece se face repede, însă necesită aparataj special şi materiale fotografice.

Metoda zincografică este specifică multiplicării planurilor în sute şi mii de exemplare. Prin această metodă se pot obţine planuri şi în culori. Hărţile şi planurile directoare se multiplică prin acestă metodă.

Metoda heliografică este mai la îndemînă deoarece, în ultimă instanţă nu necesită decît hîrtie de calc şi hîrtie ozalid. Este convenabilă pentru reproducerea într-un număr de exemplare variind pînă la cîteva zeci. Această metodă este cea mai puţin precisă deoarece între original şi copia pe ozalid se interpune copia pe calc făcută cu mîna cînd se pot produce erori de copiere destul de însemnate.

BCU "GHEORGHE ASACHI" UNIVERSITY LIBRARY

Totodată copiile pe calc trebuie făcute numai cu tuş negru şi nu admit linii prea subţiri, deoarece se riscă ca apariţia lor să nu se facă în bune condiţii pe hîrtie ozalid.

Se pot obţine şi copii parţiale pe hîrtie de calc şi utilizate direct.

7.1. REPRODUCERI LA ALTE SCĂRI

Adesea este necesar ca după planul original să se facă reproduceri la scări diferite. Dacă scara derivată va fi mult mai mică va fi necesar să se facă o selecţie a elementelor, de pe planul original, ce vor putea apare (încăpea) pe o suprafaţă mult mai mică.

Problema transformării planurilor de la o scară la alta poate apare în diferite împrejurări: aducerea la aceeaşi scară a diferite planuri sau hărţi vechi redate la scări neobişnuite azi, ca 1 : 2 880 sau 1 : 5 760 etc: obţinerea de reproduceri la scări mai mici după originalele întocmite pentru nevoile precise, pentru a se avea şi o privire de ansamblu a teritoriului reprezentat; obţinerea bazei pentru redresarea fotogramelor, după detalii, la o altă scară decît aceea de care se dispune etc.

Se cunosc mai multe metode şi, corespunzător acestora, diferite instrumente utilizate pentru copierea planurilor la scări.

Metoda fotografică. Prin acestă metodă se obţine clişeul (prin proiecţie) de-a dreptul la scara dorită. Copiile se fac prin contact. Metoda este nu numai exactă, dar şi rapidă.

Compasul de reducţie, numit şi de proporţie, permite reducerea directă a distanţelor în raportul de scară dorit. Instrumentul se compune din două braţe identice fixate articulat printr-un şurub ce permite modificarea şi precizarea raportului de scară, adică dintre distanţele cuprinse între cele două deschideri (fig. 7.1). Distanţele ce se iau de pe planul original cu o pereche de vîrfuri se aplică pe planul derivat cu cealaltă pereche de vîrfuri fără a modifica deschiderea compasului. Instrumentul este bun pentru diferite transporturi de distanţe de pe un plan de la o scară la alta, însă nu este practic pentru transformări pe planuri întregi, deoarece necesită transportarea tuturor punctelor caracteristice ce se unesc apoi la vedere, lucru ce este nu numai laborios, dar dăunează şi preciziei.

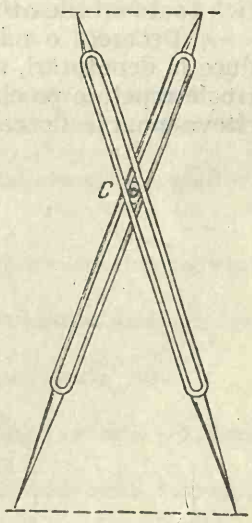


Fig. 7.1 — Compas cu reducţie

Pantograful este un instrument folosit pe scară mare la transformarea planurilor. Instrumentul se compune din patru braţe metalice montate în paralelogram. Punctele de fixare a braţelor sînt toate puncte articulate (fig. 7.2). Pantograful are un punct de sprijin fix (pe piedestal), un ştift cu ajutorul căruia se urmăresc detaliile de pe planul original şi un creion ce desenează, pe planul derivat, detaliile urmărite cu ştiftul pe planul original.

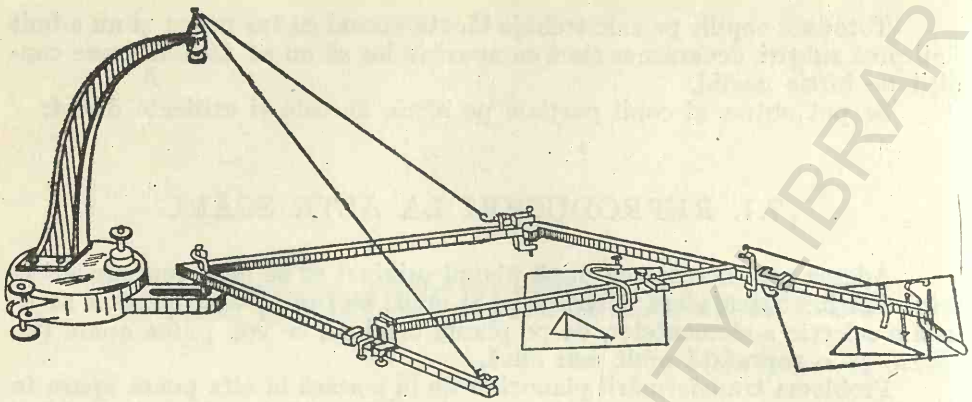


Fig. 7.2 — Pantograf

Pentru lucru, pantograful se montează pe o masă orizontală. Pentru a se obține transformarea la scara dorită, se așază indicii brațului deplasabil al pantografului și indicii cursorului de pe el (ce va primi fie știftul, fie creionul) la raportul de transformare dorit. Drept control cele trei puncte : punctul fix, creionul și știftul trebuie să fie coliniare, iar raportul dintre distanța dintre două puncte marcate cu creionul și corespondentele lor luate cu știftul trebuie să fie exact raportul de transformare introdus. Transformarea se poate face de la o scară mare la una mică și invers, în general în limitele raportului $\frac{1}{20}$ la $\frac{3}{4}$ și respectiv 20 la $\frac{4}{3}$.

Se recomandă totuși să nu se facă copieri la o scară mărită mai mult de 2 la 4 ori, corespunzător cu precizia ce se urmărește, deoarece se amplifică toate erorile atît cele ale planului cît și cele de pantografiere.

Deoarece o mică deplasare a punctului fix în timpul pantografierii duce la denaturări, se recomandă să se lucreze cu atenție și să se facă controale repetate pe cîteva puncte fixate din capul locului, sau în general pe cîteva puncte de cadrilaj.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

BIBLIOGRAFIE

1. Ahrend M., Brucklacher W., Meier H.R., Utz H. — Der Orthoprojektor Gigas — Zeiss. Bildmessung und Luftbildwesen, 3/964
2. Aleksapolski N.M. — Fotogrammetrie. Geodezizdad. Moscova, 1956.
3. American Society of Photogrammetry — Manual of Photogrammetry — 1952—1966 George Banta Co-Menasha, Wisconsin — Manual of Pfotographic Interpretation — 1960 George Banta Co-Menasha, Wiscosin.
4. Avery E.T. — Interpretation of Aerial Photographs — Burges Publishing — Minneapolis — U.S.A. 1968.
5. Badea I., Mitran V. — Îndreptar tehnic pentru măsurători terestre. Editura Energetică. Bucureşti, 1953.
6. Bonea I., Curs de Topografie Ed. Didactică şi pedagogică Bucureşti 1963
7. Botez M. — Teoria erorilor şi metoda celor mai mici pătrate Ed. Didactică şi pedagogică Bucureşti, 1961.
8. Botez M. şi Ursu I. — Tratarea măsurătorilor indirecte cu rezolvarea sistemelor de ecuaţii liniare prin metoda Choleschy-Banachierwicz. Revista de geodezie şi organizarea teritoriului. 1/1960.
9. Boş N. — Cercetări privind utilizarea fotogramelor aeriene în amenajarea pădurilor. Teză de doctorat — Braşov, 1973.
10. Brătescu G., — Holografia — Bucureşti, 1972.
11. Brock G.C. — The status of Image evolution în Aerial Photogrammetry. International Congress of Photogrammetry. Lisabon, 1964.
12. Bubnov J.A., Kremp A.I., Filimonov J. — Topografie militară (traducere din limba rusă). Ed. M.F.A. Bucureşti, 1952.
13. Buchholtz A. — Photogrammetrie. Veb Verlag fur Bauwesen, Berlin, 1960.
14. Buruiană D. — Tratat de parcelare. Bucureşti, 1926.
15. Cassinis G., Solani L. — Note di Fotogrammetria. Cesare Tamburini — Milano, 1946.
16. Cebotarev A.C. — Geodezia — Partea întîi 1948 (traducere din limba rusă). Bucureşti, 1955—1956.
17. Ciurileanu D.I. — Tabele trigonometrice. Editura Tehnică. Bucureşti, 1950.

BCU CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY

18. Coflea D. — Nomograme topografice. Ed. Tehnică. Bucureşti, 1957.
19. Consiliul Superior al Agriculturii — Instrucţiuni tehnice pentru întocmirea planurilor topografice la scările 1:5.000 şi 1:10.000 Bucureşti, 1965.
20. Constantinescu Gh. — Curs de topografie generală. Institutul de petrol şi gaze Bucureşti, 1952.
21. Costăchel A. — Topografie. Ed. Inst. de Construcţii Bucureşti, 1951.
22. Costăchel A., Mihail D., Cristescu N. — Lucrări topografice de trasare pentru construcţii civile şi industriale. Ed. Tehnică. Bucureşti, 1956.
23. Cristescu N. — Topografie inginerească. Ed. Didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1961.
24. Deineko V.F. — Aerofotogeodezie. Geodezizdat. Moscova 1955.
25. Drîmbă D. — Topografie forestieră. Ed. Politehnicii. Bucureşti, 1947.
26. Dumitrescu N. — Fotogrammetria în sprijinul geodeziei. Manuscris. Institutul de Mine. Bucureşti, 1954.
27. Eden I.A. — The Art of Taking and Examining Air Photographs. International Congress of Photogrammetry. Lisabon, 1964.
28. Fălie V. şi Struţu C. — Transformarea coordonatelor Gauss dintr-un fus într-altul. Buletin topografic 1/1958. Reprezentare conformă Gauss. Buletinul topografic 3/1957.
29. Filimon R., Domide E. — Topografie minieră. Ed. Tehnică. Bucureşti, 1962.
30. Filimon R., Botez M., Costăchel A., Mihail D., Russu A. Topografie generală. Ed. Tehnică Bucureşti, 1958.
31. Filimon R. — Curs de geodezie Ed. Politehnicii. Bucureşti, 1949.
32. Gabor D. — Les transformations de l'information en optique Optica Acta — 1966 vol. 13. Nr. 4 — 299—310.
33. Gheorghiu I.M. — Topografia (lito M.A.S.) Bucureşti, 1954.
34. Gherasimov I.M. — Îndreptar practic pentru calculul triangulaţiilor de ordinele II, III şi IV, (traducere din limba rusă). Ed. Militară Bucureşti, 1957.
35. Grama I., Ionescu P., Rădulescu M., — Topografie şi desen tehnic. Ed. Didactică şi pedagogică. Bucureşti, 1964.
36. Grossmann W. — Grundzuge der Ausgleichungsrechung. Springer — Verlag — Berlin, Gottingen Heidelberg, 1961.
37. Hallert. B. — Determination of the Flatness of a Surface in Comrison with a Control Plane. Photogrammetric Record. April, 1960.
38. Hobrough G.L., — Wood G.A. — Automatic Image registration, International Congres of Photogrammetry. Lisabon, 1964.
39. Iordan W., Eggert O. — Handbuch der Vermessungskunde. Metzlerche Verlagsbuchhandlung. Stuttgartt, 1935.
40. Iordan/Eggert/Kneissal — Handbuch der Vermessungskunde Band III. Metzlersche Verlagsbuchhandlung-Stuttgart, 1956.
41. I.S.P.E. — Instrucţiuni de ridicări în plan. Bucureşti, 1964.
42. Lacmann O. — Die Photogrammetrie in ihrer Anwendung auf nicht — topographischen Gebieten. S. Hirzel Verlag. Leipzig, 1957.
43. Lehman G. — Photogrammetrie — Samlung Goschen 1969-Berlin
44. Lorinczi I. — Compensarea triangulaţiei. Academia Militară. Bucureşti, 1966.
45. Martinian O.A. — Retrointersectia. Imprimeria cărţilor funciare. Bucureşti, 1945.
46. Marton Gh. Gh. — Tehnica fotoredresării cu aplicaţii la fotogrammetria planimetrică şi la stereofotogrammetrie (Teză de dizertaţie Academia Militară). Bucureşti, 1957-Din experienţa lucrărilor noastre de aerotriangulaţie. Rev. de Geodezie şi organizarea teritoriului 1/1967. Bucureşti.

BCU CLUJ UNIVERSITY LIBRARY

47. Meier H.K. — Diskussion der Bewegungsunschärfe bei Luftbildern mit Hilfe einer Kontrastubertragunsfunktion. Bildmessungund Luftbildwesen,,. 1960.
48. Mihăilă M. — Cerinţele de conţinut şi precizie ale planurilor topografice pentru proiectarea lucrărilor de hidroamelioraţii. Redacţia Revistelor agricole. Bucureşti, 1966.
49. Mihăilă, Zegheru N. — Fotogrammetria, Ed. Agrosilvică. Bucureşti, 1961.
50. M.F.A. (D. T. M.) Instrucţiuni pentru triangulaţiile geodezice de ordinele 1,II,III,IV. Bucureşti 1962.
51. Mihail D. — Topografie Ed. Inst. de Construcţii Bucureşti, 1952.
52. Milea M. — Elemente de geomagnetism. Editura Tehnică, Bucureşti, 1959.
53. Motas C.G. — Îndrumar pentru calculul triangulaţiei şi nivelmentului.
54. Nicolau G. — Die Photogrammetrie im Forstwesen Wichman H. Berlin, 1938 — Fotogrammetrie, vol. I Ed. Politehnicii Bucureşti, 1945.
55. Nicolaescu Gh. — Geodezie. Ed. Didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1965.
56. Ollivier F. — Instruments topographiques. Eyrolles, Paris, 1955.
57. Oprescu N. — Asupra problemei îmbunătăţirii calităţii fotografice în cazul copierii prin contact şi proiecţie precum şi în cazul exploatării la aparatele fotogrammetrice. Rev. geodezie şi organizarea teritoriului 3/1960.
58. Oprescu N. — Curs de fotogrammetrie vol. I — 1955, lito M.A.S; vol. II — 1953. lito M.A. Bucureşti.
Unele consideraţii privitoare la ridicarea randamentului şi preciziei lucrărilor fotogrammetrice pentru întocmirea planurilor de scara 1:5000 şi 1:10.000 Rev. de Geodezie 3/1963
Fotogrammetrie — Institutul de Construcţii — Bucureşti. 1971
59. Orăşanu C. — Curs de topografie — Ed. Politehnicii. Bucureşti, 1940. Curs de geodezie, Ed. Politehnicii, Bucureşti, 1945.
60. Pătraşcu G. şi Stancu Gh. — Triangulaţia geodezică de ordinul IV. Bucureşti, 1933.
61. Plăcinţeanu I. — Teoria erorilor de măsurare şi metoda celor mai mici pătrate Ed. Tehnică, Bucureşti 1957.
62. Popescu Gr. — Ridicarea planurilor, Bucureşti 1925.
63. Popescu N. — Fotogrammetrie. Ed. Didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1965.
64. Pop A. — Topografie, Ed. Politehnicii, Buc. 1948
65. Prospecte — Wild. Zeiss. Galileo, Kern. MOM, Meopta etc.
66. Reissmann G. — Die Ausgleichungsrechnung. Veb. Verlag fur Bauwesen. Berlin, 1962.
67. Russu A. — Topografie, Ed. Tehnică, Buc. 1955 — Măsurători terestre (Secţiune la Manualul inginerului forestier — vol. 82) Ed. Tehnică Bucureşti, 1955 — Topografie. Ed. Agrosilvică Bucureşti, 1962. Drumuiri cu staţii sărite în planul vertical al punctelor staţionale. Rev. Pădurilor 3/1957. — Compensarea drumuirilor, funcţie de relative sau funcţie de distanţe. Rev. pădurilor 10/1957 — Controlul în cazul metodei cu punct apropiat. Rev. Pădurilor 8/1960.
68. Russu A. şi Bereziuc R. — Variaţia declinaţiei magnetice şi ridicările cu busola topografică — Rev. Pădurilor 7/1960.
69. Russu A., Bereziuc R. Boş N. Aspecte privind precizia ridicărilor cu busola topografică. Rev. Pădurilor 9/1962
70. Russu A., Bereziuc R. — Proiectarea drumurilor forestiere după fotograme. Rev. Pădurilor 7/1964
71. Russu A., Boş N. Kiss A., Mădăraş I. Vătăşan N. — Cu privire la mărimea

coeficientului de refracție atmosferă K și precizia nivelmentului trigonometric la distanțe mari. Rev. de Geodezie și Organizarea teritoriului, 4/1964.
72. Russu A., Bereziuc R. Boș N., Both N. — Cercetări privind unele utilizări ale fotogramelor la noi în silvicultură Bul. Inst. Polit. Brașov — seria Silvicultură, 1962.
73. Russu A., Boș N., Kiss A. — Precizia măsurării distanțelor topografice — manuscris.
74. Schwidefsky K. — Grundriss der Photogrammetrie. B.G. Teubner Stuttgart, 1963.
75. Skiridov A.C. — Stereofotogrammetria. Geodezizat. Moscova, 1953.
76. Ștefănescu Gună — Topometrie și Topografie. București 1923.
77. Spurr St. — Aerial photographs in Forestry. Harward, 1948.
78. Stepanov N.N. — Geodezia, Ghidrometeorologhiceskoe izdatelstvo. Leningrad, 1954.
79. Silov P.I. — Geodezia, Geodezizdat. Moscova, 1956.
80. Tardi P. și Laclavere G. — Traite de Geodezie. Gauthier — Villars — Paris (fascicule 1951 — 54—55)
81. Tiron M. Struțu C. — Considerații privind calculul înălțimilor ortometrice, normale și dinamice. Rev. de Geodezie și organizarea teritoriului 4/1960.
82. Tudor C. și Mihăilă M. — Despre necesitatea și conținutul proiectului tehnic la avizarea lucrărilor geotopografice Rev. de Geodezie și organizarea teritoriului, 2/1961.
83. Vidrașcu I. — Fotogrammetria, București 1932.
84. Zakatov P.S. — Curs de Geodezie superioară (traducere din limba rusă) 1953. Ed. Militară București, 1958.
85. Zăhan T., Chivulescu A., Pașcanu V. — Topometrie, Ed. Agrosilvică, București, 1958.
86. Zegheru N. și N. Nicoară — Cu privire la întocmirea unui plan topografic fundamental al țării. Rev. de Geodezie și organizarea teritoriului, 3/1961.
87. Zeller M. — Traite de Photogrammetrie. H. Wild. Heerburgg, 1948.
88. Werkmeister P. — Lexikon der Vermessungskunde. H. Wichman. Berlin, 1943.
89. Ursea V. — Probleme actuale legate de folosirea radioelementelor și telemetrelor electrooptice — Rev. de Geodezie și organizarea teritoriului, 1/1967.

Universitatea ... Iași
Bibliotecă ...
Cota veche ...
Col. Iași. 38,00 lei.

Apărut 1974. Tiraj 1600+45 ex. Hîrtie tipar înalt A/80 g/m². Ft. 16/70×100. Coli editoriale 38. Coli de tipar 32 A 6784. C.Z. pentru bibliotecile mari 634.0.113. C.Z. pentru bibliotecile mici 634.0.

Întreprinderea Poligrafică Cluj-Napoca
str. Brassai nr. 5—7.
Republica Socialistă România
Comanda nr. 305/1974.

BCU IASI / CENTRAL UNIVERSITY LIBRARY